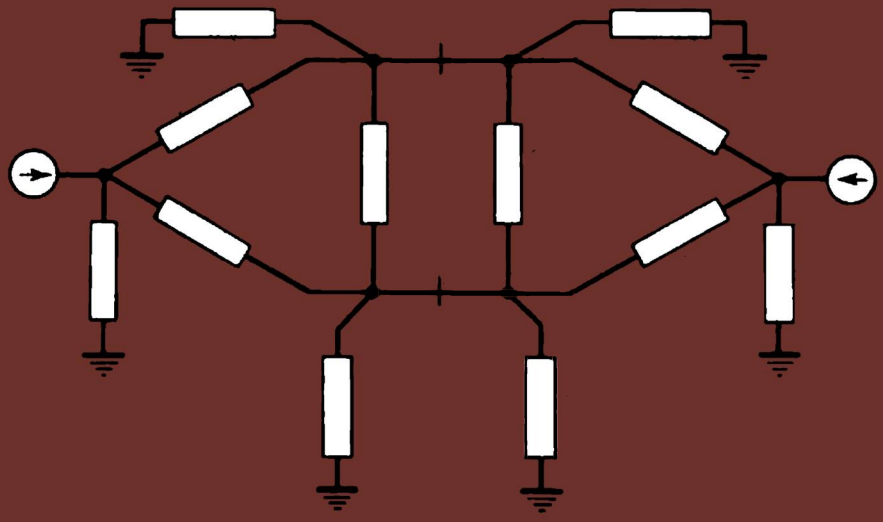
CALCULOS DE ESTABILIDAD DE SISTEMAS ELECTRICOS AUTOMATIZADOS

REVISADO

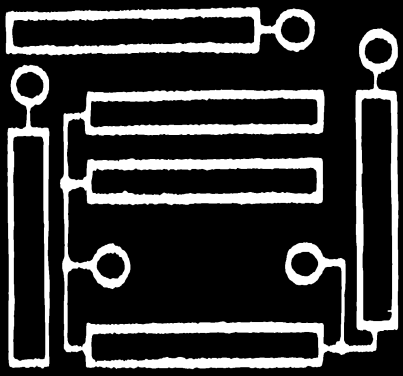
POR EL LAUREADO DE PREMIO LENIN,

PROFESOR

V. A. VENIKOV



EDITORIAL MIR MOSCU



Н. Д. АНИСИМОВА, В. А. ВЕНИКОВ, В. В. ЕЖКОВ, Л. А. ЖУКОВ,
И. В. ЛИТКЕНС, Д. А. ФЕДОРОВ, А. Н. ЦОВЬЯНОВ

МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ)

ПОД РЕДАКЦИЕЙ
ЛАУРЕАТА ЛЕНИНСКОЙ ПРЕМИИ
проф. ВЕНИКОВА В. А.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА» МОСКВА

CALCULOS DE ESTABILIDAD DE SISTEMAS ELECTRICOS AUTOMATIZADOS

(ANALISIS DE LOS PROCESOS TRANSITORIOS EN SISTEMAS ELECTRICOS)

REVISADO
POR EL LAUREADO DE PREMIO LENIN,
PROFESOR
V. A. VENIKOV

N. D. ANISIMOVA
V. A. VENIKOV
V. V. EZHKOV
L. A. ZHUKOV
I. V. LITKENS
D. A. FIEDOROV
A. N. TSOVIANOV

EDITORIAL MIR
MOSCU · 1970

CDU 621.31 = 60

Impreso en la URSS

Derechos reservados

На испанском языке

LISTA DE DESIGNACIONES

Para comodidad del lector damos una lista de las principales abreviaturas y sus designaciones convencionales utilizadas en la presente obra.

$a_0, a_1, \ldots a_n$,	coeficientes del polinomio característico;
$A(\nu), A(\omega)$,	características de amplitud-frecuencia;
b_f,	efecto regulador de la carga según frecuencia;
b_t,	susceptancia del circuito equivalente del transformador;
b_0,	susceptancia capacitiva de la línea, 1/Ω km;
CA,	regulación automática;
CN,	computadora numérica;
$D(p)$,	determinante característico del sistema;
E_q,	f.e.m. en función de la corriente de excitación del motor sincrónico;
E_Q,	f.e.m. del motor imaginario con iguales resistencias en los ejes longitudinal y transversal igual a x_q. Se utiliza al calcular los procesos transitorios del generador con polos salientes;
Eq_e,	f.e.m. proporcional a la tensión del devanado de excitación;
E_x,	fuerza electromotriz tras la resistencia Δx_g;
E',	f.e.m. tras la resistencia transitoria del motor sincrónico;
E'_q,	proyección de la f.e.m. E' sobre el eje transversal del eje del rotor del motor sincrónico;
$\dot{E}_e$,	f.e.m. de la central equivalente;
Δf_k,	desviación establecida de la frecuencia;
$G(p)$,	conductibilidad simbólica del motor;
g_t,	conductancia del circuito equivalente del transformador;
i,	valor instantáneo de la corriente;
ICC,	instalación de compensación longitudinal capacitiva;
i_d, i_q,	valores instantáneos de las corrientes en los ejes longitudinal y transversal del estator;
I_q, I_d,	componentes longitudinal y transversal de la corriente de estator del generador;
i', i'',	derivadas primera y segunda de las corrientes rectificadas;
K, K',	coeficientes de corrección necesarios para el cálculo de los límites de las regiones de autooscilación;

K_{icc}, ídem con existencia en la línea de un dispositivo de compensación capacitiva longitudinal;

k_i, factor de amplificación según la derivada «i» del parámetro a regular;

k_h, coeficiente de proporcionalidad (a veces denominado «energía de regulación») que posee la dimensión MW/Hz;

$k_{0\Pi}$, coeficiente de regulación de excitación en función de la desviación del parámetro que posee la dimensión $\left[\frac{\text{unid. excit}}{\text{unid. }\Pi}\right]$, donde como unidad de excitación se ha tomado la tensión de excitación que garantiza la tensión nominal del generador en régimen de marcha en vacío;

$k_{1\Pi}$, y $k_{2\Pi}$, coeficientes de regulación conforme a la derivada primera $\left[\frac{\text{unid. excit. s}}{\text{unid. }\Pi}\right]$ y segunda $\left[\frac{\text{unid. excit. s}^2}{\text{unid. }\Pi}\right]$ del parámetro Π;

k_{0u}, factor de amplificación del regulador de excitación en función de la derivación de tensión;

k_{0I}, ídem en función de la desviación de corriente;

k_r, k_x, k_c, coeficientes de corrección mediante los cuales se considera la influencia de la distribución uniforme de los parámetros de la línea en el circuito equivalente;

l, longitud de la línea (km);

L_{ad}, L_{aq}, coeficientes de inducción mutua entre los devanados del estator y del rotor del generador;

L_d, L_q, inductancias del motor sincrónico en los ejes longitudinal y transversal;

L_f, L_q, inductacias de los devanados de la excitación y del circuito amortiguador longitudinal del generador;

L_h, inductancia del circuito amortiguador transversal del generador;

LTE, línea de transmisión eléctrica;

n, orden (potencia) del polinomio característico;

N, número de máquinas sincrónicas equivalentes en un sistema eléctrico complejo;

p, operador;

P_d, coeficiente de amortiguamiento;

P_{elec}, potencia electromagnética;

P_i, P_{ti}, potencia electromagnética y potencia de la turbina respectivamente de la i-ésima máquina sincrónica;

P_{mec}, potencia del motor primario;

$P(\nu)$, $P(\omega)$,	características de frecuencia real;
ΔP_{cc},	pérdida de potencia de cortocircuito del transformador;
ΔP_{mv},	pérdida de potencia de marcha en vacío del transformador o autotransformador;
$q(e)$,	coeficiente de linealización armónica;
r, r_{fd}, r_{1d}, r_{1d},	resistencias óhmicas del devanado del estator, devanado del rotor, de los devanados amortiguadores longitudinal y transversal respectivamente;
RAE,	regulador automático de excitación;
RNF,	reacción negativa flexible;
r_l, x_l,	resistencia óhmica y reactancia de la línea;
R_{LTE},	resistencia óhmica de la línea de transmisión;
$R(\omega)$,	valor medio de la resistencia óhmica del motor a la frecuencia ω;
$R_d(\omega)$, $R_q(\omega)$,	resistencias óhmicas del motor según los ejes d y q a la frecuencia ω;
r_t,	resistencia del transformador de doble devanado;
r_0,	resistencia específica de la línea, Ω/km;
$r_{0(0)}$,	resistencia óhmica de fase de la línea simple trifásica para el sistema de corrientes de sucesión nula;
s,	deslizamiento determinado como diferencia entre la velocidad sincrónica y la velocidad del rotor. Al expresar la magnitud del deslizamiento en unidades relativas el mismo se determina en función de la velocidad sincrónica;
S_b,	potencia básica;
$\hat{S}_g$,	potencia total compleja conjugada;
S_{nom},	potencia nominal del transformador (generador, autotransformador);
S_{tipo},	potencia tipo del autotransformador;
T_a,	constante de tiempo del devanado del estator;
t_{bas},	tiempo básico igual al tiempo de rotación del rotor de la máquina en un ángulo de un radián a una velocidad de rotación constante;
$T_e, T_p, T_u, T_\partial$,	constantes de tiempo, en segundos, de los elementos del regulador automático de excitación: de potencia, rectificador, de medida y diferenciador, respectivamente;
T_e, T_k,	constantes que caracterizan la inercia y el amortiguamiento del péndulo del regulador centrífugo de velocidad;
T_{J_e},	constante de inercia de la central equivalente;

$T_{J\,\mathrm{nom}}$, constante de inercia de la máquina, en segundos, referida a su potencia nominal, calculada por $T_J = \frac{2{,}74 GD^2 n^2}{W_{\mathrm{nom}}} 10^{-3}$; donde GD^2 es el momento del volante en tm^2, n es el número de revoluciones por minuto;

T_Q, constante del tiempo de circuito amortiguador del motor según el eje q;

$T_{Q\,\mathrm{icc}}$, ídem con existencia en la línea de un dispositivo de compensación capacitiva longitudinal;

$\mathrm{tg}\beta_g = \frac{1}{\sigma_g}$, magnitud inversa a la estática de los generadores del sistema;

T_s, constante de tiempo del servomotor;

T_v, constante de tiempo del volumen de vapor;

T'_d, constante de tiempo del devanado del rotor con el devanado del estator cerrado. En el circuito elemental $T'_d = T'_{d0} \frac{x_d}{x_d}$;

T''_d, constante de tiempo del devanado amortiguador longitudinal con los devanados del estator y el devanado del rotor cerrados. En el circuito elemental $T''_d = T''_{d0} \frac{x''_d}{x'_d}$;

$T''_{d0} = \frac{x_{11}\, d}{r_1\, d}$, constante de tiempo del devanado amortiguador longitudinal con los devanados del estator y el devanado del rotor abiertos;

T''_q, constante de tiempo del devanado amortiguador transversal con el devanado del estator cerrado. En el circuito elemental $T''_q = T''_{q0} \frac{x''_q}{x_q}$;

$T''_{q0} = \frac{x_{11}\, q}{r_1\, q}$, constante de tiempo del devanado amortiguador transversal con el devanado del estator abierto;

u, valor instantáneo de la tensión;

U_{bas}, tensión básica;

U, U_c, tensión en las barras de un potente sistema y del nodo de carga, respectivamente;

$u_k\,\%$, tensión de cortocircuito del transformador de doble devanado;

U_f, U_e, tensiones de excitación;

$\hat{U}_g$, tensión total compleja conjugada;

U_{nom}, tensión nominal;

U', U'', derivadas primera y segunda de las tensiones continuas;

ΔU_e,	desviación de la tensión de excitación;
ΔU_g,	desviación de la tensión en las barras del generador;
$W'_{\Pi_{jl}}(p)$,	función de transferencia del regulador automático de excitación del i-ésimo motor, en función del j-ésimo parámetro de regulación Π_{jl};
x_{afd}, x_{f1d}, x_{a1d}, x_{a1q},	reactancias mutuas del devanado del estator con el devanado del rotor; devanado del rotor con el devanado amortiguador longitudinal, devanado del estator con los devanados amortiguadores longitudinal y transversal respectivamente;
x_A, x_M, x_B,	inductancias del circuito equivalente del transformador del triple devanado (autotransformador);
x_c,	resistencia capacitiva;
x_d, x_q,	resistencias sincrónicas del motor sincrónico según el eje longitudinal y el transversal respectivamente;
$x_d(p)$,	resistencia simbólica del motor en el eje d;
$x_{d\Sigma}$, $x_{q\Sigma}$, $x'_{d\Sigma}$,	correspondientes resistencias del motor sincrónico con consideración de la resistencia de la red exterior;
x_{ent},	resistencia de entrada de la línea de transmisión en vacío;
x_{ext},	inductancia exterior (para el motor sincrónico) de la red;
$x_{ffd} = x_{fl} + x_{afd}$, $x_{11d} = x_{1ld} + x_{a1d}$, $x_{11q} = x_{1lq} + x_{a1q}$,	reactancias de la autoinducción del devanado del rotor, de los devanados amortiguadores longitudinal y transversal respectivamente;
x_l, x_{1l}, x_{1ld}, x_{1lq},	reactancias de dispersión del devanado del rotor, devanado del estator, devanados amortiguadores, conforme a los ejes longitudinal y transversal respectivamente;
$x_q(p)$,	resistencia simbólica del motor en el eje q;
x_t,	inductancia del transformador de doble devanado;
x_0,	inductancia específica de la línea, Ω/km;
$x(\omega)$,	valor medio de la reactancia del motor a la frecuencia ω;
$x_d(\omega)$, $x_q(\omega)$,	reactancias del motor según los ejes d y q a la frecuencia ω;
x'_q,	resistencia transitoria del motor sincrónico;
x''_d, x''_q,	reactancias supertransitorias de la máquina;
Y_{ee},	conductibilidad propia de la derivación de la central equivalente;
Y_{ll},	conductibilidad propia de la derivación i;
Y_{le},	conductibilidad mutua entre la derivación de la central equivalente y la derivación de empalme l;

Y_{lj},	conductibilidad mutua entre las desviaciones l y j;
Z_{bas},	resistencia básica;
Z_c,	impedancia de la carga del circuito equivalente del sistema;
Z_c,	impedancia de onda de la línea de transmisión;
Z_{*2c},	resistencia relativa de la carga en un circuito de sucesión inversa;
Z_l,	impedancia de la línea;
α_r,	coeficiente de reserva;
α_Q,	ángulo de la conductibilidad propia según el eje q;
α_{11Q},	ángulo de fase que adiciona hasta 90°;
α_{12},	ángulo que se adiciona al ángulo φ_{12} hasta 90° para la conductibilidad mutua $\alpha_{12} = 90° - \varphi_{12}$;
$\Delta_{m\Pi}$,	adiciones unidad en el polinomio característico de la regulación según parámetro Π;
δ_i,	ángulo de desviación del eje del rotor del i-ésimo generador con respecto al eje de referencia que gira sincrónicamente;
δ', δ'',	derivadas primera y segunda del ángulo en función del tiempo;
	desplazamiento del manguito del regulador centrífugo de la velocidad;
θ,	desplazamiento angular absoluto del rotor del generador;
λ,	longitud de onda de la línea de transmisión;
μ,	apertura relativa de las válvulas;
$\sigma_c = \frac{1}{b_f}$,	estática de la carga;
$\sigma_k = \frac{1}{k_k}$,	estática del grupo generador;
ψ,	flujo magnético total;
ω,	velocidad angular del movimiento relativo del rotor del generador, en grad. eléct/seg;
ω,	frecuencia de oscilaciones libres del rotor;
$1-\omega$,	frecuencia de oscilaciones libres en los circuitos del rotor.

PREFACIO A LA EDICION EN LENGUA ESPAÑOLA

El libro ofrecido a la consideración del lector ingeniero electricista e ingeniero energético está dedicado a los problemas del cálculo de la estabilidad de sistemas eléctricos. En la presente obra se exponen los métodos de cálculo de diferentes clases de estabilidad adoptadas actualmente tanto en la Unión Soviética como en otros países. La obra no es un manual o una monografía, sino, como se recalca en el título, contiene sólo una exposición sistemática de los cálculos. En el libro se formula con abundancia suficiente para el dominio por el ingeniero de la técnica de los cálculos, los métodos y procedimientos de cálculo de la estabilidad estática de sistemas eléctricos, la determinación del ajuste de los reguladores automáticos de excitación, partiendo de la garantía del nivel de estabilidad y de la calidad de los procesos transitorios, se hace una exposición del orden de los cálculos de autoexcitación y oscilación de la estabilidad dinámica del sistema y, por último, de la marcha asincrónica y la estabilidad resultante. La metodología expuesta en el libro prevé tanto la posibilidad del cálculo a mano, con ayuda de regla de cálculo y aritmómetro, como con automatización de este proceso, puesta en práctica mediante mesas de cálculo (modelos) de corriente alterna, así como con ayuda de computadoras numéricas (o digitales). El tema central abarcado en este libro es el de la metodología de los cálculos orientados a garantizar un funcionamiento correcto de todos los dispositivos de potencia y de regulación del sistema. Por eso, aquí se presta atención a la calidad de la regulación considerada principalmente desde la posición de estabilidad, que es el índice básico del trabajo fiable del sistema que se regula. En este caso, tanto el sistema en su totalidad como los dispositivos de regulación y de mando se consideran como un todo único.

El libro está destinado fundamentalmente a servir como material didáctico. Sin embargo, como lo ha demostrado la experiencia de casi cinco años de su empleo en la Unión Soviética, el libro es utilizado con éxito por los ingenieros diseñadores y explotadores de sistemas eléctricos. Se lo utiliza también al realizar trabajos de investigación. Se debe señalar que el material expuesto no pretende de ningún modo crear una metodología completa de la estabilidad que agote todos los problemas aclaratorios que surgen al ingeniero durante el diseño y la explotación de las centrales del sistema y de los dispositivos reguladores y de mando de sus regímenes. La presente obra da sólo los conocimientos básicos de los métodos y procedimientos de cálculo ya existentes, aprobados por la práctica. Claro está, que el libro presupone que el lector conozca la correspondiente literatura, en primer término, el manual «Procesos transitorios electromecánicos en sistemas eléctricos», así como el libro «Regímenes de sistemas eléctricos en ejemplos e ilustraciones». No obstante, el libro puede utilizarse también independientemente de lo antes dicho, aunque se entiende, que en ese caso, el lector debe tener ciertos conocimientos básicos sobre los regímenes y la estabilidad de sistemas eléctricos.

Los autores esperan que la publicación de este libro en español sea de gran utilidad tanto a los estudiantes como a los ingenieros, aunque, a la vez, comprenden que su obra no está libre de insuficiencias. Todas las observaciones del lector serán aceptadas con gratitud.

Los autores.

INTRODUCCION

PROBLEMAS, FUNDAMENTOS DE LA METODOLOGIA DEL CALCULO DE PROCESOS TRANSITORIOS Y DETERMINACION DE LOS DATOS INICIALES PARA SU RESOLUCION

§ I-1. FIJACION DE LA METODOLOGIA

La metodología del análisis de los procesos transitorios recomienda los cálculos que permiten encontrar las condiciones óptimas de instalación y explotación de sistemas eléctricos.

En estas condiciones, el sistema eléctrico debe tener en lo posible procesos transitorios de óptima calidad y la mayor estabilidad. El gasto de recursos a fin de mejorar los procesos transitorios y la estabilidad, debe ser económicamente justificado. Para el establecimiento de índices económicamente justificados es necesario confrontar el probable perjuicio debido a una u otra desconexión de avería y el empeoramiento de la calidad del proceso transitorio con el costo de las construcciones y la explotación de las instalaciones que permiten elevar la estabilidad y la calidad de los procesos transitorios.

El estudio de los procesos transitorios, pese a tener habitualmente un carácter técnico, se orienta en fin de cuentas a la resolución de problemas técnico-económicos del tipo antes mencionado.

Los problemas técnicos más característicos, considerados en la presente metodología, persiguen los objetivos siguientes:

1. Determinación del carácter de los procesos transitorios inherentes a las operaciones normales de conmutación (conexiones, conmutaciones de instalaciones, arranques, autoarranques de motores de carga, etc.) y definición de las medidas para elevar su calidad.
2. Determinación de los valores máximos de las corrientes de cortocircuito en los diversos instantes de tiempo, de las mayores variaciones de tensión («forzamientos» y «sobretensiones»), así como la influencia que los mismos ejerzan tanto sobre la instalación como sobre el régimen de los sistemas en su conjunto, y definición de las medidas que eliminan o disminuyen la acción peligrosa de esas variaciones.

3. Determinación de la estabilidad de los posibles regímenes del sistema y las reservas de estabilidad de éstos.
4. Elección de las medidas dirigidas a elevar la estabilidad de los sistemas energéticos, de transmisiones eléctricas y de nodos de cargas.
5. Establecimiento de las exigencias presentadas a los elementos fundamentales de los sistemas energéticos y a sus instalaciones, así como al relé de protección y dispositivos del automático de sistema, desde el punto de vista de la estabilidad de los sistemas energéticos.

En los cálculos de procesos transitorios y de estabilidad es necesario tener en cuenta los conceptos generales siguientes:

1. En todos los cálculos la instalación fundamental de los sistemas energéticos y los medios de automatización deben considerarse como un conjunto único.
2. La estimación del carácter de probabilidades de uno u otro régimen de avería actualmente se dificulta debido al pequeño número existente de datos estadísticos sobre el transcurso de averías relacionadas con el quebrantamiento de la estabilidad de los sistemas energéticos. Por eso, la metodología recomienda en esos casos, donde ello es posible, utilizar métodos de probabilidad; en particular, emplearlos para determinar las exigencias por satisfacer con respecto a las reservas necesarias de diseño y explotación de la estabilidad, para estimar la probabilidad de las averías. Sin embargo, por ahora no se basa totalmente en los métodos de probabilidades cuyo empleo se desarrollará en un futuro próximo.
3. A pesar de las dificultades antes señaladas, actualmente, en los casos en que los resultados del cálculo indican la necesidad de considerables gastos materiales o de limitaciones en el suministro de corriente a los consumidores, es necesario, aunque sea aproximadamente, estimar la probabilidad de la presencia eventual de las condiciones adoptadas en el cálculo y analizar la influencia de la variación de los parámetros iniciales y condiciones (con estimaciones aproximadas de sus probables combinaciones) sobre los resultados de los cálculos.
4. Los resultados de los cálculos de estabilidad son inevitablemente convencionales debido a la imprecisión de los datos iniciales. Por eso, la valoración final de la estabilidad debe incluir la confrontación de los resultados de los cálculos con los resultados de la experiencia de explotación del sistema energético en cuestión o de uno análogo y con los datos de ensayos especiales en modelos físicos.
5. Para los sectores de especial importancia de los sistemas energéticos (transmisiones eléctricas importantes, etc.), la metodología recomienda la realización de ensayos especiales que permitan a su vez definir la estabilidad de un elemento dado del sistema en las condiciones de explotación.

Según el problema planteado y la totalidad de los datos iniciales, los cálculos se pueden dividir a grandes rasgos en cinco categorías.

I. **Cálculos aproximados,** de diseño y de perspectivas de explotación, realizados al elegir la tensión, el número de circuitos, los esquemas de principio de las transmisiones eléctricas y las medidas fundamentales que elevan la estabilidad y mejoran la calidad de los procesos transitorios. Los cálculos se realizan con considerables simplificaciones. Así, por ejemplo, al determinar la estabilidad dinámica, la f.e.m. a continuación de la reactancia transitoria de los generadores, se toma constante. El límite de la estabilidad estática con reguladores automáticos de excitación del tipo proporcional, se determina por $E'_q = \text{const}$, en tanto que con reguladores de exitación de acción intensa, al conservar la constancia de la tensión en los correspondientes puntos del sistema.

II. **Cálculos precisos** realizados al diseñar y elegir los esquemas y regímenes de marcha de los sistemas energéticos en explotación, para así precisar los parámetros de la instalación del sistema y las medidas que elevan su estabilidad, la capacidad de carga de las transmisiones eléctricas y que determinan las reservas de estabilidad. Habitualmente los cálculos se realizan teniendo en cuenta una serie de factores de precisión (características estáticas y dinámicas de las cargas, características de los reguladores de excitación, trabajo del automático del sistema, etc.).

III. **Cálculos de ajuste** realizados durante el diseño de trabajo, que precisan las exigencias respecto a la protección y la automatización del sistema, los reguladores de excitación de acción intensa, etc.

Las estabilidades estática, dinámica y resultante se calculan con las mismas precisiones que en el apartado II.

IV. **Cálculos de explotación** realizados para los sistemas existentes cuando se conocen todos los parámetros de sus elementos. Los resultados se utilizan al perfeccionar el relé de protección y el automático, al elegir sus regulaciones, ajustar los reguladores automáticos de excitación, determinar las cargas límites de las transmisiones eléctricas con relación a las variaciones provocadas por el desarrollo y la variación del esquema y del régimen del sistema energético, etc. Para determinar los límites de la estabilidad es oportuno combinar los métodos experimentales con los de cálculo.

V. **Cálculos de investigación** realizados a fin de encontrar la posibilidad de realización de las nuevas medidas, que exigen el análisis especialmente profundo de los fenómenos que tienen lugar. al estimar nuevos métodos y medios de cálculo y al analizar los motivos de las averías en el sistema cuyos parámetros y regímenes iniciales son conocidos.

La verificación de la estabilidad del sistema se realiza bajo las condiciones siguientes:
I. El trabajo normal del sistema, en caso de su carga máxima activa o reactiva, o de sus elementos fundamentales.
II. El trabajo de postavería del sistema, producido al desconectarse un elemento cualquiera del sistema en las peores condiciones de explotación desde el punto de vista de la estabilidad.
III. Los regímenes aparecidos en el curso de la reparación de uno o varios elementos fundamentales del sistema energético. La estabilidad de esos regímenes habitualmente no se verifica en el diseño perspectivo.
IV. Regímenes forzados de poca seguridad utilizados solamente durante corto tiempo, en casos exclusivos.

Reservas de estabilidad

Las reservas de estabilidad del sistema habitualmente se determinan partiendo de la confrontación de los índices del régimen a verificar (inicial), con los índices análogos que caracterizan el régimen límite de estabilidad.
I. **Estabilidad estática.** La reserva de estabilidad estática de un sistema energético en régimen normal se determina, para los nodos fundamentales, por la fórmula

$$k_U = \frac{U_t - U_{tc}}{U_t} \qquad \text{(I-1)}$$

donde U_t es la tensión ininterrumpida mantenida prolongadamente en el nodo del sistema energético;
U_{tc} es la tensión crítica (en el mismo punto) con la cual se quebranta la estabilidad estática del sistema energético.
La reserva de estabilidad estática del sistema energético, en su totalidad, determinada por la menor magnitud de reserva obtenida para los nodos fundamentales, debe ser mayor del 10%.
La reserva de estabilidad estática de las transmisiones eléctricas que conectan la central generadora con el sistema energético se determina por la fórmula

$$k_P = \frac{P_1 - P}{P} 100\%, \qquad \text{(I-2)}$$

donde k_P es el factor de reserva de estabilidad;
P es la potencia transmitida;
P_1 es la potencia límite transmitida, determinada por las condiciones de estabilidad del régimen teniendo en cuenta el funcionamiento de dispositivos automáticos.

k_P debe tener un valor mayor del 20% en régimen normal, y del 8% en régimen de postavería de corta duración.

En los casos en que sea necesario evitar la limitación de los consumidores o la pérdida de recursos hidráulicos, en régimen normal, k_P puede ser disminuido hasta 5-10%. En este caso, para las transmisiones eléctricas, la conservación de la estabilidad de las cuales es de poca importancia para el sistema energético en total, puede dejar de asegurarse la estabilidad estática en régimen de postavería.

La reserva de estabilidad de las interconexiones se determina por

$$k_P = \frac{P_1 - \Delta P - P}{P} 100\%, \qquad \text{(I-3)}$$

donde ΔP considera el incremento de la potencia transmitida debido a las oscilaciones irregulares de la potencia por la transmisión eléctrica entre sistemas (interconexión), provocadas por las oscilaciones de la carga y la frecuencia en los sistemas energéticos.

Se recomienda tomar el valor de ΔP igual al 2% de la potencia total de los generadores del menor de los sistemas energéticos conectados.

II. **Estabilidad dinámica.** Los cálculos tienen el propósito de revelar el carácter de la transición dinámica (es decir, después de una gran excitación) de un régimen del sistema a otro. Si en este caso, no se desincroniza * (desengancha) ninguna central potente y no se desacopla ningún potente nodo de carga, la transición puede considerarse exitosa.

Este tipo de estabilidad debe asegurarse durante las perturbaciones más características para el elemento dado del sistema energético en los regímenes tomados por calculados, es decir, en los regímenes de trabajo normal que responden a la mayor potencia de transmisión prolongada por el transporte eléctrico dado, o en los regímenes de su sobrecarga.

Se debe tomar como calculado los cortocircuitos monofásico o bifásico, tomando simultáneamente las medidas que reduzcan la probabilidad de quebrantar la estabilidad durante averías más graves: bifásicos a tierra, trifácicos.

En los cortocircuitos bifásicos a tierra y en los trifásicos debe procurarse a conservar la estabilidad mediante el funcionamiento de los reguladores de excitación (en regímenes de avería y de postavería). Si esto no da resultados, debe considerarse la posibilidad de realizar la estabilidad resultante (véase el apartado III).

Si la estabilidad resultante no está garantizada, se debe considerar el empleo de dispositivos especiales que conserven la estabilidad dinámica o que faciliten la resincronización y, por lo tanto, que contribuyan a realizar la estabilidad resultante.

* Este tipo de estabilidad se denomina a veces «estabilidad dinámica sincrónica». En este libro no se utilizará esta denominación.

La estabilidad dinámica se calcula por el método elegido en correspondencia con el problema planteado.
Los cálculos aproximados se realizan por el método de áreas; los cálculos de diseño y explotación, por el método de intervalos sucesivos, despreciando la influencia de la componente aperiódica y del momento creado por la corriente de sucesión inversa (en regímenes asimétricos); los cálculos precisos y de estudio se realizan por ecuación completa.
En el cálculo de cualquier tipo, durante el primer ciclo de oscilaciones se debe tener en cuenta el funcionamiento de los reguladores de excitación. La reserva de estabilidad dinámica debe determinarse, en los cálculos por el método de áreas, por la relación del área de frenado posible respecto al área de aceleración real

$$k_r = \frac{\int\limits_{\delta_{desv}}^{\delta_{máx}} \Delta P \, d\delta}{\int\limits_{\delta_0}^{\delta_{desv}} \Delta P \, d\delta} \qquad \text{(I-4)}$$

En los cálculos exactos (precisos) la reserva se estima por tres vías:
a) convencionalmente, por el salto máximo del ángulo $\delta_{máx}$ y el ángulo inicial o de origen δ_0:

$$k_r = \frac{180° - \delta_{máx}}{\delta_0} 100\%$$

donde $\delta_{máx} < 180°$;
b) por el deterioro del régimen inicial de la central en cuyo caso se repite el cálculo con una carga sucesivamente incrementada: $P = P_0$; 1,05 P_0; 1,1 P_0; 1,15 P_0, etc., hasta que no se haya obtenido el régimen inestable P_1; entonces

$$k_r = \frac{P_1 - P_0}{P_0} 100\%;$$

c) por el deterioro del régimen del sistema de recepción, en cuyo caso se repite el cálculo con reducción gradual de la tensión del sistema de recepción:

$$U_c = U_0;\ 0{,}98\,U_0;\ 0{,}96\,U_0;\ 0{,}94\,U_0, \text{ etc.}$$

Determinando la tensión U_1, para la cual se producirá el régimen inestable al transmitir la potencia P_0, hallamos

$$k_r = \frac{U_0 - U_1}{U_0} 100\%.$$

De acuerdo a las normas actuales en vigor para el cálculo de la estabilidad, la estabilidad dinámica debe garantizarse para

las siguientes formas de cortocircuitos en los puntos más cargados del sistema dado:
para redes de 35 kV en cortocircuito trifásico;
para redes de 110-300 kV en cortocircuito bifásico a tierra.
Durante la explotación, según la importancia de la línea y la probabilidad de avería o deterioro, se permite asegurarla con la estabilidad dinámica sólo para cortocircuitos monofásicos, teniendo en cuenta el mal funcionamiento de la conexión automática.
Para redes de 500 kV y más, como regla, se tiende a garantizar la estabilidad dinámica para cortocircuitos bifásicos a tierra; si para asegurar la estabilidad de este régimen es necesario utilizar medios especiales de elevación de la estabilidad que exigen grandes inversiones básicas injustificadas, entonces se permite garantizar la estabilidad dinámica sólo para cortocircuitos monofásicos tendiendo en cuenta el mal funcionamiento de la conexión automática. Sin embargo, en este caso no deben disminuir las exigencias al relé de protección.
En la explotación, siendo necesario evitar la limitación de consumidores o la pérdida de recursos hidráulicos, se permite asegurar la estabilidad dinámica para las líneas de 110 kV y más sólo en cortocircuitos monofásicos (sin tener en cuenta el mal funcionamiento de la conexión automática) y para líneas de 35 kV sólo en cortocircuitos bifásicos. Si es imposible cumplir estas exigencias empleando medios simples y la perturbación de la estabilidad de la transmisión eléctrica es de poca importancia para el sistema energético en total, entonces puede dejar de asegurarse la estabilidad dinámica de la transmisión eléctrica.
Al obtener como resultado del cálculo de la estabilidad dinámica las dependencias $\delta = f(t)$ y otras características que indican el límite de la estabilidad del sistema, es necesario tener en cuenta el carácter convencional de los resultados, puesto que en estas condiciones los pequeños factores no considerados influyen esencialmente en la estimación de la estabilidad.
Habitualmente, en los cálculos de estabilidad, la duración admisible de los cortocircuitos se toma según la tensión de la red, de acuerdo con la tabla

Tensión de la red, kV	Duración del cortocircuito, s
35	0,25—0,3
110—220	0,18—0,20
330—750	0,10—0,12

Como regla, el proyecto de perspectivas no toma en consideración la posibilidad de falla en el funcionamiento del relé de protección fundamental de acción instantánea.
En presencia de conexiones débiles en shunt, no es indispensable conservar el trabajo en paralelo por las mismas, al desconectarse la potencia básica de acople.
III. **Estabilidad resultante.** Como regla, la estabilidad resultante debe asegurarse después de cualesquiera de las perturbaciones de la estabilidad estática o dinámica.
Al asegurar la conservación de la estabilidad resultante, se debe estimar la influencia de la marcha asincrónica sobre los restantes elementos del sistema energético.
Si el análisis indica el peligro de perturbación de estabilidad de la carga, el problema de permitir el régimen asincrónico debe resolverse mediante la confrontación técnico-económica del daño que esa perturbación ocasione con los gastos necesarios para asegurar la estabilidad dinámica.

Elección de los métodos de análisis

La elección debe realizarse partiendo de los problemas planteados y de la categoría del cálculo. En este caso se debe tener en cuenta las consideraciones más adelante descritas.
I. **Método de analogías.** Es frecuente que baste un simple cálculo de los parámetros a base de correlaciones de semejanza, para reducir el problema considerado a otro del que se tiene la estimación de la estabilidad a base de los datos de explotación o por cálculos antes realizados. En este caso, la valoración se realiza por analogía. Aquí, especialmente, es importante el uso de criterios de semejanza tales que permitan aplicar los datos de un sistema a otro.
II. **Método de criterios prácticos y de resolución elemental de las ecuaciones que estiman la estabilidad.** Basándose en criterios prácticos y en la resolución de las ecuaciones diferenciales simplificadas, durante los cálculos por métodos aproximados es necesario estimar previamente las reservas de estabilidad. Como índices aproximados pueden servir los ángulos de las transmisiones eléctricas en regímenes normal y de postavería y las tensiones residuales en las barras de las centrales generadoras en cortocircuitos.
Al encontrar por métodos aproximados una reserva de estabilidad, considerablemente mayor que la necesaria, los cálculos por métodos exactos se deben realizar, como regla, sólo para hallar las vías de elevar los índices técnico-económicos.
III. **Método de pequeñas oscilaciones utilizado en el análisis de la estabilidad estática.** El estudio de la estabilidad estática del sistema por este método se basa en el análisis de la ecuación

característica del sistema linealizado. La aclaración del carácter de las raíces de esa ecuación se realiza comúnmente por el método de D-división.

Si los cálculos de la estabilidad estática no llevan el propósito de elegir los medios de regulación automática, sus parámetros y ajuste, entonces los cálculos se pueden realizar suponiendo que los dispositivos de regulación automática aseguran en todos los regímenes considerados la falta de autofluctuaciones del sistema eléctrico. En este caso, la estabilidad estática se determina simplemente por el signo del término independiente de la ecuación característica (calculado teniendo en cuenta la regulación de la excitación por desviación de un parámetro cualquiera del régimen) o por criterios prácticos que derivan del mismo (por el signo de la derivada de la potencia activa transmitida según el ángulo, el signo de la derivada de la potencia reactiva respecto a la tensión, etc.).

IV. **Método de cálculo de la estabilidad dinámica.** La integración numérica de las ecuaciones diferenciales no lineales, que describen los procesos transitorios en sistemas eléctricos automatizados, constituye el aparato matemático fundamental del método. La estabilidad dinámica se valora por el carácter de la variación de los ángulos relativos de las máquinas sincrónicas y tensiones en los nodos del sistema en dos o tres ciclos de fluctuaciones.

V. **Método de cálculo de la estabilidad resultante.** Se basa en la verificación del cumplimiento de los criterios de resincronización sin revelar el carácter del proceso transitorio, o en el empleo de métodos de integración numérica de ecuaciones diferenciales no lineales, que determinan el carácter del proceso posterior a la pérdida del sincronismo, revelando la duración del régimen asincrónico y la posibilidad de resincronización.

Medios de análisis

Los cálculos elementales para los sistemas simples (o reducidos a simples) se realizan «a mano», con empleo de la regla de cálculo y el aritmómetro. En los casos más complejos se requiere el uso de mesas de cálculo y, por último, para los sistemas complejos y los cálculos de carácter científico deben utilizarse las computadoras numéricas (CN).

Para el estudio de todas las clases de estabilidad (incluyendo la resultante) en los esquemas con un pequeño número de generadores, al considerar la influencia de los reguladores de velocidad y excitación, así como las características de los generadores, puede ser utilizada la simulación matemática.

Los modelos físicos, simulando los procesos, el estudio de los cuales está relacionado con la determinación de la estabilidad,

permiten realizar los análisis experimentales de la estabilidad con aclaración de la influencia de una serie de factores, cuya descripción matemática es dificultosa.

§ I-2. PARAMETROS DE CALCULO DE SISTEMAS ELECTRICOS

El circuito de cálculo (circuito equivalente) de un sistema eléctrico se compone de los circuitos equivalentes de los elementos individuales del sistema, conectados unos a otros de igual modo, como lo están los elementos correspondientes del sistema considerado. Según el carácter del problema a resolver, los parámetros de los elementos del circuito equivalente se toman constantes en el período considerado del proceso, o dependientes de uno u otro parámetro cualquiera del régimen del sistema. El segundo caso corresponde a los cálculos exactos, los que pueden realizarse a mano, en CN o mediante distintos métodos de simulación matemática.

En los circuitos equivalentes de los sistemas eléctricos pueden entrar a componer, en casos aislados, igualmente elementos que son esquemas o circuitos convertidos previamente en sectores individuales del sistema. Estos elementos, que son en esencia los circuitos generalizados de tales sectores, habitualmente tienen formas de polígonos con diagonales y resistencias de carga en los vértices.

1. **Líneas de transmisión de energía.** En el caso general, al estudiar los procesos transitorios electromecánicos, las líneas de

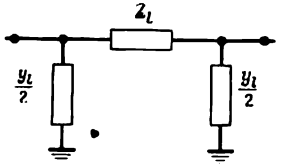


FIG. I-1. Circuito equivalente de línea de transmisión de energía

transmisión de energía se representan mediante circuitos equivalentes en Π (fig. I-1). Los parámetros de estos circuitos para líneas de 300-1000 km de longitud se calculan por las fórmulas:

$$Z_1 = r_1 + jx_1;$$
$$r_1 = k_r r_0 l;$$
$$x_1 = k_x x_0 l;$$
$$y_1 = k_c b_0 l,$$

donde l es la longitud de la línea, en km;

r_0 es la resistividad de la línea, en Ω/km;

x_0 es la inductancia específica de la línea, en Ω/km;
b_0 es la susceptancia capacitiva específica de la línea, en $1/\Omega \cdot km$.

Los factores de corrección k_r, k_x y k_c, que tienen en cuenta la distribución uniforme de los parámetros de la línea en toda su longitud, son iguales a:

$$k_r = 1 - \frac{l^2}{3} x_0 b_0;$$

$$k_x = 1 - \frac{l^2}{6} \left(x_0 b_0 - r_0^2 \frac{b_0}{x_0} \right),$$

$$k_c = 0{,}5 \frac{3 + k_r}{1 + k_r}.$$

Para líneas de hasta 300 km de longitud, los factores de corrección se toman iguales a la unidad. Para líneas de longitudes mayores de 1 000 km, los parámetros de su circuito equivalente se calculan teniendo en cuenta los factores complejos de corrección

$$Z_1 = K_z Z_0 l = Z K_z,$$
$$Y_1 = K_y Y_0 l = Y K_y,$$

al mismo tiempo

$$K_z = \frac{\operatorname{sh} \sqrt{ZY}}{\sqrt{ZY}}; \quad K_y = \frac{\operatorname{th} \frac{\sqrt{ZY}}{2}}{\frac{\sqrt{ZY}}{2}}.$$

Para los cálculos simplificados la resistencia óhmica de las líneas se toma igual a cero, mientras que se desprecia la capacidad de las líneas con tensión nominal de 110 kV o menor. Al considerar los procesos transitorios en sistemas de pequeña potencia y con líneas de cables, se toma en cuenta tanto la resistencia óhmica como la capacidad de los conductores.

La resistencia óhmica y la reactancia de las líneas de un sistema de corrientes de sucesión inversa, tomadas en consideración en los cálculos de regímenes asimétricos, tienen el mismo valor que las correspondientes resistencias en sucesión directa. La resistencia óhmica de la fase de una línea simple trifásica, para el sistema de corrientes de sucesión nula, se determina por la expresión:

$$r_{0\,(0)} = r_0 + 0{,}15 \ \Omega/km$$

donde r_0 es la resistencia óhmica del conductor para el sistema de corrientes de sucesión directa.

Para una fase de la línea doble trifásica, tendremos

$$r_{0\,(0)} = 0{,}5 r_0 + 0{,}15 \ \Omega/km.$$

Conocida la resistencia de sucesión directa (x_1), la reactancia de sucesión nula de la línea (x_0) puede encontrarse aproximadamente por la tabla I-1.

Tabla I-1

Característica de la línea	x_0/x_1
Línea simple sin cables	3,5
Idem con cables de acero	3,0
Idem con buenos cables conductores	2,0
Línea doble sin cables	5,5
Idem con cables de acero	4,7
Idem con buenos cables conductores	3,0

2. **Transformadores y autotransformadores.** Los transformadores de doble devanado pueden representarse con circuitos equivalentes en T (fig. 1-2, *a*); los transformadores de triple devanado y los autotransformadores, con circuitos estrella (fig. I-2, *b*).

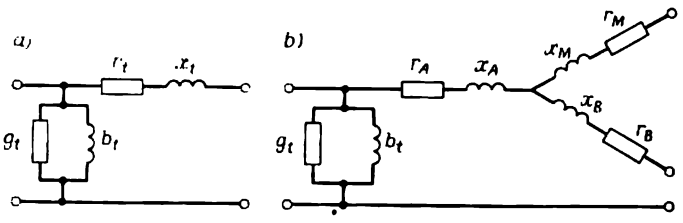


FIG. I-2. Circuito equivalente de transformadores
a) de doble devanado; b) de triple devanado

La derivación de magnetización de los transformadores y autotransformadores habitualmente es cómodo referirla al lado de alta tensión, uniéndola a la derivación de susceptancia capacitiva del circuito equivalente de la línea conectada al transformador. Si para las ulteriores conversiones del circuito, es conveniente referir la derivación de magnetización al lado de la tensión media o baja, el circuito equivalente del transformador (autotransformador) se debe modificar en la forma correspondiente.
Los parámetros del circuito equivalente de los transformadores de doble devanado se determinan por las fórmulas siguientes:

$$x_t = \frac{u_k\%}{100} \cdot \frac{U^2_{nom}}{S_{nom}}; \quad r_t = \Delta P_{cc} \frac{U^2_{nom}}{S^2_{nom}};$$

$$g_t = \frac{\Delta P_{mv}}{U^2_{nom}}; \quad b_t = \frac{I_\mu\%}{100} \cdot \frac{S_{nom}}{U^2_{nom}}.$$

Al diferir la relación de transformación del valor nominal, en las fórmulas indicadas (y fórmulas dadas más adelante para los transformadores de triple devanado), para precisar los parámetros del circuito equivalente, en lugar de la tensión nominal se toma la tensión de salida del devanado, a través del cual el transformador se conecta a la red.

Para los transformadores de triple devanado (autotransformadores) las resistencias que entran en el circuito equivalente estrella x_A (de alta), x_M (de media), x_B (de baja) se determinan por las fórmulas:

$$x_A = \frac{u_{kAM}\% + u_{kAB}\% - u_{kMB}\%}{2} \frac{U_{nom}^2}{100 \cdot S_{nom}};$$

$$x_M = \frac{u_{kAM}\% + u_{kMB}\% - u_{kAB}\%}{2} \frac{U_{nom}^2}{100 \cdot S_{nom}};$$

$$x_B = \frac{u_{kAB}\% + u_{kMB}\% - u_{kAM}\%}{2} \frac{U_{nom}^2}{100 \cdot S_{nom}}.$$

La conductancia y la susceptancia (g_t y b_t) se determinan en este caso de igual modo que para los transformadores de doble devanado.

Al determinar las resistencias de las derivaciones del circuito equivalente de los transformadores de triple devanado, las tensiones de cortocircuito u_{kAB} y u_{kMB} se reducen a la potencia nominal del autotransformador, si en las tablas de consulta estas magnitudes están referidas a la potencia tipo del autotransformador (u'_{kAB} y u'_{kMB}), es decir

$$u_{kAB} = u'_{kAB} \frac{S_{nom}}{S_{tipo}};$$

$$u_{kMB} = u_{kMB} \frac{S_{nom}}{S_{tipo}}.$$

Las resistencias óhmicas del circuito equivalente de los transformadores de triple devanado se calculan, para devanados de potencias iguales, por la fórmula:

$$r_{t100\%} = \frac{\Delta P_{cc} U_{nom}^2}{2 S_{nom}^2};$$

para el devanado cuya potencia es del 66,7% de la potencia de cada uno de los dos restantes devanados, por la fórmula

$$r_{t66,7\%} = 1{,}5 r_{t100\%};$$

y, finalmente, para dos devanados con una potencia del 66,7% respecto a la potencia del tercer devanado, por la fórmula

$$r_{t100\%} = \frac{\Delta P_{cc} U_{nom}^2}{1{,}83 S_{nom}^2};$$

$$r_{t66,7\%} = 1{,}5 r_{t100\%}.$$

Al determinar las resistencias óhmicas del circuito equivalente de los transformadores de triple devanado, las pérdidas de cortocircuito se reducen a la potencia nominal, si en las tablas de consulta las mismas están referidas a la potencia tipo ($\Delta P'_{\text{ccAB}}$ y $\Delta P'_{\text{ccMB}}$)

$$\Delta P_{\text{ccAB}} = \Delta P'_{\text{ccAB}} \left(\frac{S_{\text{nom}}}{S_{\text{tipo}}}\right)^2;$$

$$\Delta P_{\text{ccMB}} = \Delta P'_{\text{ccMB}} \left(\frac{S_{\text{nom}}}{S_{\text{tipo}}}\right)^2,$$

después se calculan

$$\Delta P_{\text{ccA}} = \frac{\Delta P_{\text{ccAB}} + \Delta P_{\text{ccAM}} - \Delta P_{\text{ccMB}}}{2};$$

$$\Delta P_{\text{ccM}} = \frac{\Delta P_{\text{ccAM}} + \Delta P_{\text{ccMB}} - \Delta P_{\text{ccAB}}}{2};$$

$$\Delta P_{\text{ccB}} = \frac{\Delta P_{\text{ccAB}} + \Delta P_{\text{ccMB}} - \Delta P_{\text{ccAM}}}{2};$$

Los resultados obtenidos del cálculo se utilizan para determinar las resistencias de las derivaciones del circuito equivalente de los autotransformadores.

Las resistencias óhmicas y la conductancia de la derivación de magnetización de los transformadores y autotransformadores pueden despreciarse si no son objeto de estudio los procesos transitorios en regímenes de cargas pequeñas.

Las resistencias de transformadores y autotransformadores en circuitos equivalentes de sucesión inversa se toman iguales a las del circuito de sucesión directa.

La resistencia del circuito equivalente de sucesión nula de transformadores y autotransformadores se determina por sus construcciones y esquemas de conexión de los devanados.

3. **Carga.** En muchos cálculos de procesos transitorios, la carga compleja en los circuitos equivalentes de sistemas eléctricos se representan simplemente por una resistencia invariable. El valor de esta resistencia se determina según la potencia de la carga y la tensión en el nudo (fig. I-3).

Si se desconoce la tensión en unos u otros nudos de carga, las resistencias de carga se determinan por la tensión nominal.

En los cálculos analíticos es conveniente adoptar el circuito equivalente de carga en forma de una resistencia y una reactancia conectadas en serie (fig. I-3, *a*), por lo que tendremos

$$Z_{\text{c}} = r_{\text{c}} + jx_{\text{c}} = \frac{U^2}{S_{\text{c}}} (\cos \varphi_{\text{c}} + j \operatorname{sen} \varphi_{\text{c}}).$$

Al emplear para los cálculos modelos estáticos de corriente alterna, es mucho más cómodo representar la carga por las resistencias y las reactancias conectadas en paralelo (fig. I-3, *b*) igua-

les a:

$$r_c = \frac{U^2}{P_c};$$

$$x_c = \frac{U^2}{Q_c}.$$

En circuitos de sucesión inversa (campo invertido) los valores de las resistencias de carga deben tomarse iguales a:
a) para tensión nominal de 6 — 10 kV

$$Z_{*2c} = 0{,}18 + j0{,}24;$$

b) para tensión nominal de 110 kV

$$Z_{*2c} = 0{,}19 + j0{,}36.$$

Al calcular estas resistencias, se toman como magnitudes básicas la tensión nominal que alimenta la red y la potencia total de

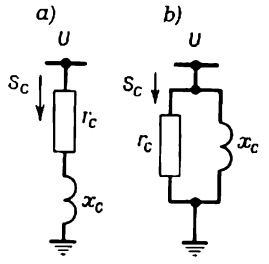


FIG. I-3. Representación de las cargas en los circuitos equivalentes de sistemas eléctricos

trabajo de carga, por eso para otras tensiones básicas y potencia, las resistencias Z_{*2c} deberán reducirse a las nuevas magnitudes básicas, por la fórmula

$$Z_{*2c\,bas} = Z_{*2c} \frac{U^2_{nom}}{S_{carga}} \frac{S_{bas}}{U^2_{bas}}.$$

En los cálculos exactos de estabilidad estática, la carga del sistema se representa por resistencias, cuya magnitud se varía en correspondencia con las características estáticas, en función de la tensión y la frecuencia. En la práctica, se ha difundido más el cálculo de las características estáticas en función de la tensión. Como regla, la variación de la potencia de carga se determina por características estáticas tipo halladas para los consumidores de característica media. En este caso, la dependencia de las potencias activa y reactiva de carga compleja, de la tensión en las barras de 6-10 kV, 110 kV que alimentan la carga, se caracteriza por los datos de la tabla I-2 dados en unidades relativas.

Tabla I-2

U	1,05	1,025	1,00	0,975	0,95	0,925	0,900	0,875	0,85	0,825	0,800	0,775	0,75
P	1,033	1,017	1,00	0,984	0,969	0,954	0,941	0,928	0,916	0,904	0,893	0,882	0,872
Q_{8kV}	1,13	1,063	1,00	0,945	0,900	0,863	0,833	0,807	0,785	0,767	0,751	0,742	0,735
Q_{10kV}	1,09	1,045	1,00	0,962	0,930	0,905	0,885	0,870	0,858	0,849	0,844	0,844	0,848

Al utilizar los datos de la tabla I-2, los valores de las tensiones y las potencias en régimen inicial (U_0, $P_{t(0)}$, $Q_{t(0)}$) se toman iguales a la unidad.

Los cálculos exactos de la estabilidad dinámica pueden necesitar la consideración de las características dinámicas de la carga, que reflejan la influencia de los procesos transitorios en las instalaciones o aparatos de los consumidores de energía, en la magnitud de la potencia activa y reactiva consumida por ellos. En este caso, la resistencia óhmica y la reactancia que representan la carga en el esquema de cálculo se modifican al realizar el cálculo.

La variación de las resistencias se realizan en correspondencia con gráficos tipos o especialmente construidos para el caso dado, que reflejan la relación de la resistencia óhmica y la reactancia del motor de carga equivalente asincrónico con deslizamiento.

4. **Generadores.** Al componer el esquema de cálculo del sistema el circuito equivalente de los generadores cambia según el enfoque del cálculo de los procesos transitorios, en una u otra de las condiciones consideradas. En esta ocasión pueden distinguirse dos casos:

A. Para los ejes longitudinal y transversal de la máquina, se componen los circuitos equivalentes que contienen resistencias óhmicas y reactancias en los circuitos cerrados y resistencias de inducción mutua. En el circuito compuesto para el eje longitudinal se introduce la fuente de la f.e.m. proporcional a la tensión del excitador del generador.

B. El generador se representa en el circuito equivalente por una reactancia seguida por la f.e.m. cuyas correspondientes variaciones reflejan el carácter de los procesos transitorios electromagnéticos del generador.

La reactancia que equivale al generador de regulación automática se toma

en correspondencia al problema a resolver y las necesidades de exactitud del cálculo. Para cálculos aproximados de la estabilidad dinámica y límites de potencia, según las condiciones de estabilidad estática, en condiciones que aseguran la ausencia de autofluctuaciones, los generadores con RAE de acción proporcional se introducen en los circuitos como resistencias transitorias x'_d seguidas por f.e.m. fijas. En los cálculos exactos se debe tener en cuenta el carácter real de la variación de esta f.e.m. condicionada por la debilitación de la corriente libre en el devanado del rotor y por la variación de la tensión de excitación, debida a la regulación.

En los circuitos equivalentes de sucesión inversa, los generadores se representan por sus reactancias de sucesión inversa, al mismo tiempo las f.e.m. que las siguen se consideran iguales a cero.

Las resistencias de los generadores, según datos de catálogo, se calculan en unidades absolutas, por la fórmula

$$x_{\text{g}} = x_{\text{g unid. relat}} \frac{U^2_{\text{nom}}}{S_{\text{nom}}} .$$

En esta fórmula se pone la tensión nominal de aquel grado de transformación al que se refiere la resistencia a calcular.

En la mayoría de los casos, los cálculos de los procesos transitorios electromecánicos se realizan en el sistema de unidades relativas. En este caso, tanto los parámetros de los elementos del circuito equivalente del sistema (resistencias, constantes de tiempo de circuitos cerrados y constantes de inercia), como los parámetros de su régimen (f.e.m., tensión, corriente, potencia, velocidad, etc.) se expresan en fracciones de las correspondientes magnitudes tomadas como básicas.

Al determinar los parámetros de los elementos del circuito y del régimen electromagnético del sistema se pueden tomar arbitrariamente, como magnitudes básicas, dos cualesquiera de las cuatro siguientes: potencia total, corriente, tensión e impedancia. Ordinariamente, por comodidad se toman como básicas la potencia (S_{bas}) y la tensión, en uno de los grados de transformación (U_{bas}). Entonces, en ese grado de transformación se tiene

$$Z_{\text{bas}} = \frac{U^2_{\text{bas}}}{S_{\text{bas}}} ,$$

$$I_{\text{bas}} = \frac{S_{\text{bas}}}{U_{\text{bas}}} .$$

En otros grados de transformación, las resistencias y corrientes básicas se calculan por fórmulas análogas, con la sola diferencia de que en ellas se pone la tensión básica previamente calculada por las relaciones de transformación reales de los transforma-

dores respecto al grado considerado ($\overset{\circ}{U}_{\text{bas}}$)

$$\overset{\circ}{Z}_{\text{bas}} = \frac{\overset{\circ}{U}{}^2_{\text{bas}}}{S_{\text{bas}}};$$

$$\overset{\circ}{I}_{\text{bas}} = \frac{S_{\text{bas}}}{\overset{\circ}{U}_{\text{bas}}}.$$

Los parámetros del circuito y su régimen se calculan para cada grado de transformación, por las fórmulas que siguen, en unidades relativas:

$$\underset{*}{r} + j\underset{*}{x} = \frac{r + jx}{\overset{\circ}{Z}_{\text{bas}}};$$

$$\underset{*}{P} + j\underset{*}{Q} = \frac{P + jQ}{S_{\text{bas}}};$$

$$\underset{*}{\dot{U}} = \frac{\dot{U}}{\overset{\circ}{U}_{\text{bas}}} = \frac{U}{\overset{\circ}{U}_{\text{bas}}} e^{j\varphi_U};$$

$$\underset{*}{\dot{I}} = \frac{\dot{I}}{\overset{\circ}{I}_{\text{bas}}} = \frac{I}{\overset{\circ}{I}_{\text{bas}}} e^{j\varphi_I}.$$

Al calcular en unidades relativas las constantes de tiempo y los parámetros que caracterizan el movimiento mecánico de los rotores de las máquinas del sistema, se toman como básicas la velocidad de sincronismo (ω_0) y el tiempo de revolución del rotor en el ángulo de un radián a la velocidad de rotación de sincronismo, es decir:

$$t_{\text{bas}} = \frac{1}{\omega_0}.$$

Por eso, en unidades relativas, tendremos

$$\underset{*}{T} = \omega_0 T;$$

$$\underset{*}{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}, \text{ etc.}$$

Las constantes de inercia de los grupos del sistema, independientemente de las unidades con que se realiza el cálculo, deben reducirse a la potencia básica por la fórmula

$$T_J = T_{J\,\text{nom}} \frac{S_{\text{nom}}}{S_{\text{bas}}}.$$

§ I-3. PLANTEAMIENTO DE LOS CIRCUITOS DE CALCULO

Al analizar la estabilidad es conveniente simplificar los circuitos de los sistemas energéticos reduciéndolos a otros con menor número de elementos. El grado de simplificación, en este caso, debe determinarse por los medios de cálculo disponibles. Toda

simplificación, de uno u otro grado, es una aproximación; no obstante, habitualmente da resultados bastante fieles. Las simplificaciones pueden realizarse tanto por métodos equivalentes especialmente elaborados, como basándose en la experiencia que se tiene de los cálculos y la experiencia de explotación.

En sistemas energéticos complejos, la simplificación debe realizarse en varias etapas: al componer el circuito de conmutación, al componer el circuito equivalente del sistema y, por último, al calcular el régimen del sistema energético. Las simplificaciones y los cálculos de los circuitos equivalentes se deben realizar por las reglas de equivalencia, distribuyendo la carga en los puntos cercanos según la regla de los momentos, convirtiendo la conexión en estrella a la de triángulo e inversamente, realizando la composición en serie o en paralelo de las resistencias independientes de los elementos del sistema energético, etc. Al simplificar el circuito del sistema energético, con reducción del número de centrales generadoras que intervienen en los cálculos, es necesario tener en cuenta que se puede asegurar la exactitud admisible, absteniéndose de la unificación de centrales generadoras cuyos parámetros relativos (reactancias, constantes de inercia, etc.) se diferencian mucho, cuyas distancias eléctricas del lugar del cortocircuito estudiado se distinguen substancialmente y que tienen cargas considerablemente diferentes en magnitud relativa, en las barras de la tensión generadora. En todos los casos, es conveniente renunciar a la unificación de generadores con compensadores sincrónicos y la unificación de centrales generadoras que conduce a una variación sensible de los flujos de potencia en las direcciones fundamentales y de los valores de la tensión en los nudos del sistema energético.

Es necesario evitar en lo posible el traspaso de cargas de las barras de tensión generadora a las barras de alta tensión de las subestaciones, lo que habitualmente disminuye la exactitud de los cálculos. Para verificar la admisibilidad de las simplificaciones practicadas se recomienda utilizar el método de aproximaciones sucesivas, realizando los cálculos de los circuitos con distinto grado de simplificación.

Circuitos básicos de cálculo de sistemas energéticos. Los circuitos de cálculo de sistemas energéticos en el estudio de la estabilidad estática y dinámica, pueden ser reducidos a una de las cinco formas tomadas como básicas:

1. *Circuito elemental*: generador equivalente — línea de transmisión eléctrica — barras de tensión y frecuencia constantes. A este circuito se puede reducir la central generadora (o grupo de centrales íntimamente ligadas) que trabaja a través de la línea de transmisión eléctrica hacia el sistema eléctrico cuya potencia supera en varias veces (más de 10) la potencia de la central generadora.

2. *Dos máquinas equivalentes sincrónicas de potencia conmensurabl unidas por la línea de transmisión a las cargas intermedias.* La diferencia fundamental entre el esquema dado y el anterior, consiste en la posibilidad de tomar en cuenta las características estáticas y dinámicas, tanto de generadores como de cargas. La estabilidad dinámica de este circuito debe considerarse no sólo en el caso de cortocircuitos, sino también en el de desconexión imprevista de parte de la potencia generada, así como en otras ocasiones, al desconectar grandes cargas.

3. *Dos máquinas equivalentes sincrónicas con grandes cargas locales y débilmente unidas entre sí.* (Se define por «unión débil» la línea de transmisión eléctrica cuyo límite de potencia transmitida no sea mayor de 10-15% de la potencia total de los generadores del menor de los sistemas conectados).

Debe considerarse como caso de cálculo la desconexión de la potencia generadora del sistema energético receptor o la de la carga, en el de transmisión, teniendo en cuenta las oscilaciones o fluctuaciones irregulares de la potencia de la línea de transmisión eléctrica.

4. *Tres máquinas equivalentes sincrónicas con circuito simple de conexión y pequeño número de cargas.* Este circuito puede reflejar importantes casos prácticos como: la transmisión eléctrica de una central potente al sistema energético de potencia conmensurable con existencia de un sistema energético intermedio; el trabajo de dos líneas de transmisión eléctrica para un sistema energético de recepción común; la unificación de tres o más sistemas energéticos. Según los parámetros del circuito, pueden ser casos de cálculo distintas perturbaciones del régimen normal de trabajo.

5. *Circuitos complejos con gran número de máquinas equivalentes sincrónicas (cuatro y más) y cargas.* El estudio de la estabilidad de tales circuitos que exijan un gran volumen de cálculo con empleo de modelos estáticos (mesas de cálculo) de corriente alterna, máquinas calculadoras analógicas y digitales, se realiza cuando la simplificación ulterior puede conducir a errores serios.

§ I-4. CONVERSION («EQUIVALENCIA») DE CIRCUITOS ELECTRICOS COMPLEJOS

La unificación de centrales generadoras conduce a la reducción del número de grados de libertad del sistema, y, por lo tanto, en principio no es una operación rigurosa. Por eso, el sistema eléctrico convertido puede considerarse como un sistema equivalente al original sólo desde el punto de vista de ciertas propiedades determinadas.

Al analizar la estabilidad del sistema, la unificación de centrales generadoras (convencionalmente equivalente) debe realizarse de manera que su movimiento refleje, del mejor modo, el carác-

ter del movimiento del grupo de centrales unificadas respecto a las restantes centrales del sistema. Este problema puede ser resuelto con mayor rigor si en la equivalente se unifican centrales cuyos ángulos relativos de defasaje de los rotores permanecen constantes durante todo el intervalo estudiado del proceso transitorio. La unificación de centrales, aceptada en la práctica de cálculo, está indefectiblemente relacionada con un determinado

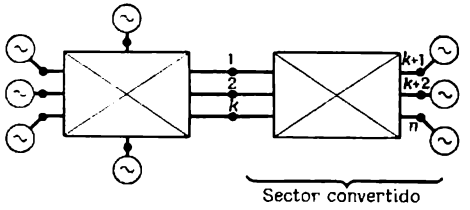


FIG. I-4. Circuito convencional de un sistema eléctrico complejo

error en los resultados del cálculo, error que es función del grado de acierto con el que se haya elegido el grupo de centrales a unificar.

Al equivaler se recomienda aprovechar la experiencia de explotación del sistema analizando los resultados de los cálculos de procesos transitorios, realizados y verificados anteriormente. El simple enfoque prevé la unificación de centrales con valores semejantes de constantes de inercia, con valores aproximadamente iguales de las conductibilidades propias y conductibilidades mutuas entre derivaciones de centrales a unificar, así como entre esas derivaciones y la derivación donde se supone el cortocircuito previsto.

Las centrales cuyos sistemas de regulación automática pueden provocar las fluctuaciones de los generadores, no se exponen a unificación. La experiencia muestra que tal autofluctuación en los sistemas, prácticamente, es posible al emplear unos u otros sistemas de «fuerte regulación», por eso en el circuito equivalente del sistema, algunas centrales provistas de reguladores de acción intensa deben considerarse como elementos independientes, que no entran en los sectores convertidos del mismo, si solamente no se ha comprobado especialmente la ausencia de autofluctuación en el sistema.

Al seleccionar las centrales para unificarlas en una equivalente, se debe tener en cuenta los medios supuestos de consideración de los procesos transitorios electromagnéticos en los generadores, durante el cálculo fijado del sistema. La unificación de las centrales cuyas f.e.m. se pueden considerar constantes durante el estudio del proceso, ordinariamente conduce al menor error.

En la fig. I-4 está representado el circuito del sistema en el que están destacados los nudos. Los circuitos de los sectores con-

vertido y no convertido del sistema, no están dados completos, siendo representados convencionalmente por rectángulos con diagonales. La interconexión entre los sectores no convertidos y los expuestos a conversión del sistema de la fig. I-4 se realiza mediante las derivaciones 1, 2, ..., k, las que a veces se denominan derivaciones de empalme del sector convertido del sistema con el resto del mismo. Para aclarar este concepto, en la fig. I-5 se muestra una sección de la red eléctrica que relaciona sectores convertidos y no convertidos del sistema, donde se ha destacado la derivación de empalme.

Si se considera que las centrales $k + 1$, $k + 2$, ..., n, en la fig. I-4 tomadas para la unificación, trabajan en fases iguales,

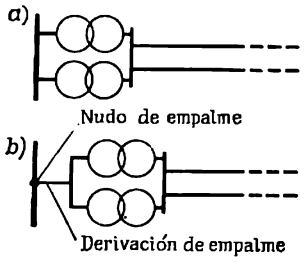


FIG. I-5. Circuito de un sector de la red eléctrica
a) para el cálculo de los parámetros de régimen de la central equivalente:
b) para el cálculo de los parámetros de régimen de derivaciones de empalme

entonces las condiciones de equivalencia del régimen de los sistemas inicial y convertido son: 1) la igualdad de las potencias en las derivaciones de empalme de ambos circuitos; 2) la igualdad entre la potencia de la central equivalente y la suma de las potencias de las centrales unificadas; 3) la igualdad entre la constante de inercia de la central equivalente y la suma de las constantes de inercia de las centrales unificadas

$$T_{J_e} = T_{J_{k+1}} \frac{S_{\text{nom } k+1}}{S_{\text{bas}}} + T_{J_{k+2}} \frac{S_{\text{nom } k+2}}{S_{\text{bas}}} + \ldots + T_{J_n} \frac{S_{\text{nom } n}}{S_{\text{bas}}} . \qquad \text{(I-5)}$$

Al calcular los parámetros del circuito equivalente del sector convertido del sistema es conveniente distinguir dos casos:

1) el régimen del sector convertido está previamente calculado, además se han encontrado las tensiones en todos los nudos de la red, así como se han determinado, en magnitud y fase, las f.e.m. de las centrales generadoras unificadas;

2) se conoce el esquema de conexiones eléctricas del sector convertido del sistema, las potencias de cargas de ese sector y las potencias que circulan en las derivaciones de empalme, así como las tensiones en los nudos que les corresponden, mientras

que para determinar el régimen de marcha o servicio de cada una de las centrales unificadas no existen datos suficientemente fehacientes.

El primer caso pertenece al análisis de procesos transitorios del sistema correspondiente con parámetros conocidos y condiciones de distribución económicamente conveniente de la potencia

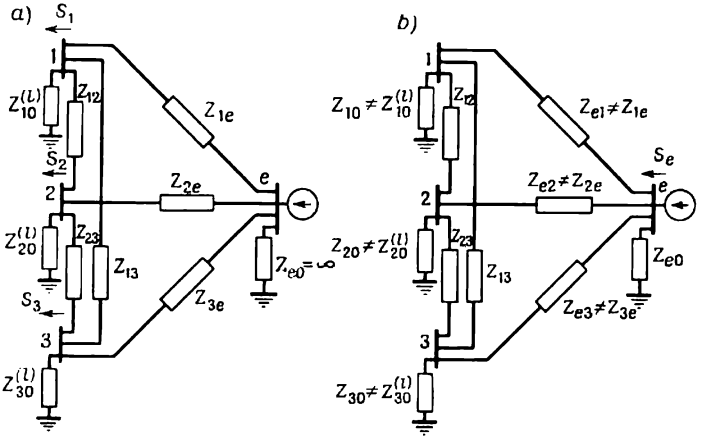


FIG. I-6. Circuito equivalente del sector convertido del sistema con tres derivaciones de empalme

entre sus centrales generadores. El segundo caso corresponde a los cálculos de perspectivas de los regímenes de los sistemas existentes o cálculos de diseño.

En el primero de los casos, las condiciones antes formuladas de equivalencia del régimen de los sistemas inicial y convertido se satisfacen cuando el circuito equivalente del sector convertido del sistema tiene la forma mostrada en la fig. I-6 para el caso particular de tres derivaciones de empalme. Este esquema es un polígono con diagonales y derivaciones de carga en los nudos de empalme y el nudo de la central equivante.

La particularidad distintiva del circuito reside en que las magnitudes de las resistencias que lo componen deben tomarse distintas, según se determine el régimen de las derivaciones de empalme o de la central generadora equivalente (fig. I-6, *a* y *b*).

Al determinar los parámetros del circuito equivalente, destinado a hallar las potencias, las corrientes o las tensiones en las derivaciones y nudos de empalme, así como en el sector no convertido del sistema, la f.e.m. de la central equivalente debe tomarse arbitrariamente, en este caso tanto su magnitud como su ángulo de fase pueden tener cualesquier valores. Es conveniente establecer esos valores del mismo orden, que es característico para la f.e.m. de las centrales unificadas.

Tomando la f.e.m. $\dot{E}_e = E_e \angle \delta_e$, las conductibilidades mutuas entre derivaciones de empalme (l) y la derivación de la central equivalente se calculan por la fórmula

$$Y_{le} = \frac{\sum_{j=k+1}^{n} \dot{E}_j Y_{lj}}{\dot{E}_e} \qquad (I\text{-}6)$$

$$(l = 1,\ 2,\ \ldots,\ k).$$

El numerador de esta fórmula es la suma de los productos cada uno de los cuales contiene como factores la f.e.m. de una de las centrales unificadas y la conductibilidad mutua entre la derivación de esta central y aquella derivación de empalme (l) para la cual se calcula la conductibilidad incóngita del circuito equivalente.

Las conductibilidades mutuas entre las derivaciones de empalme (Y_{li}, $i = 1, 2, \ldots, k$; $l = 1, 2, \ldots, k$; $l \neq i$) del circuito equivalente, así como las conductibilidades propias de estas derivaciones (Y_{ll}) tienen los mismos valores que en el circuito inicial no convertido. Conociendo las conductibilidades propias y mutuas, las conductibilidades de las derivaciones de carga del circuito equivalente de la fig. I-6,*a* se determinan por las expresiones

$$\left.\begin{aligned} Y_{10}^{(l)} &= Y_{11} - \sum_{i=2}^{k} Y_{1i} - Y_{1e}; \\ Y_{20}^{(l)} &= Y_{22} - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 2}}^{k} Y_{2i} - Y_{2e}; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_{k0}^{(l)} &= Y_{kk} - \sum_{j=1}^{k-1} Y_{ki} - Y_{ke}. \end{aligned}\right\} \qquad (I\text{-}7)$$

Para el caso particular de tres derivaciones de empalme

$$Y_{10}^{(l)} = Y_{11} - Y_{12} - Y_{13} - Y_{1e};$$
$$Y_{20}^{(l)} = Y_{22} - Y_{12} - Y_{23} - Y_{2e};$$
$$Y_{30}^{(l)} = Y_{33} - Y_{13} - Y_{23} - Y_{3e}.$$

La conductibilidad de la derivación de carga de la central equivalente en el circuito estudiado se toma igual a cero.

Los parámetros del circuito equivalente destinado a determinar las potencias y las corrientes de la central equivalente se calculan en sucesión análoga. Al tomar la f.e.m. de la central equivalente, las conductibilidades mutuas entre las derivaciones de empalme y la derivación de la central equivalente se hallan

dor la fórmula

$$\hat{Y}_{el} = \frac{\sum_{j=k+1}^{n} \dot{E}_j \hat{Y}_{jl}}{\dot{E}_e} \qquad (I\text{-}8)$$

$$(l = 1,\ 2,\ \ldots,\ k;\ Y_{jl} = Y_{lj}),$$

distinta a la del primer caso. Las conductibilidades mutuas entre las derivaciones de empalme y las propias de esas derivaciones se toman iguales a las correspondientes magnitudes del primer circuito. Las conductibilidades de las derivaciones de carga se calculan por las fórmulas

$$\left.\begin{aligned} Y_{10} &= Y_{11} - \sum_{i=2}^{k} Y_{1i} - Y_{e1}; \\ Y_{20} &= Y_{22} - \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq 2}}^{k} Y_{2i} - Y_{e2}; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Y_{k0} &= Y_{kk} - \sum_{i=1}^{k-1} Y_{ki} - Y_{ek}, \end{aligned}\right\} \qquad (I\text{-}9)$$

$$\hat{Y}_{ee} = \frac{1}{|\dot{E}_e|^2}\left(\sum_{j=k+1}^{n} E_j^2 \hat{Y}_{jj} - \sum_{m=k+1}^{n} \dot{E}_m \sum_{\substack{j=k+1 \\ j\neq m}}^{n} \hat{E}_j \hat{Y}_{mj}\right). \qquad (I\text{-}10)$$

Todas las fórmulas dadas anteriormente son correctas para cualquier número de derivaciones de empalme y centrales unificadas. Para el caso particular de una derivación de empalme, en el circuito se puede determinar de otra forma los parámetros del circuito equivalente del sector convertido del sistema. En este caso las condiciones de equivalencia del régimen de los sistemas inicial y convertido pueden ser satisfechas con iguales resistencias del circuito, tanto al determinar las características de régimen de la derivación de empalme y del sector no convertido del sistema, como al calcular las potencias y las corrientes de la derivación de la central equivalente. En este caso, la f.e.m. de la central equivalente varía en función de la derivación del sistema elegida para los cálculos.

En la fig. I-7 se muestra el circuito equivalente obtenido de este modo. Al calcular sus parámetros se debe tomar arbitrariamente el módulo de conductibilidad mutua entre la derivación de empalme y la derivación de la central equivalente $y_{1e} = y_{e1} = |Y_{1e}| = |Y_{e1}|$. En este caso conviene tomar

$$Y_{1e} = \sum_{j=2}^{n} Y_{1j}.$$

Entonces, el módulo de la f.e.m. de la central equivalente que se debe tener en cuenta en el circuito para el cálculo de las

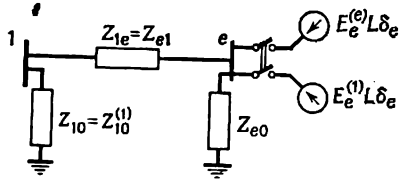


FIG. I-7. Circuito equivalente del sector convertido del sistema con una derivación de empalme

características de la derivación de empalme, se determina por la fórmula

$$E_e^{(1)} = \frac{\left|\sum_{j=2}^{n} \dot{E}_j Y_{1j}\right|}{y_{1e}} \qquad \text{(I-11)}$$

y al calcular el régimen de la derivación de la central equivalente, se determina por la fórmula

$$E_e^{(e)} = \frac{\sum_{j=2}^{n} \dot{E}_j \hat{Y}_{1j}}{y_{1e}} . \qquad \text{(I-12)}$$

La conductibilidad propia de la derivación de empalme del circuito convertido posee el mismo valor que en el circuito original, es decir

$$Y_{11}^{e} = Y_{11},$$

la conductibilidad propia de la derivación de la central equivalente se determina por la expresión

$$\hat{Y}_{ee} = \frac{1}{|\dot{E}_e^{(e)}|^2}\left(\sum_{j=2}^{n} E_j^2 \hat{Y}_{jj} - \sum_{m=2}^{n} \dot{E}_m \sum_{\substack{j=2 \\ i\neq m}}^{n} \hat{E}_j \hat{Y}_{mj}\right) . \qquad \text{(I-13)}$$

Los ángulos de fase de las f.e.m. complejas de la central equivalente y de la conductibilidad mutua $Y_{1e} = Y_{e1}$ deben calcularse por las fórmulas

$$\delta_e = \frac{\gamma_{e1} + \gamma_{1e}}{2} , \qquad \text{(I-14)}$$

$$\psi_{1e} = \psi_{e1} = \frac{\gamma_{e1} - \gamma_{1e}}{2} , \qquad \text{(I-15)}$$

donde γ_{e1} y γ_{1e} son los argumentos de las expresiones complejas

$$\sum_{j=2}^{n} \dot{E}_j Y_{1j} = \left| \sum_{j=2}^{n} \dot{E}_j Y_{1j} \right| e^{j\gamma_{1e}};$$

$$\sum_{j=2}^{n} \dot{E}_j \hat{Y}_{j1} = \left| \sum_{j=2}^{n} \dot{E}_j \hat{Y}_{j1} \right| e^{j\gamma_{e1}}.$$

Los resultados de los cálculos permiten obtener todos los parámetros del circuito equivalente en Π mostrado en la fig. I-7; en este caso tendremos

$$Y_{1e} = Y_{e1} = y_{1e} e^{-j\psi_{1e}},$$
$$Y_{10} = Y_{11} - Y_{1e},$$
$$Y_{e0} = Y_{ee} - Y_{1e},$$
$$\dot{E}_e^{(1)} = E_e^{(1)} e^{j\delta_e},$$
$$\dot{E}_e^{(e)} = E_e^{(e)} e^{j\delta_e}.$$

Hay que recordar que ambas f.e.m. de la central equivalente se caracterizan por un mismo ángulo de fase δ_e.

Para la equivalencia «aproximada» (segundo caso), el sector convertido del sistema se representa también por un circuito equivalente de forma poligonal con diagonales y resistencias de carga. En este caso todos los parámetros del circuito, así como las f.e.m. de la central equivalente no varían en dependencia de la elección de la derivación cuyo régimen se supone determinar basándose en tal circuito.

Para determinar estos parámetros se compone el circuito equivalente completo del sector convertido del sistema, en el que las cargas se introducen por resistencias constantes calculadas por sus potencias prefijadas y la tensión nominal de la red. En este circuito entran las resistencias de todos los elementos del sistema que, en el caso considerado, se limita con los nudos de empalme y barras de la tensión generadora de las centrales unificadas. Conforme a este circuito se calculan las conductibilidades propias de las derivaciones de empalme y las conductibilidades mutuas entre esas derivaciones. Se determina también la conductibilidad propia de la central equivalente, para eso las barras de la tensión generadora de las centrales unificadas se consideran conectadas a la fuente de tensión general U_e y las derivaciones de empalme cortocircuitadas. El circuito de cálculo para determinar la conductibilidad propia de la central equivalente está mostrado en la fig. I-8, de donde se deduce

$$Y_{ee} = \frac{\dot{I}_e}{\dot{U}_e} = y_{ee} e^{-j\psi_{ee}} = y_{ee} e^{-j(90° - \alpha_{ee})}.$$

Estas magnitudes obtenidas de los cálculos se utilizan para calcular la tensión en las barras de la central equivalente, en magnitud y fase, las conductibilidades mutuas entre la derivación de la central y las derivaciones de empalme, así como las resistencias de carga del circuito equivalente. Las sumas de las potencias activas y reactivas de las centrales unificadas son datos

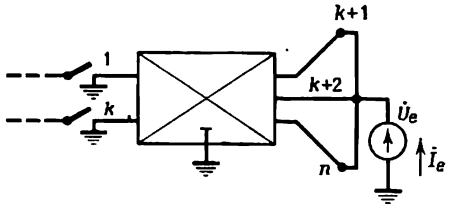


FIG. I-8. Circuito convencional de cálculo para determinar conductibilidad propia de la central equivalente

iniciales en estos cálculos. Las potencias se establecen aproximadamente teniendo

$$P_e = P_\Sigma = (1{,}05 \ \ldots \ 1{,}07)\,(P_{\text{carga}\,\Sigma} - \sum_{i=1}^{k} P_i);$$

$$Q_e = Q_\Sigma = P_\Sigma \operatorname{tg} \varphi_{\text{medio}}$$

donde $P_{\text{carga}\,\Sigma}$ es la suma de las potencias activas de las cargas del sector convertido del sistema;

$\sum_{i=1}^{k} P_i$ es la suma de la potencias activas en las derivaciones de empalme consideradas positivas en sentido del sector convertido;

φ_{medio} es el factor de potencia medio de las centrales unificadas.

Basándose en todas estas magnitudes, el ángulo de fase de la tensión (δ_{U_e}) en las barras de la central equivalente se determina por la siguiente ecuación transcendental la que puede ser resuelta por el método gráfico-analítico:

$$\frac{1}{\operatorname{sen} \alpha_{ee}} \left\{ P_e - \sum_{i=1}^{k} [P_{i\Sigma} \cos 2\,(\delta_{Ue} - \delta_i) + Q_{i\Sigma} \operatorname{sen} 2\,(\delta_{Ue} - \delta_i)] \right\} =$$

$$= \frac{1}{\cos \alpha_{ee}} \left\{ Q_e - \sum_{i=1}^{k} [P_{i\Sigma} \operatorname{sen} 2\,(\delta_{Ue} - \delta_i) - Q_{i\Sigma} \cos 2\,(\delta_{Ue} - \delta_i)] \right\}. \qquad \text{(I-16)}$$

En esta fórmula $P_{i\Sigma}$ y $Q_{i\Sigma}$ corresponden a las potencias activa y reactiva, determinadas por las expresiones

$$P_{i\Sigma} = P_i - U_i^2 y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii} - U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{k} U_j y_{ij} \operatorname{sen} (\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}); \quad \text{(I-17)}$$

$$Q_{i\Sigma} = -Q_i + U_i^2 y_{ii} \cos \alpha_{ii} - U_i \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{k} U_j y_{ij} \cos (\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}),$$

donde P_i y Q_i son las potencias activa y reactiva dadas en la i-ésima derivación de empalme;

$U_i^2 y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii}$ y $U_i^2 y_{ii} \cos \alpha_{ii}$ son las potencias activa y reactiva propias en la i-ésima derivación de empalme.

Los últimos miembros de las fórmulas (I-17) caracterizan las potencias mutuas de las derivaciones de empalme, determinadas por las resistencias mutuas entre las mismas y las tensiones en los nudos de empalme.

En el caso particular de fases iguales de las tensiones en los nudos de empalme $\delta_1 = \delta_2 = \ldots \delta_k = \delta_i$, la ecuación (I-16) se reduce al cuadrado y, por lo tanto, se resuelve en forma general. En este caso, se tiene

$$\operatorname{sen} 2 (\delta_{Ue} - \delta_i) = \frac{-ab - c\sqrt{a^2 - b^2 + c^2}}{a^2 + b^2}$$

donde

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{k} P_{i\Sigma}}{\cos \alpha_{ee}} - \frac{\sum_{i=1}^{k} Q_{i\Sigma}}{\operatorname{sen} \alpha_{ee}};$$

$$b = \frac{P_e}{\operatorname{sen} \alpha_{ee}} - \frac{Q_e}{\cos \alpha_{ee}};$$

$$c = \frac{\sum_{i=1}^{k} P_{i\Sigma}}{\operatorname{sen} \alpha_{ee}} + \frac{\sum_{i=1}^{k} Q_{i\Sigma}}{\cos \alpha_{ee}}.$$

El módulo de la tensión en las barras de la central equivalente se calcula por la fórmula

$$U_e = \sqrt{\frac{1}{y_{ee} \operatorname{sen} \alpha_{ee}} \left\{ P_e - \sum_{i=1}^{k} [P_{i\Sigma} \cos 2 (\delta_{Ue} - \delta_i) + Q_{i\Sigma} \operatorname{sen} 2 (\delta_{Ue} - \delta_i)] \right\}}.$$

(I-18)

Las conductibilidades mutuas entre la derivación de la central equivalente y las derivaciones de empalme $Y_{ie} = y_{ie} e^{-j\psi_{ie}} = y_{ie} e^{-j(90°-\alpha_{ie})}$ pueden ser determinadas mediante la expresión

$$y_{ie} = \frac{P_{i\Sigma}}{U_i U_e \operatorname{sen}(\delta_i - \delta_{Ue} - \alpha_{ie})}, \qquad \text{(I-19)}$$

además

$$\alpha_{ie} = \operatorname{arctg}\left(-\frac{P_{i\Sigma}}{Q_{i\Sigma}}\right) - \delta_{Ue} + \delta_i. \qquad \text{(I-20)}$$

Estas mismas magnitudes pueden ser obtenidas directamente, basándose en el circuito equivalente de la fig. I-9, por cualquiera

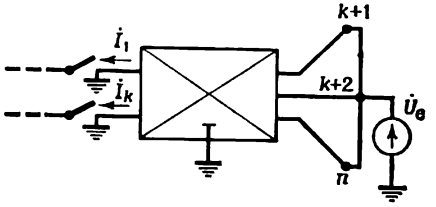


FIG. I-9. Circuito convencional de cálculo para determinar las conductibilidades mutuas

de los métodos de determinación de las conductibilidades mutuas. En el caso particular de una derivación de empalme (fig. I-10),

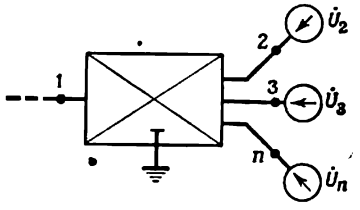


FIG. I-10. Circuito convencional del sector convertido del sistema con una derivación de empalme

para la cual, naturalmente, son justas todas las correlaciones antes establecidas, se logra expresarlas en una forma más sencilla

$$U_e = \sqrt{\frac{P_e + \frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha}(P_1 - U_1^2 y_{11} \operatorname{sen}\alpha_{11})}{y_{ee} \operatorname{sen}\alpha_{ee}}}; \qquad \text{(I-21)}$$

$$\delta_{1e} = \frac{\alpha + \beta}{2}; \qquad \text{(I-22)}$$

$$y_{1e} = \frac{P_1 - U_1^2 y_{11} \operatorname{sen}\alpha_{11}}{U_1 U_e \operatorname{sen}\alpha}; \qquad \text{(I-23)}$$

$$\alpha_{1e} = \frac{\beta - \alpha}{2}\ ; \tag{I-24}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{P_1 - U_1^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11}}{U_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - Q_1}\ ; \tag{I-25}$$

$$\beta = \operatorname{arcsen} \frac{\cos \alpha_{ee} \, (Q_e \operatorname{tg} \alpha_{ee} - P_e)}{\sqrt{(P_1 - U_1^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11})^2 + (U_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - Q_1)^2}} + \alpha_{ee}. \tag{I-26}$$

Los métodos antes recomendados de conversiones equivalentes previeron la resolución del problema conservando invariables las potencias en los límites de los sectores convertidos y para la igualdad de potencia de la central equivalente a la suma de las potencias de las centrales unificadas. Al realizar cálculos prácticos se puede tropezar con los casos en que es necesario mantener constantes los parámetros del régimen sólo en las derivaciones de empalme y en los sectores no convertidos del circuito. Esto se produce al resolver problemas que no están relacionados con el análisis del equilibrio de los momentos en los ejes de las centrales unificadas y equivalente, y cuando es objeto de estudio el régimen establecido del sistema fuera de los límites del sector convertido (por ejemplo, la determinación de la tensión en el extremo abierto de la línea extendida, durante la sincronización de la central alejada con el sistema receptor).

En estos casos se simplifica el cálculo de los parámetros del circuito equivalente. Si estos parámetros se determinan conforme a las f.e.m. conocidas de las centrales unificadas, entonces es necesario utilizar la fórmula (I-6) tomando arbitrariamente en la misma la magnitud y el ángulo de fase de la f.e.m. de la central equivalente y determinando la conductibilidad mutua entre la derivación de la central equivalente y las derivaciones de empalme.

En las condiciones estudiadas, al calcular a mano los regímenes de circuitos relativamente simples para obtener los parámetros del circuito equivalente del sector convertido se puede utilizar las fórmulas

$$\left.\begin{aligned} Y_e &= Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n, \quad Z_e = \frac{1}{Y_e}\ ; \\ \dot{E}_e &= \frac{1}{Y_e} (\dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2 + \ldots + \dot{E}_n Y_n) \end{aligned}\right\} \tag{I-27}$$

uniendo las derivaciones de carga y las derivaciones de las centrales generadoras. El circuito de la fig. I-11 ilustra tal conversión. Durante su ejecución, la f.e.m. de la derivación de carga se considera igual a cero.

Tanto en el caso general, como en las conversiones, conservando el régimen sólo de las derivaciones de empalme, puede ser conveniente la simplificación previa del circuito de cálculo del sector convertido. El propósito de tal simplificación debe ser la reduc-

ción del número de elementos del circuito para asegurar la ulterior determinación de las conductibilidades propias y mutuas. Esto es de especial importancia al emplear en las operaciones ulteriores mesas de cálculo de corriente alterna en las que se limita el número de elementos de carga y de línea.
Como se dijo antes, la simplificación del circuito del sistema se reduce a la aplicación, en una sucesión determinada por la

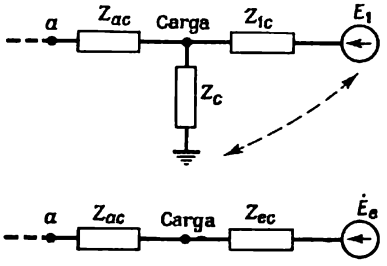


FIG. I-11. Conversión del circuito equivalente

configuración del circuito, de las conversiones de estrella en triángulo y viceversa, así como a la distribución de las cargas. Sin embargo, es necesario subrayar nuevamente que la distribución de las cargas no es una operación rigurosa, la que es permitida sólo para tensiones semejantes, en magnitud y fase, en el nudo de conexión de la carga transportada y en los nudos a donde esta carga se transporta.

§ I-5. CALCULO DE LAS CONDUCTIBILIDADES PROPIAS Y MUTUAS DE LOS CIRCUITOS EQUIVALENTES DE SISTEMAS ELECTRICOS

Al calcular las potencias de las centrales generadoras, en los cálculos de procesos transitorios del sistema eléctrico se utilizan ampliamente las fórmulas obtenidas basándose en el principio de superposición. En este caso, las propiedades del circuito equivalente del sistema considerado se reflejan en las magnitudes de las conductibilidades propias y mutuas de las derivaciones de su circuito equivalente.
En la práctica del cálculo se utilizan dos métodos para determinar las conductibilidades propias y mutuas. El primero consiste en la reducción del circuito equivalente del sistema mediante las conversiones sucesivamente realizadas a la forma de polígono con diagonales y resistencias de carga en los nudos (fig. I-12). En este caso se utilizan, en una u otra sucesión, según la configuración del circuito, conversiones tales como la sustitución del triángulo por la estrella equivalente y viceversa, la de la estrella

de múltiples terminales por el polígono equivalente, la composición en serie y en paralelo de las resistencias de derivaciones independientes.
En el polígono, obtenido como resultado final de la conversión, las resistencias de los lados y de las diagonales son magnitudes inversas de conductibilidades mutuas con subíndices que

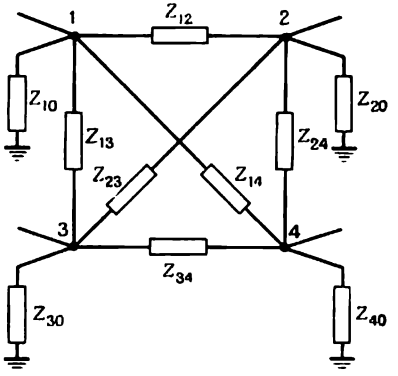


FIG. I-12. Para determinar las conductibilidades propias y mutuas

corresponden a la enumeración de los nudos entre los cuales están conectadas las resistencias señaladas. Las conductibilidades propias de las derivaciones del circuito se determinan por la fórmula

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} Y_{ji} = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{1}{Z_{ji}} \qquad \text{(I-28)}$$

por la cual las conductibilidades son iguales a la suma de las magnitudes inversas de las resistencias de las derivaciones del polígono que concurren al nudo.
La imperfección del método considerado reside en la falta de un algoritmo general de cálculo, cuya sucesión se varía en función de condiciones concretas. Esta circunstancia no permite emplear los medios de simulación matemática, ni la CN para facilitar el cálculo. Por eso, el método de conversiones puede ser recomendado para determinar conductibilidades propias y mutuas sólo en circuitos comparativamente simples.
Otro método de resolución de este problema está relacionado con el cálculo del régimen del circuito equivalente, en el que todas las derivaciones, para las cuales se determinan las conductibilidades propias y mutuas, fuera de una (la i-ésima), están cerradas en el circuito de retorno, mientras que en una de las derivaciones está conectada la fuente de tensión ($\dot{U}_i$). Según los resultados de

tal cálculo se determinan las conductibilidades

$$Y_{ij} = \frac{\dot{I}_j}{\dot{U}_i} \qquad (j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \tag{I-29}$$

donde n es el número de derivaciones para las cuales se determinan las conductibilidades incógnitas. En la fig. I-13 se da como

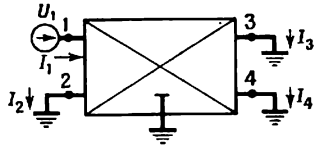


FIG. I-13. Circuito convencional de cálculo para determinar las conductibilidades propias y mutuas

ejemplo el circuito convencional de cálculo para determinar las conductibilidades propias y mutuas con cuatro derivaciones de centrales generadoras.

Los cálculos se repiten al conectar la fuente de tensión sucesivamente en todas las derivaciones cuyas conductibilidades propias y mutuas se determinan.

El método da el algoritmo general para cualquiera de los circuitos estudiados; por eso, el mismo puede ser utilizado con éxito

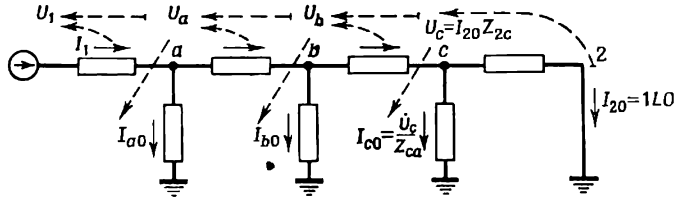


FIG. I-14. Para determinar las conductibilidades propias y mutuas por el método de corrientes unitarias

tanto en el cálculo a mano como al emplear mesas de cálculo y CN. En el primer caso es cómodo utilizar el procedimiento de cálculo, a veces denominado método de corrientes unitarias. De acuerdo a este método, en una de las derivaciones cortocircuitadas del circuito se aplica una corriente igual a la unidad; a continuación se determina la tensión que debe mantener la fuente de tensión del esquema en tal régimen. Para ilustrar este procedimiento, en la fig. I-14 se muestra el circuito, en el que con flechas está indicada la sucesión de las magnitudes determinadas en el cálculo por el método considerado. Las tensiones de las fuentes de alimentación y las corrientes halladas en todas las

derivaciones del circuito permiten calcular mediante la fórmula (I-29) las conductibilidades incógnitas.

La determinación de las conductibilidades propias y mutuas de los circuitos equivalentes de sistemas complejos, en el cálculo a mano, exige mucho tiempo y trabajo para las operaciones análogas con números complejos. Para acelerar el cálculo deben utilizarse mesas de cálculo o cuadros de cálculo de corriente alterna y la CN. En las mesas de cálculo se reproduce, en la escala elegida, el circuito equivalente del sistema, después se miden, en magnitud y fase, las corrientes en las derivaciones cortocircuitadas y en la derivación donde se ha conectado la fuente de alimentación, así como la tensión de la fuente en magnitud y fase *. A continuación, el cálculo de las conductibilidades propias y mutuas se realiza por la fórmula (I-29).

Al utilizar la CN, son posibles distintos procedimientos de resolución del problema. Uno de ellos consiste en el cálculo del régimen del circuito equivalente, en este caso se considera que a la derivación de una de las centrales generadoras está conectada la fuente de tensión, mientras que las f.e.m. de otras centrales generadoras se consideran iguales a cero. Tal cálculo permite determinar las conductibilidades propias y mutuas de un modo completamente igual que en el cálculo a mano o con empleo de mesas de cálculo.

En uno de los programas** elaborados, el cálculo del régimen del circuito se realiza por el método de tensiones nodales. Los datos iniciales del cálculo son: el circuito de la red, las resistencias de todas sus derivaciones reducidas a un grado de tensión y las susceptancias capacitivas de las líneas. De acuerdo al programa elaborado, el cálculo en la computadora se comienza con el cálculo de las conductibilidades de las derivaciones. Así, para la derivación conectada entre los nudos p y q tenemos

$$Y_{pq}=Y'_{pq}+jY''_{pq}=\frac{1}{Z_{pq}}=\frac{r_{pq}}{r_{pq}^2+x_{pq}^2}+j\,\frac{x_{pq}}{r_{pq}^2+x_{pq}^2}\,.$$

A continuación, para cada uno de los nudos del esquema, se determinan las sumas de las conductibilidades de las derivaciones conectadas al nudo dado

$$Y_{pp}=Y'_{pp}+jY''_{pp}=\sum_{j=1}^{q}(Y'_{pj}+jY''_{pj}),$$

donde q es el número de nudos conectados con el dado; así como los coeficientes C_p y D_p que entran en la ecuación de los potenciales nodales y son iguales a

$$C_p=\frac{Y'_{pp}}{(Y'_{pp})^2+(Y''_{pp})^2}\,;\qquad D_p=\frac{Y''_{pp}}{(Y'_{pp})^2+(Y''_{pp})^2}\,.$$

---

* La fase de la tensión se mide desde el mismo eje, respecto al cual se determinan los defasajes de las corrientes en las derivaciones.

** El programa ha sido elaborado en el laboratorio de centrales eléctricas del Instituto de Electrodinámica de la Academia de Ciencias de la RSS de Ucrania.

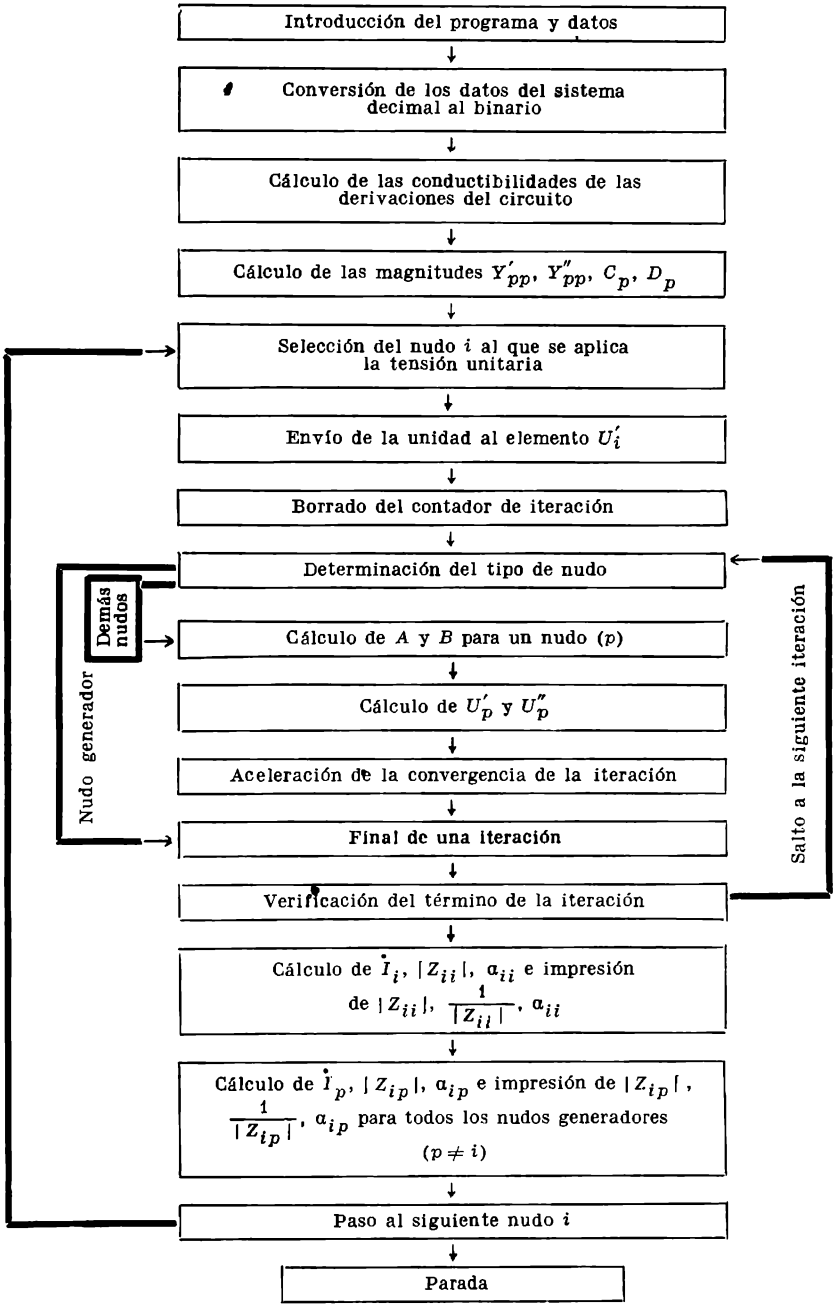


FIG. I-15. Esquema en bloque del programa de cálculo de las conductibilidades propias y mutuas de sistemas eléctricos complejos

Luego, la sigue la determinación de las tensiones nodales del circuito considerado, en uno de cuyos nudos (i) se considera aplicada una tensión igual a la unidad. En este caso, la computadora resuelve por el método iterativo el sistema de ecuaciones que determina las magnitudes y las fases de las tensiones en sus puntos nodales o punto de transición. Estas ecuaciones son

$$U'_p + jU''_p = \frac{\sum_{j=1}^{q} (Y'_{pj} + jY''_{pj})(U'_j + jU''_j)}{\sum_{j=1}^{q} (Y'_{pj} + jY''_{pj})}$$

ó

$$U'_p = A_p C_p + B_p D_p; \quad U''_p = B_p C_p - A_p D_p$$

donde

$$A_p = \sum_{j=1}^{q} (Y'_{pj} U'_j - Y''_{pj} U''_j);$$

$$B_p = \sum_{j=1}^{q} (Y'_{pj} U''_p + Y''_{pj} U'_p).$$

En este cálculo, los nudos conectados a las derivaciones de las centrales generadoras (nudos generadores) se apartan, puesto que las tensiones en ellos están dadas (0 ó 1).
Después de terminar la iteración (para su mayor rapidez de convergencia se utilizan los coeficientes aceleradores) se calcula la conductibilidad propia de la derivación de la i-ésima central generadora, así como las conductibilidades mutuas entre esa derivación y las derivaciones de las restantes centrales generadoras. A continuación, todos los cálculos del régimen se repiten al conectar sucesivamente la fuente de tensión en cada una de las derivaciones de las demás centrales generadoras. El esquema en bloque del programa considerado está representado en la fig. I—15.

Al calcular las conductibilidades propias y mutuas de sistemas muy complejos y bifurcados, se puede tropezar con el caso en que con una serie sucesiva de cálculos no se lorga determinar todas las magnitudes incógnitas. El motivo puede residir en que el número de elementos del circuito equivalente del sistema supera el número de elementos de la mesa de cálculo, o bien en que la cantidad de nudos y derivaciones del circuito no corresponde a la discriminación del programa de cálculo en la CN (computadora numérica). En estos casos, el circuito equivalente puede ser dividido en regiones separadas y, para cada una de ellas, calculadas las conductibilidades propias de las derivaciones de empalme de las regiones, una respecto a la otra, y las conductibilidades mutuas entre esas derivaciones. Como resultado de semejante cálculo, cada una de estas regiones puede ser representada por el circuito equivalente, en forma de polígono con diagonales y resistencias de carga en los nudos de empalme.
Si los cálculos de las conductibilidades propias y mutuas se realizan por el método de conversión, se determinan directamente los parámetros de tal circuito equivalente. Si los cálculos se realizan

de otro modo y se obtienen las conductibilidades propias y mutuas de cada una de las derivaciones de empalme, entonces para obtener los valores de las resistencias de carga es necesario utilizar la fórmula

$$Y_{i0} = Y_{ii} - \sum_{j=1}^{q} Y_{ij}$$

donde q es el número de lados y diagonales del polígono unidos al i-ésimo nudo.

En la fig. I-16, *a* se muestra el circuito equivalente convencional de un sistema complejo dividido en dos regiones, conectadas

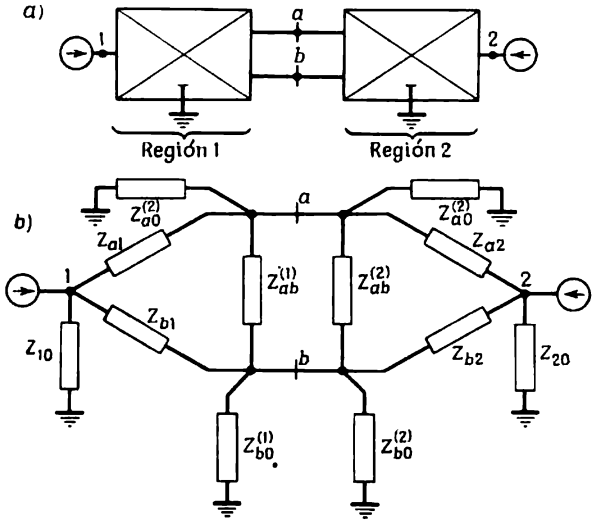


FIG. I-16. Circuitos de un sistema complejo
a) circuito convencional; b) circuito equivalente

entre sí por dos derivaciones de empalme. Los circuitos equivalentes de cada una de estas regiones están dados, como ilustración, en la fig. I-16, *b*. Las conductibilidades propias y mutuas de las derivaciones de las centrales generadoras del circuito original se calculan sin dificultad basándose en el circuito compuesto por los circuitos equivalentes de los sectores individuales.

La parte de sectores del sistema apartados del circuito general puede ser también representada por polígonos con diagonales y resistencias de carga, conservando para los otros sectores el circuito equivalente inicial, compuesto por las resistencias de los elementos del sistema. Tal circuito puede ser obtenido también no sólo al determinar las conductibilidades propias y mutuas de cualquier sector elegido del sistema, sino también en las conversiones reductoras de ese sector a fin de disminuir el número de centrales generadoras en su circuito de cálculo. En cada uno de estos casos, el circuito obtenido

puede utilizarse para calcular las conductibilidades propias y mutuas del sistema inicial. Al realizar los cálculos correspondientes, pueden ser utilizados todos los métodos antes señalados. Sólo es necesario advertir que en algunos casos puede tropezarse con dificultades al tratar de utilizar las mesas de cálculo de corriente alterna. Lo último tiene lugar cuando las magnitudes complejas de las resistencias mutuas, obtenidas durante el cálculo previo de algunos sectores del sistema, tienen la parte real negativa. En este caso debe utilizarse el coeficiente complejo de escala.

Al analizar los procesos transitorios, en muchos casos se hace necesario calcular las conductibilidades propias y mutuas correspondientes a los circuitos equivalentes, diferentes, uno del otro, solamente por las resistencias de un número limitado de elementos. Los correspondientes cálculos pueden ser considerablemente simplificados si se toman como datos iniciales las conductibilidades propias y mutuas del sector del sistema que no sufre variaciones al pasar de un circuito de cálculo a otro. En este caso, la variación del circuito puede considerarse como una conexión de resistencias adicionales en una u otra de sus derivaciones. Al conectar la resistencia ΔZ_k en la derivación k del circuito con n derivaciones para las que se calculan las conductibilidades propias y mutuas, los nuevos valores de las conductibilidades incógnitas se determina por las fórmulas

$$\left.\begin{aligned} Y'_{kk} &= \frac{Y_{kk}}{1+\Delta Z_k Y_{kk}}\ ; \\ Y'_{mm} &= Y_{mm} - \frac{\Delta Z_k Y_{km}^2}{1+\Delta Z_k Y_{kk}}\ ; \\ Y'_{km} &= Y'_{mk} = \frac{Y_{km}}{1+\Delta Z_k Y_{kk}}\ ; \\ Y'_{mi} &= Y'_{im} = Y_{mi} + \frac{\Delta Z_k Y_{ki} Y_{km}}{1+\Delta Z_k Y_{kk}}\ . \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I-30)}$$

Al conectar las resistencias adicionales en dos o más derivaciones, las fórmulas dadas se utilizan varias veces, y, en ese caso, en cada oportunidad se considera la variación de la resistencia de una derivación.

Para el caso particular del circuito equivalente de dos máquinas del sistema, las conductibilidades propias y mutuas, al conectar las resistencias adicionales en los circuitos de ambas centrales generadoras, pueden ser halladas por la fórmula:

$$\left.\begin{aligned} Y''_{11} &= \frac{Y_{11}+\Delta Z_2 (Y_{11}Y_{22}-Y_{12}^2)}{1+\Delta Z_1 Y_{11}+\Delta Z_2 Y_{22}+\Delta Z_1 \Delta Z_2 (Y_1 Y_{22}-Y_{12}^2)} = \\ &= \frac{Y_{11}+\Delta Z_2 (Y_{11}Y_{22}-Y_{12}^2)}{A}\ ; \\ Y''_{22} &= \frac{Y_{22}+\Delta Z_1 (Y_{11}Y_{22}-Y_{12}^2)}{A}\ ; \\ Y''_{12} &= \frac{Y_{12}}{A}\ . \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I-31)}$$

§ I-6. CALCULO DE LOS PARAMETROS DE LOS REGIMENES INICIALES ESTABLECIDOS

El carácter del desarrollo de unos u otros procesos transitorios de un sistema eléctrico depende considerablemente de los parámetros del régimen establecido, cuya perturbación provoca el proceso transitorio a estudiar. Entre estos parámetros se puede contar las f.e.m. de las centrales generadoras, dadas en magnitud y fase; las potencias activas de estas centrales, así como las corrientes, tensiones y sus componentes, para aquellas centrales cuyos sistemas de regulación de la excitación reaccionan con la variación de las magnitudes enumeradas.

Actualmente se han creado gran cantidad de métodos de cálculo de corrientes, tensiones y potencias de los elementos de los circuitos de sistemas eléctricos complejos. Cualquiera de ellos, cómodo para el empleo en cada caso concreto, puede ser aplicado para determinar los parámetros del régimen inicial del sistema. Más adelante se considerará solamente uno de los posibles métodos de cálculo de un sistema complejo.

El resultado del cálculo del régimen establecido, precedente al proceso transitorio estudiado, debe ser la determinación de los parámetros del régimen, no en todo el sistema en conjunto, sino sólo de un número limitado de sus elementos, a menudo compuesto solamente de las derivaciones de las centrales generadoras. En este caso, se tiene la posibilidad de caracterizar las propiedades de la red externa respecto a las centrales generadoras, así como las magnitudes de las cargas y su distribución en la red, por coeficientes complejos, que representan las conductibilidades propias de las derivaciones de las centrales generadoras y las conductibilidades mutuas entre estas derivaciones. En este caso, las cargas del sistema deben representarse en el circuito equivalente por resistencias constantes.

Uno de los problemas relacionados con el cálculo de regímenes normales de un sistema complejo es la determinación, en magnitud y fase, de las f.e.m. de las centrales generadoras conociendo las magnitudes de la tensión en sus barras y las potencias activas de todas las centrales, excepto de una, de la equilibradora.

La resolución de este problema, en correspondencia con las condiciones adoptadas, exige la resolución del sistema de ecuaciones trascendentes dadas más abajo, suponiendo que para la central equilibradora, indicada con el subíndice 1, $\delta_{U_1} = 0$:

$$\left.\begin{aligned} P_2 &= U_2^2 y_{22} \operatorname{sen} \alpha_{22} + U_2 \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{n} U_j u_{2j} \operatorname{sen} (\delta_{U2} - \delta_{Uj} - \alpha_{2j}); \\ P_3 &= U_3^2 y_{33} \operatorname{sen} \alpha_{33} + U_3 \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 3}}^{n} U_j y_{3j} \operatorname{sen} (\delta_{U3} - \delta_{Uj} - \alpha_{3j}); \end{aligned}\right\} \quad \text{(I-32)}$$

$$\left.\begin{array}{l} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ P_n = U_n^2 y_{nn} \operatorname{sen} \alpha_{nn} + U_n \sum\limits_{j=1}^{n-1} U_j y_{nj} \operatorname{sen} (\delta_{Un} - \delta_{Uj} - \alpha_{nj}) \end{array}\right\}$$

ó

$$f_2(\delta) = P_2 - P_{22} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{n} P_{2j} \operatorname{sen} (\delta_{U2} - \delta_{Uj} - \alpha_{2j}) = 0;$$

$$f_3(\delta) = P_3 - P_{33} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 3}}^{n} P_{3j} \operatorname{sen} (\delta_{U3} - \delta_{Uj} - \alpha_{3j}) = 0;$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$f_n(\delta) = P_n - P_{nn} - \sum_{j=1}^{n=1} P_{nj} \operatorname{sen} (\delta_{Un} - \delta_{Uj} - \alpha_{nj}) = 0.$$

Las conductibilidades propias y mutuas que entran en la ecuación (I-32) se calculan sin tener en cuenta las resistencias de los generadores.

El sistema de ecuaciones (I-32) puede ser resuelto por distintos métodos. Uno de ellos, basado en el método de resolución de Newton, requiere el siguiente orden de cálculo.

Se determina la aproximación de cero de las raíces de la ecuación (I-32), en las que las incógnitas son los ángulos de fase de las tensiones en las barras de las centrales generadoras, para lo cual se resuelve el sistema de ecuaciones lineales

$$\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{n} P_{2j} \cos \alpha_{2j}\right) \delta_{U2}^{(0)} - P_{23} \cos \alpha_{23} \delta_{U3}^{(0)} -$$

$$- \ldots - P_{2n} \cos \alpha_{2n} \delta_{Un}^{(0)} = P_2 - P_{22} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{n} P_{2j} \operatorname{sen} \alpha_{2j};$$

$$- P_{32} \cos \alpha_{32} \delta_{U2}^{(0)} + \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 3}}^{n} P_{3j} \cos \alpha_{3j}\right) \delta_{U3}^{(0)} -$$

$$- \ldots - P_{3n} \cos \alpha_{3n} \delta_{Un}^{(0)} = P_3 - P_{33} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 3}}^{n} P_{3j} \operatorname{sen} \alpha_{3j};$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$- P_{n2} \cos \alpha_{n2} \delta_{U2}^{(0)} - P_{n3} \cos \alpha_{n3} \delta_{U3}^{(0)} -$$

$$- \ldots + \left(\sum_{j=1}^{n-1} P_{nj} \cos \alpha_{nj}\right) \delta_{Un}^{(0)} = P_n - P_{nn} - \sum_{j=1}^{n-1} P_{nj} \operatorname{sen} \alpha_{nj}.$$

La primera aproximación de las raíces se halla por adición de las correcciones a los valores de aproximación del orden cero:

$$\begin{aligned}
\delta_{U2}^{(1)} &= \delta_{U2}^{(0)} + \Delta\delta_{U2}^{(1)};\\
\delta_{U3}^{(1)} &= \delta_{U3}^{(0)} + \Delta\delta_{U3}^{(1)};\\
&\cdots\cdots\cdots\\
\delta_{Un}^{(1)} &= \delta_{Un}^{(0)} + \Delta\delta_{Un}^{(1)}.
\end{aligned}$$

Además, estas correcciones se determinan por el sistema de ecuaciones lineales:

$$-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{n} P_{2j}\cos(\delta_{U2}^{(0)} - \delta_{Uj}^{(0)} - \alpha_{2j})\,\Delta\delta_{U2}^{(1)} +$$

$$+ P_{23}\cos(\delta_{U2}^{(0)} - \delta_{U3}^{(0)} - \alpha_{23})\,\Delta\delta_{U3}^{(1)} + \ldots +$$

$$+ P_{2n}\cos(\delta_{U2}^{(0)} - \delta_{Un}^{(0)} - \alpha_{2n})\,\Delta\delta_{Un}^{(0)} = -P_2 + P_{22} +$$

$$+ \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{n} P_{2j}\,\mathrm{sen}\,(\delta_{U2}^{(0)} - \delta_{Uj}^{(0)} - \alpha_{2j});$$

$$P_{32}\cos(\delta_{U3}^{(0)} - \delta_{U2}^{(0)} - \alpha_{32})\,\Delta\delta_{U2}^{(1)} - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 3}}^{n} P_{3j}\cos(\delta_{U3}^{(0)} -$$

$$- \delta_{Uj}^{(0)} - \alpha_{3j})\,\Delta\delta_{U3}^{(0)} + \ldots + P_{3n}\cos(\delta_{U3}^{(0)} - \delta_{Un}^{(0)} -$$

$$- \alpha_{3n})\,\Delta\delta_{Un}^{(1)} = -P_3 + P_{33} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 3}}^{n} P_{3j}\,\mathrm{sen}\,(\delta_{U3}^{(0)} - \delta_{Uj}^{(0)} - \alpha_{3j});$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$P_{n2}\cos(\delta_{Un}^{(0)} - \delta_{U2}^{(0)} - \alpha_{n2})\,\Delta\delta_{U2}^{(0)} + P_{n3}\cos(\delta_{Un}^{(0)} -$$

$$- \delta_{U3}^{(0)} - \alpha_{n3})\,\Delta\delta_{U3}^{(1)} + \ldots - \sum_{j=1}^{n-1} P_{nj}\cos(\delta_{Un}^{(0)} -$$

$$- \delta_{Uj}^{(0)} - \alpha_{nj})\,\Delta\delta_{Un}^{(1)} = -P_n + P_{nn} + \sum_{j=1}^{n-1} P_{nj}\,\mathrm{sen}\,(\delta_{Un}^{(0)} - \delta_{Uj}^{(0)} - \alpha_{nj}).$$

Las aproximaciones sucesivas se hallan análogamente. Los ángulos δ_{U2}, δ_{U3}, ..., δ_{Un} hallados por la p-ésima aproximación, y el valor admitido del ángulo $\delta_{U1} = 0$, permiten determinar unívocamente la potencia activa de la central generadora equilibradora 1

$$P_1 = P_{11} + \sum_{j=2}^{n} P_{1j}\,\mathrm{sen}\,(\delta_{U1} - \delta_{Uj} - \alpha_{1j})$$

y las potencias reactivas de las n centrales del sistema considerado; en este caso, tendremos

$$Q_1 = U_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - U_1 \sum_{j=2}^{n} U_j y_{1j} \cos (\delta_{U1} - \delta_{Uj} - \alpha_{1j});$$

$$Q_2 = U_2^2 y_{22} \cos \alpha_{22} - U_2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^{n} U_j y_{2j} \cos (\delta_{U2} - \delta_{Uj} - \alpha_{2j});$$

. . . . . .

$$Q_n = U_n^2 y_{nn} \cos \alpha_{nn} = U_n \sum_{j=1}^{n-1} U_j y_{nj} \cos (\delta_{Un} - \delta_{Uj} - \alpha_{nj}).$$

El cálculo de las f.e.m. sincrónicas aplicadas en el circuito equivalente después de la reactancia longitudinal en los turbogeneradores y después de la transversal, en los motores de polos salientes, así como la determinación de la f.e.m. transitoria E' se realiza por la fórmula

$$E_g = \sqrt{\left(U_g + \frac{Q_g x_g}{U_g}\right)^2 + \left(\frac{P_g x_g}{U_g}\right)^2},$$

mientras que los ángulos interiores de las centrales generadores, que caracterizan el desplazamiento del vector de la correspondiente f.e.m. respecto al vector de la tensión en las barras de la central, se determinan por la fórmula

$$\delta_{int} = \text{arctg} \frac{\frac{P_g x_g}{U_g}}{U_g + \frac{Q_{lg} x_g}{U_g}}.$$

Los ángulos de fase buscados de las f.e.m. de todas las centrales generadoras, se determinan por las fórmulas:

$$\delta_1 = \delta_{U1} + \delta_{int1};$$
$$\delta_2 = \delta_{U2} + \delta_{int2};$$
. . . . . .
$$\delta_n = \delta_{Un} + \delta_{int\,n}.$$

El cálculo de las componentes longitudinales de las f.e.m. transitorias se realiza por la fórmula

$$E'_q = E' \cos (\delta_{int} - \delta'_{int})$$

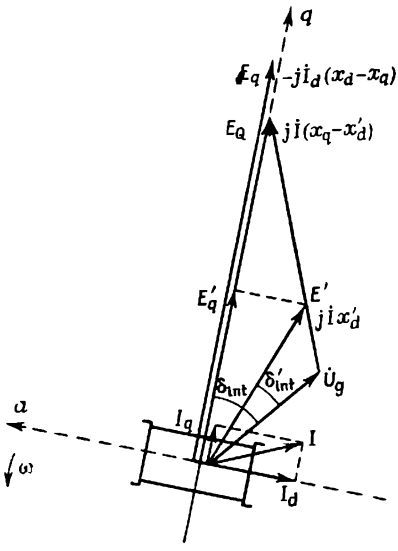


FIG. I-17. Diagrama vectorial de una máquina sincrónica

que responde al diagrama vectorial de una máquina sincrónica, mostrado en la fig. I-17. En este diagrama están indicadas las designaciones y sentidos de los ejes del sistema de coordenadas d, q adaptadas en el presente libro.

Las corrientes en las redes de las centrales generadoras pueden ser calculadas, o bien por las potencias activa y reactiva en las barras de la central

$$\dot{I}_g = \frac{\hat{S}_g}{\hat{U}_g},$$

o bien por las conductibilidades propias y mutuas del circuito equivalente y la tensión en las barras de la central generadora o su f.e.m.

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_{gi} &= I_{gi}e^{j\varphi_{Ii}} = \dot{U}_i Y_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \dot{U}_j Y_{ij}, \\ \text{ó} \qquad & \\ \dot{I}_{gi} &= I_{gi}e^{j\varphi_{Ii}} = \dot{E}_i Y_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \dot{E}_i Y_{ij}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I-33)}$$

Las fórmulas (I-33) se distinguen en que, al calcular las conductibilidades propias y mutuas, en la primera de ellas no se consideran las resistencias de las derivaciones de los generadores, mientras que estas conductibilidades, en la segunda fórmula, son obtenidas para el circuito equivalente, donde los generadores están representados por sus resistencias.

Las componentes longitudinal y transversal de la corriente de la i-ésima central generadora se hallan por las expresiones:

$$I_{qi} = I_i \cos(\delta_i - \varphi_{Ii});$$

$$I_{bi} = -I_i \operatorname{sen}(\delta_i - \varphi_{Ii}).$$

Estas magnitudes pueden ser halladas, también por medio de las potencias de la central generadora

$$I_{qi} = \frac{P_i}{E_{Qi}};$$

$$I_{di} = -\frac{Q_i + \Delta Q_i}{E_{Qi}},$$

donde

$$\Delta Q_i = \frac{P_i^2 + Q_i^2}{U_i^2} x_{qi}.$$

El método descrito de cálculo del régimen para circuitos complejos del sistema y gran número de centrales generadoras, requiere el uso de la CN y el registro de las expresiones de cálculo en

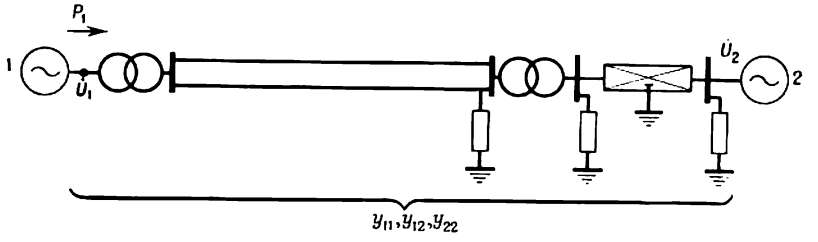


FIG. I-18. Circuito equivalente de dos máquinas del sistema eléctrico

forma de matriz. En los casos particulares de circuitos simples de cálculo de sistemas eléctricos, el cálculo del régimen se facilita considerablemente y puede ser realizado sin aproximaciones sucesivas.

Para el circuito equivalente de dos máquinas del sistema (fig. I-18) del cual se conocen las tensiones en las barras de las centrales generadoras y la potencia activa de una de ellas (P_1), el cálculo del régimen se realiza en la siguiente sucesión: se determina el ángulo de defasaje entre los vectores de las tensiones en las barras de las centrales

$$\delta_{U12} = \text{arc sen } \frac{P_1 - U_1^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11}}{U_1 U_2 y_{12}} + \alpha_{12};$$

se calcula la potencia activa de la segunda central

$$P_2 = U_2^2 y_{22} \operatorname{sen} \alpha_{22} - U_1 U_2 y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{U12} + \delta_{12});$$

se hallan las potencias reactivas en las barras de ambas centrales:

$$Q_1 = U_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - U_1 U_2 y_{12} \cos (\delta_{U12} + \alpha_{12});$$

$$Q_2 = U_2^2 y_{22} \cos \alpha_{22} - U_1 U_2 y_{12} \cos (\delta_{U12} + \alpha_{12}).$$

En el caso particular considerado, el cálculo de las f.e.m., sus ángulos de fase y las corrientes en las derivaciones de los generadores, se realiza de igual modo que en el caso general visto antes.

Al calcular el régimen del circuito equivalente de dos máquinas puede tropezarse con un problema tal que exige la determinación de todos los parámetros del régimen de la central, conociendo las tensiones en sus barras, la potencia activa de una de ellas y las cargas dadas de los consumidores que en este cálculo deben caracterizarse por las potencias activa y reactiva constantes y no por las resistencias en variables. Si la conexión

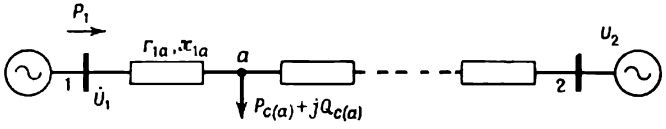


FIG. I-19. Para el cálculo del régimen del circuito equivalente de dos máquinas

entre las centrales generadoras no posee circuitos cerrados, entonces, este problema se resuelve con relativa simpleza por el método de selección que es conveniente realizar en el orden siguiente.

Dado el posible valor de la potencia reactiva de la central, cuya potencia activa se conoce (P_1), se determina la caída de tensión, la pérdida de potencia en la derivación directamente conectada a las barras de esta central (fig. I-19). En este caso, se utilizan las potencias conocidas de la central y la tensión en sus barras:

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_1 &= \frac{P_1 r_{1a} + Q_1 x_{1a}}{U_1}; \\ \delta U_1 &= \frac{P_1 x_{1a} + Q_1 r_{1a}}{U_1}; \\ \Delta P_1 &= \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} r_{1a}; \\ \Delta Q_1 &= \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} x_{1a}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I-34)}$$

A continuación se calcula la tensión del nudo inmediato a la central y la potencia en la siguiente derivación:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_1 - \Delta U_1 - j\delta U_1; \qquad \text{(I-35)}$$

$$P_2^{(a)} + jQ_2^{(a)} = P_1 - \Delta P_1 - P_{ca} + j(Q_1 - \Delta Q_1 - Q_{ca}). \qquad \text{(I-36)}$$

El cálculo del régimen de las siguientes derivaciones y nudos se realiza en la misma sucesión, hasta que no se haya deter-

minado la tensión de las barras de la segunda central generadora, que corresponde a la potencia reactiva adoptada de la primera central.

Después, el cálculo se repite para nuevos valores de la potencia reactiva de la primera central tantas veces como sea necesario para construir la curva $U_2 = f(Q_1)$. Haciendo coincidir esta curva con la recta que corresponde al valor dado de la tensión

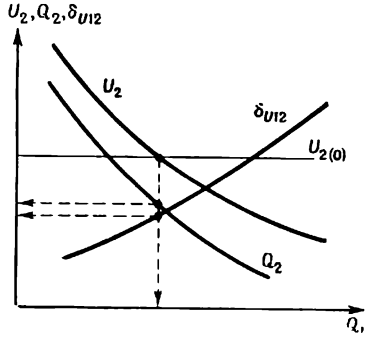


FIG. I-20. Determinación de los parámetros del régimen de la central generadora

$U_{2(0)}$, se determina el valor de la potencia reactiva de la primera central en el régimen prefijado. La potencia reactiva de la segunda central en este régimen y el ángulo de defasaje de los vectores de las tensiones $\dot{U}_1$ y $\dot{U}_2$, se determinan por las curvas $\delta_{U12} = f(Q_1)$ y $Q_2 = f(Q_1)$, como se muestra en la fig. I-20.

Las fórmulas (I-34) pueden ser utilizadas para la determinación unívoca de los parámetros del régimen del sistema en aquellos casos particulares, cuando se conocen la tensión en el nudo y los flujos de potencia en todas las derivaciones que se empalman a él, si en el circuito de la red no hay circuitos cerrados. En la fig. I-21 se dan varios ejemplos de tales circuitos. En estos casos se realiza el cálculo sucesivo del régimen de todos los elementos de la red, comenzando por los que se empalman a las derivaciones de régimen prefijado.

Al calcular los límites de potencia para elementos individuales del sistema, según las condiciones de estabilidad estática, surge el problema de determinar la potencia activa en el elemento que interesa del sistema, es decir, en la derivación de la central generadora, la transmisión eléctrica a distancia, etc. con variación del régimen inicial del sistema, conservando constante parte de sus parámetros. Así, por ejemplo, se determina la potencia de la central distante, conservando la carga del sistema, unas u otras f.e.m. de sus centrales generadoras, y con la reducción dada de la

potencia de las centrales del sistema receptor. En un sistema complejo, tal problema se resuelve por los métodos generales de

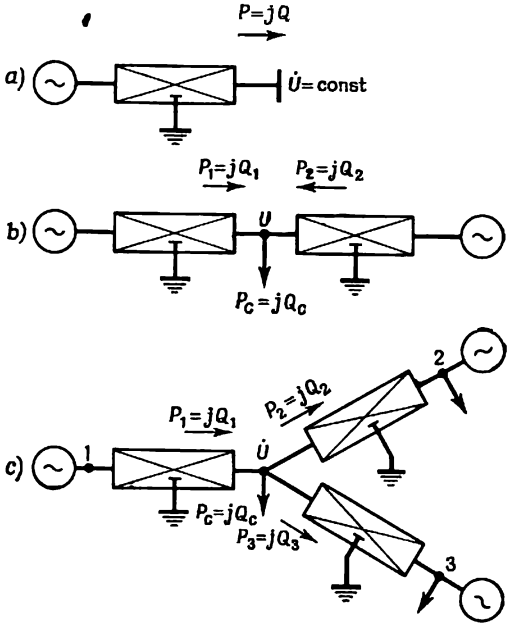


FIG. I-21. Ejemplos de circuitos equivalentes de sistemas eléctricos

cálculo del régimen de un sistema complejo. En los casos particulares considerados más adelante, éste y otros problemas semejantes se resuelven por métodos más simples.

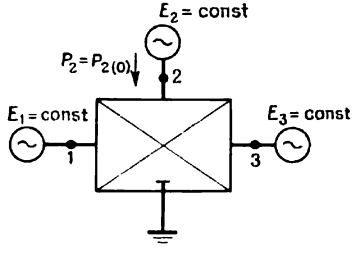


FIG. I-22. Circuito equivalente de tres máquinas del sistema

Veamos la resolución de algunos problemas que exigen la determinación de las características de régimen del sistema en distintas condiciones de trabajo de sus circuitos de cálculo relativamente simples.

1. *El sistema eléctrico está representado por el circuito equivalente de tres máquinas* (fig. I-22) *respecto al cual se determina el límite de potencia de la central 1, permaneciendo constante la potencia* P_2 *de la central 2 y constantes las f.e.m. de todas las centrales.* Para ello, dando una serie de valores, incrementados gradualmente del ángulo δ_{13} se hallan los valores del ángulo δ_{12}, que les corresponde en condiciones prefijadas, por la ecuación

$$P_2 = P_{2(0)} = E_2^2 y_{22} \operatorname{sen} \alpha_{22} - E_1 E_2 y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} + \alpha_{12}) + \\ + E_2 E_3 y_{23} \operatorname{sen} (\delta_{13} - \delta_{12} - \alpha_{23}).$$

Este problema se resuelve por el método gráfico-analítico: para cada valor adoptado de δ_{13} se dan varios valores del ángulo δ_{12}

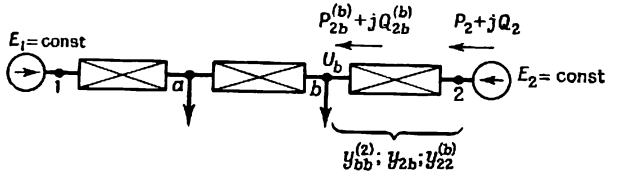


FIG. I-23. Circuito equivalente de dos máquinas del sistema con conexión compleja entre los nudos

y se calcula la potencia P_2; a continuación, con los datos obtenidos se construye la curva, que se hace coincidir, en un mismo dibujo, con la recta correspondiente al valor dado de la potencia $P_2 = P_{2\,(0)}$; el punto de intersección de estas curvas determina el valor buscado del ángulo δ_{12}.

El límite de potencia de la central *1* se calcula por la ecuación

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} - \alpha_{12}) + \\ + E_1 E_3 y_{13} \operatorname{sen} (\delta_{13} - \alpha_{13}),$$

en la que se ponen los valores de δ_{13}, incrementados gradualmente, y los valores del ángulo δ_{12}, correspondientes a ellos. El valor máximo de la potencia obtenido por tal cálculo determina el límite de potencia buscado.

2. *El sistema eléctrico está representado por el circuito equivalente de dos máquinas, con conexión compleja entre los nudos, a los que están conectadas las cargas* (I-23). Se determina el límite de potencia de la central *1*, teniendo en cuenta las características estáticas de las cargas conservando constantes las f.e.m. de ambas centrales.

Tal problema se resuelve por el método de selección, realizado en la siguiente sucesión. Se dan la potencia activa de la segunda central $P_{2\,(1)}$, algo menor que la potencia del régimen normal inicial $P_{2\,(0)}$, y los tres valores de la potencia reactiva $Q'_{2\,(1)}$, $Q''_{2\,(1)}$, $Q'''_{2\,(1)}$, que circula en el circuito equivalente tras de la

reactancia de la central generadora *2*. Para cada par de valores tomados de la potencia activa y reactiva ($P_{2\,(1)} - Q'_{2\,(1)}$; $P_{2\,(1)} - Q''_{2\,(1)}$, $P_{2\,(1)} - Q'''_{2\,(1)}$), según la f.e.m. E_2 conocida, se calcula la tensión en el nudo del circuito próximo a la central *2*, se determinan las potencias de la derivación que acopla este nudo con el nudo al que está conectada la f.e.m. E_2. En el caso de la conexión compleja entre nudos, previamente se determinan las

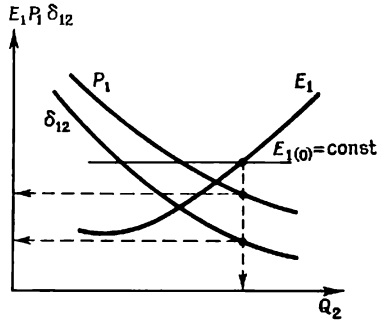


FIG. I-24. Determinación de los parámetros de régimen de la central generadora

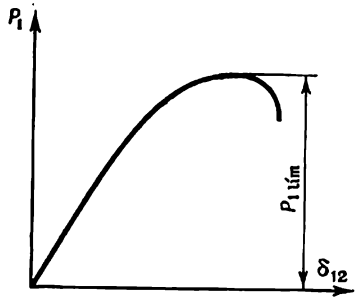


FIG. I-25. Límite real de la potencia calculado teniendo en cuenta las características estáticas de las cargas

conductibilidades propias y mutuas entre ellas, después la solución se obtiene por las fórmulas, con los subíndices tomados en correspondencia a la fig. I-23

$$\delta_{2b} = \operatorname{arc\,tg} \frac{P_2 - E_2^2 y_{22}^{(b)} \operatorname{sen} \alpha_{22}^{(b)}}{E_2^2 y_{22}^{(b)} \cos \alpha_{22}^{(b)} - Q_2} + \alpha_{2b};$$

$$U_g = \frac{P_2 - E_2^2 y_{22}^{(b)} \operatorname{sen} \alpha_{22}^{(b)}}{E_2 y_{2b} \operatorname{sen} (\delta_{2b} - \alpha_{2b})};$$

$$P_{2b}^{(b)} = -U_b^2 y_{bb}^{(2)} \operatorname{sen} \alpha_{bb}^{(2)} + E_2 U_b y_{2b} \operatorname{sen} (\delta_{2b} + \alpha_{2b});$$

$$Q_{2b} = -U_b^2 y_{bb}^{(2)} \cos \alpha_{bb}^{(2)} + E_2 U_b y_{2b} \cos (\delta_{2b} + \alpha_{2b}).$$

Si la conexión entre los nudos *2* y *b* se realiza sólo por resistencia óhmica y la reactancia conectadas en serie, entonces el cálculo de las magnitudes incógnitas puede ser realizado por las fórmulas (I-34) ..... (I-36).

Teniendo tres valores de la tensión en la carga obtenidos por este cálculo, se determina por las características estáticas su potencia activa y reactiva en los regímenes considerados. A continuación, por el equilibrio de la potencia se determinan las potencias en la derivación que conecta al punto *b* con el próximo nudo (punto de transición) *a*; después se calcula la tensión en este nudo y los flujos de potencia en las derivaciones conectadas a él.

En seguida se consideran sucesivamente los regímenes de los siguientes elementos del circuito; el cálculo se continúa hasta tanto no se hayan encontrado tres valores de la f.e.m. E_1 y de la potencia P_1, que corresponden a los valores adoptados de potencia de la central *2*. Por los resultados del cálculo se construyen las curvas $E_1 = f(Q_2)$, $P_1 = f(Q_2)$ y $\delta_{12} = f(Q_2)$, los que permiten encontrar, como se muestra en la fig. I-24, los valores del ángulo $\delta_{12(1)}$ y de la potencia activa $P_{1(1)}$ que se suministra a la red por la primera central, en las condiciones admitidas, siendo constantes las f.e.m. de las centrales generadoras.

Cálculos análogos se repiten varias veces hasta obtener la curva $P_1 = f(\delta_{12})$ (fig. I-25) que permite determinar el límite de potencia buscado.

3. *La transmisión eléctrica representada por el circuito equivalente, que contiene solamente reactancias y susceptancias, conecta la central distante a barras de tensión permanente (U). Se determina la variación de la tensión en las barras de la central y el límite de la potencia cuando los generadores tienen reguladores de tensión de tipo proporcional.* En el caso considerado, las magnitudes incógnitas se determinan por las fórmulas:

$$\Delta U_g = -\frac{U_{g(0)}}{\frac{x_{12}}{k_{0U}x_{12\,ext}} - \frac{k_{0U}x_{12\,ext}}{x_{12}}}\left[\frac{E_{q(0)}}{U_{g(0)}}\frac{x_{12\,ext}}{x_{12}} + \right.$$

$$\left. + A\cos\delta + \frac{1}{k_{0U}}\left(\frac{x_{12}}{x_{12\,ext}} - \sqrt{D}\right)\right]; \qquad \text{(I-37)}$$

$$P_{lim} = \frac{U(E_{q(0)} - k_{0U}\,\Delta U_g)}{x_{12}}, \qquad \text{(I-38)}$$

donde

$$A = \frac{U}{U_{g(0)}} \cdot \frac{x_{12}(x_{22} - x_{22\,ext})}{x_{22} \cdot x_{22\,ext}},$$

$$D = A^2\left(\frac{x_{12}^2}{x_{12\,ext}^2} - k_{0U}^2\,\mathrm{sen}^2\delta\right) +$$

$$+ \left(\frac{E_{q(0)}}{U_{g(0)}} + k_{0U}\right)\left[\left(\frac{E_{q(0)}}{U_{g(0)}} + k_{0U}\right) + 2A\frac{x_{12}}{x_{12\,ext}}\cos\delta\right];$$

x_{12} y x_{22} son las magnitudes inversas respectivamente de la conductibilidad mutua y propia del circuito, en el que se incluyen todos los elementos de la transmisión considerada;

x_{12ext} y x_{22ext} ídem, pero para el circuito en el que no se incluye la resistencia del generador;

$E_{q(0)}$ y $U_{g(0)}$ son la propia f.e.m. sincrónica del generador y la tensión en sus bornes, en el régimen original.

CAPITULO 1

ESTABILIDAD ESTATICA

§ 1-1. INTRODUCCION, PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al transmitir grandes potencias desde grandes centrales generadoras y en una serie de otros casos surge la necesidad de un estudio especial de la estabilidad del sistema energético a fin de determinar los regímenes límite de estabilidad y elegir los parámetros de los sistemas de excitación y regulación, que aumentan el límite de estabilidad.

En el presente capítulo se describe la metodología de investigación de la estabilidad estática y la elección de los parámetros de los reguladores automáticos y de los sistemas de excitación de grandes máquinas sincrónicas.

1. Método de idealización del sistema al estudiar la estabilidad estática

Un sistema eléctrico real automáticamente regulado es un sistema complejo no lineal no conservativo (autooscilante). La idealización del sistema eléctrico automáticamente regulado depende de los problemas planteados. El mismo se considera o bien como posicional, o bien como lineal no conservativo, es decir, disipador o bien no lineal no conservativo, es decir, autooscilante. En el sistema posicional, las potencias suministradas por los generadores y consumidas por los motores dependen sólo de los módulos y argumentos de la f.e.m. de las máquinas sincrónicas y de las magnitudes de las resistencias por las que están sustituidas las máquinas sincrónicas y los motores. El régimen del sistema posicional se distingue por las características estáticas que determinan la variación de la potencia en función del ángulo de defasaje entre los rotores de los generadores, si permanece constante una u otra f.e.m. de la máquina sincrónica. Los máximos de las características determinan las potencias, que se consideran convencionalmente límites por la estabilidad estática en primera aproximación.

La representación del sistema como lineal no conservativo se utiliza para determinar exactamente los límites de estabilidad estática (aperiódico y oscilante) en las coordenadas de los parámetros elegidos. Así, por ejemplo, si en calidad de tales parámetros se consideran la potencia de transmisión o las tensiones en los nudos del sistema, entonces, el límite de estabilidad determina los valores límites de la potencia o la tensión. Al construir los límites de estabilidad en coordenadas de los parámetros de los reguladores, se determina la gama de valores admisibles de los coeficientes de regulación o las constantes de tiempo de los elementos de los reguladores. Basándose en esta idealización se estudian los problemas relativos a los procesos transitorios para precisar el ajuste del RAE, teniendo en cuenta el mejor amortiguamiento de las oscilaciones naturales y forzadas, que surgen en presencia de perturbaciones o por acción de fuerzas perturbadoras externas.

Para revelar los ciclos límites estables (autooscilación) e inestables (estabilidad en condiciones límites iniciales) con el fin de precisar la elección del ajuste del RAE, teniendo en cuenta los límites peligrosos y seguros de la región de estabilidad, el sistema se considera como no lineal no conservativo (autooscilador).

2. Tipos de cálculos de la estabilidad estática

Por su destino, los cálculos se realizan en distinto volumen y con distinto grado de exactitud.

En los cálculos aproximados de la estabilidad estática, realizados durante el diseño (en las fases iniciales) para elegir la tensión, el número de circuitos, los circuitos principales de transmisión eléctrica y los tipos de reguladores de excitación que se instalan en los generadores sincrónicos de centrales distantes y potentes compensadores sincrónicos de las subestaciones nodales, el sistema eléctrico automáticamente regulado se representa como posicional. En este caso, se supone que los dispositivos de regulación automática aseguran, en todos los regímenes, la ausencia de autooscilaciones en el sistema eléctrico. La acción de estos dispositivos se refleja por la introducción de los correspondientes parámetros E_x, Δx_g en el circuito equivalente elemental de una máquina sincrónica.

Los parámetros del circuito equivalente de las máquinas sincrónicas se determinan por el tipo de reguladores automáticos de excitación instalados. En dependencia del método de estabilización, todos los reguladores automáticos de excitación pueden ser referidos a uno de los dos tipos: RAE de acción proporcional o RAE de acción fuerte. En los primeros, para la estabilización se aumenta la constante de tiempo del elemento de medida, es decir, del corrector de la tensión (en el dispositivo de compoundaje

con el corrector), o la constante de tiempo de la excitatriz abarcándola para esto por la reacción negativa flexible (regulador electrónico de tensión). En el RAE de acción fuerte se introducen para la estabilización las derivadas (primera, segunda, es posible, tercera y cuarta) de unos u otros parámetros de régimen.

Con el regulador automático de acción proporcional, los parámetros del circuito equivalente de la máquina se toman iguales a $E_x = E'_q$ y $\Delta x_g = x'_d$; mientras que con el regulador automático de acción fuerte, $E_x = U_g, \Delta x_g = 0$ ó $E_x = U_1$ (tensión al principio de la línea de transmisión de energía eléctrica).

El límite de la potencia transmitida se determina por el máximo de la característica estática $P = f(\delta)$.

Al calcular los regímenes límite se verifica la ausencia de sobrecargas de las máquinas sincrónicas, conforme a la corriente de excitación de la excitatriz $E_{qe} \leqslant E_{qe\ máx}$, a la corriente del rotor $I_{rot} \leqslant I_{rot\ máx}$ y a la corriente del estator $I \leqslant I_{máx}$.

Al establecer la sobrecarga, el límite de potencia se calcula partiendo de las limitaciones condicionadas por el parámetro que alcanzó primero el valor límite admisible (máximo).

La potencia P_0 que se transmite durante largo tiempo se determina partiendo de la necesidad de reserva de la estabilidad estática (en potencia)

$$k_P = \frac{P_{máx} - P_0}{P_0} 100\%.$$

El factor de reserva no debe ser menor de 20% en régimen normal y de 8%, en régimen breve de postavería.

Los cálculos de la estabilidad estática, realizados en las ulteriores fases del diseño o durante la explotación, tienen como propósito precisar la magnitud de la capacidad de conducción de la transmisión eléctrica, las reservas de estabilidad en los regímenes normal y de postavería, elegir el circuito de excitación, el medio de regulación (esquema estructural y parámetros de regulación) de la excitación de máquinas sincrónicas, el circuito, los parámetros de construcción y de ajuste del RAE*.

Estos se realizan mediante el análisis del sistema de ecuaciones diferenciales linealizadas de los procesos transitorios electromecánicos y electromagnéticos del sistema eléctrico regulado automáticamente (véase el § 1-2).

---

* Pertenecen a los parámetros de construcción, los de la instalación auxiliar relacionada con el circuito y la construcción del sistema de excitación y regulación automática de la excitación de las máquinas sincrónicas. En primer término, éstos son las constantes de tiempo de los elementos del sistema de excitación y regulación.

Los parámetros de ajuste son los coeficientes de amplificación del RAE y los parámetros de reacción, que pueden variarse en el proceso de puesta a punto y ajuste para asegurar la estabilidad y los índices de calidad exigidos (exacta mantención de la tensión, del transcurso de los procesos transitorios, etc).

Al determinar la estabilidad y sus límites se recomienda utilizar el método de D-división, el criterio de Hurwitz, el de Mijáilov o el de Routh.

Los cálculos de estabilidad de sistemas complejos, con simetría en el interior de los grupos, pueden realizarse por el método simplificado descrito en el § 1-3, lo que es de especial importancia al realizar los cálculos sin computadoras.

El resultado de los cálculos, tanto por el método general como por el simplificado, es la separación de la región de estabilidad en el plano de los parámetros de régimen del sistema o de los parámetros de ajuste del RAE.

La existencia de tal región en el plano de los parámetros de ajuste del RAE, indica que la correspondiente selección de los coeficientes de regulación puede asegurar la estabilidad del sistema para sus parámetros prefijados. La ausencia de la región de estabilidad es un indicio de la inestabilidad del sistema.

La dimensión de la región de estabilidad caracteriza la reserva de estabilidad periódica y se valora por los coeficientes

$$s_k = \frac{k_{máx} - k_{mín}}{k_{máx} + k_{mín}} 100\%$$

donde $k_{máx}$ y $k_{mín}$ son correspondientemente los valores máximo y mínimo de las coordenadas de la región de estabilidad.

Las regiones de estabilidad deben construirse para la serie de regímenes más típicos de la transmisión y para las variaciones posibles de los parámetros del sistema que pueden surgir en la explotación. Como ejemplo de tales variaciones pueden darse la conexión o desconexión de los dispositivos de compensación longitudinal y transversal o de los sectores de circuitos paralelos de las transmisiones eléctricas a distancia.

La existencia de un sector común de todas las regiones de estabilidad formadas, indica que la estabilidad del sistema puede ser asegurada por el ajuste constante del regulador. La dimensión de la región común caracteriza las exigencias presentadas a la exactitud de este ajuste.

Los coeficientes de regulación en los modernos RAE pueden modificarse mediante conmutadores, cuyas escalas poseen, como regla, diez divisiones. Ordinariamente, la medida de la escala se establece de manera que los valores máximos de los coeficientes de regulación k_{max}, que pueden ser necesarios para el sistema dado, correspondan a las 10 divisiones.

Prácticamente es necesario que la estabilidad del sistema asegure no sólo una división de la escala de coeficientes, correspondiente al ajuste elegido sino por lo menos dos divisiones contiguas. Esto está relacionado con la posible variación del tamaño (escala) de los coeficientes de regulación del RAE durante la explotación, en vista de la saturación del generador o de la excitatriz, del envejecimiento de las lámparas y otros elementos del RAE, etc. En este caso, la anchura mínima necesaria de la región de estabilidad (para cada coeficiente de regulación) que satisfaga esta exigencia, debe

igualarse a:

$$k_{\text{ajuste}} \pm 0{,}1\ k_{\text{máx}}.$$

Si la región de estabilidad, dentro de la cual se elige el ajuste del RAE, es pequeña, se necesita una mayor exactitud de ajuste, lo que está relacionado con la complejidad del circuito y la construcción del RAE.

Para pequeñas magnitudes del sector común de las regiones de estabilidad, las necesidades de una gran exactitud de ajuste del regulador prácticamente excluyen la posibilidad del trabajo con coeficientes constantes.

En el caso de instalar un RAE de ajuste constante, el régimen correspondiente a tales condiciones, es límite y determina $P_{\text{máx}}$, $\delta_{\text{máx}}$ ó $U_{\text{crít}}$.

Cuando al calcular la estabilidad no se conocen los parámetros constructivos del sistema de regulación, éstos se deben elegir partiendo de las necesidades de explotación, relacionadas, por ejemplo, con la dimensión prefijada del sector de la región de estabilidad común para todos los regímenes. Para ello es necesario realizar una serie de cálculos al variar el parámetro constructivo elegido, utilizando las fórmulas de cálculo dadas en el suplemento 1-2.

Al elegir el método de regulación se debe dar preferencia a aquella variante que para iguales límites de estabilidad estática:

a) tiene el esquema más simple y seguro de conexión del elemento de medida;

b) presenta exigencias menos rígidas a los parámetros de construcción: no requiere una reducción especial de las constantes de tiempo de la excitatriz, de los elementos rectificadores y diferenciadores del regulador automático de excitación;

c) asegura la posibilidad de un ajuste permanente del RAE en todos los regímenes y circuitos posibles del sistema eléctrico proyectado (esquema de régimen normal y de postavería, esquema de conexiones y desconexiones de los dispositivos de compensación longitudinal y transversal, esquema de conexiones y desconexiones de sistemas eléctricos intermedios o de selecciones, etc.);

d) asegura la mayor dimensión de la región de estabilidad (caracterizado por s_k), lo que determina las exigencias menos rígidas con respecto a la precisión del ajuste del RAE, a la estabilidad de sus características.

La resolución de los problemas planteados depende de la variación de muchos parámetros constructivos y de régimen y exige un gran volumen de cálculos que aumenta rápidamente con el crecimiento de la complejidad del sistema eléctrico (número de máquinas sincrónicas equivalentes). En relación a esto último, los cálculos de estabilidad de sistemas complejos, la elección del RAE y su ajuste en la central escogida se recomienda realizarlos en las computadoras electrónicas numéricas (CN). Los algorit-

mos y el esquema en bloque del programa para la resolución de tales problemas están expuestos en los suplementos 1-1, 2-1, y 2-2. Ya que el empleo de la CN da solamente la solución numérica del problema, entonces, antes de plantear el problema en la CN, se recomienda analizar las relaciones analíticas y realizar algunos cálculos simplificados por el método descrito en § 1-7.

§ 1-2. ECUACIONES DIFERENCIALES DE PROCESOS TRANSITORIOS ELECTROMECANICOS DE SISTEMAS COMPLEJOS Y SU TRANSFORMACION PARA LOS CALCULOS DE ESTABILIDAD *

La forma general de las ecuaciones diferenciales del movimiento de los rotores de los generadores en un sistema eléctrico complejo de N máquinas sincrónicas equivalentes cuya excitación se regula automáticamente, es la siguiente:

$$\frac{T_{Ji}}{314}\frac{d^2\delta_i}{dt^2}+P_i=P_{ti} \quad (i=1, 2, \ldots, N), \tag{1-1}$$

donde T_{Ji} es la constante de inercia de la i-ésima máquina;

δ_i es el ángulo de desviación absoluto del rotor de la i-ésima máquina, respecto al eje de referencia que gira uniformemente a la frecuencia nominal f_n;

P_i, P_{ti} son respectivamente la potencia electromagnética** y la potencia de la turbina en el árbol de la i-ésima máquina.

La ecuación de los procesos transitorios en el circuito de excitación de la i-ésima máquina sincrónica, al calcular la estabilidad, tiene la siguiente forma

$$T_{d0i}\frac{dE'_{qi}}{dt}+E_{qi}=E_{qei} \quad (i=1, 2, \ldots, N) \tag{1-2}$$

donde T_{d0i} es la constante de tiempo del devanado de excitación de la i-ésima máquina sincrónica;

E_{qi}, E'_{qi}, E_{qei} son las f.e.m. sincrónica, transitoria y forzada de la i-ésima máquina.

Al escribir las ecuaciones diferenciales linealizadas, los incrementos de todas las variables se expresan por medio de los incrementos de los ángulos δ_k y la f.e.m. E_k, donde k toma todos los valores de 1 a N.

En dependencia del circuito equivalente de la k-ésima central, la f.e.m. E_k (introducida para la generalización de la escritura)

---

* Al escribir las ecuaciones, los ángulos se expresan en radianes, el tiempo y las constantes de tiempo, en segundos.

** La expresión de la potencia electromagnética de la i-ésima central está dada en el suplemento 1-3.

puede ser igual a E_{qk} para la máquina de polos no salientes y a E_{Qk} para las máquinas de polos salientes.

En los cálculos a mano y el planteamiento del problema en las computadoras analógicas (cuando los procesos transistorios en los circuitos amortiguadores no se consideran) en calidad de E_k se recomienda tomar E'_{qk}, ya que en este caso se obtiene la forma más simple del sistema de ecuaciones linealizadas y su determinante característico. Esto está relacionado con que las ecuaciones diferenciales están, en este caso, escritas en forma normal (el sistema de ecuaciones está resuelto respecto a las derivadas), puesto que en la ecuación (1-2) la f.e.m. E'_{qk} entra bajo el signo de diferenciación.

El sistema de ecuaciones linealizadas que caracterizan el movimiento de los rotores y los procesos transitorios electromagnéticos de los circuitos de excitación cuando la potencia de la turbina es constante, se escribe por medio del incremento de ΔE_k y de los ángulos absolutos $\Delta\delta_k$, de la forma siguiente *:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{k=1}^{N}\left[\left(\Delta_{ik}T_{Ji}p^2+\frac{\partial P_i}{\partial\delta_k}\right)\Delta\delta_k+\frac{\partial P_i}{\partial E_k}\Delta E_k\right]=0,\\
&\sum_{k=1}^{N}\left[\left(T_{d0i}p\,\frac{E'_{qi}}{\partial\delta_k}+\frac{\partial E_{qi}}{\partial\delta_k}-\frac{\partial E_{qei}}{\partial\delta_k}\right)\Delta\delta_k+\right.\\
&\left.+\left(T_{d0i}p\,\frac{\partial E'_{qi}}{\partial E_k}+\frac{\partial E_{qi}}{\partial E_k}-\frac{\partial E_{qei}}{\partial E_k}\right)\Delta E_k\right]=0,
\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}3)$$

donde Δ_{ik} es el símbolo de Kronecker: $\Delta_{ik}=1$ para $i=k$, $\Delta_{ik}=0$ para $i\neq k$, $(i=1,\ 2,\ \ldots,\ N)$.

El incremento de la f.e.m. forzada depende de la ley adoptada de regulación automática de la excitación y al regular conforme a varios parámetros de régimen, se determina por la correlación

$$\Delta E_{qei}=\sum_{\Pi}W'_{\Pi ji}(p)\,\Delta\Pi_{ji}, \qquad (1\text{-}4)$$

donde $W'_{\Pi_{ji}}(p)$ es la función de transferencia del regulador de excitación (que considera los procesos transitorios en el rectificador del RAE y el elemento de potencia, es decir, la excitatriz) de la i-ésima máquina por el j-ésimo parámetro de regulación Π_{ji}.

La totalización conforme a los parámetros de regulación Π es necesaria en aquellos casos más difundidos, cuando la regulación

---

* Al escribir el sistema de ecuaciones (1-3) por medio del incremento de los ángulos absolutos se exige las mínimas transformaciones del sistema inicial de ecuaciones diferenciales y esta forma se adopta en los cálculos de estabilidad estática de sistemas complejos.

se realiza por combinación de varios parámetros de régimen (por ejemplo, la corriente y la tensión o la desviación de la frecuencia y la tensión, etc.). La función de transferencia del RAE de acción fuerte, conforme al parámetro Π con cierta idealización puede ser escrita del siguiente modo:

$$W_{\Pi}(p) = \frac{1}{(T_e p+1)(T_p p+1)}\left[\frac{k_{0\Pi}}{T_u p+1} + \frac{p k_{1\Pi}}{T_\partial p+1} + \frac{p^2 k_{2\Pi}}{(T_\partial p+1)^2}\right], \quad (1\text{-}5)$$

donde $k_{0\Pi}$ es el coeficiente de regulación conforme a la desviación $\left[\frac{\text{unid. excit.}}{\text{unid. }\Pi}\right]$*

$k_{1\Pi}$ es el coeficiente de regulación conforme a la derivada primera $\left[\frac{\text{unid. exct. s}}{\text{unid. }\Pi}\right]$

$k_{2\Pi}$ es el coeficiente de regulación conforme a la derivada segunda $\left[\frac{\text{unid. excit. s}^2}{\text{unid. }\Pi}\right]$

T_e, T_p, T_u, T_∂ son constantes de tiempo de los elementos del RAE (elementos: de potencia EP, rectificador ER, de medida EM, diferenciador ED respectivamente). El esquema estructural de RAE conforme a cada parámetro de regulación está dado en la fig. 1-1.

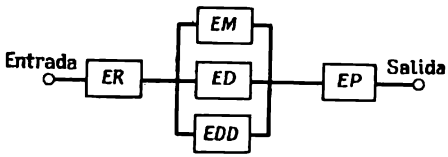


FIG. 1-1. Esquema estructural del RAE de acción fuerte:
ER — rectificador; EM — elemento de medida; ED — elemento diferenciador; EDD — elemento diferenciador doble; EP — elemento de potencia (excitatriz)

El incremento del parámetro regulado en el sistema de ecuaciones linealizadas se determina por la expresión

$$\Delta\Pi_{ji} = \sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\partial\Pi_{ji}}{\partial\delta_k}\Delta\delta_k + \frac{\partial\Pi_{ji}}{\partial E_k}\Delta E_k\right). \quad (1\text{-}6)$$

El determinante característico del sistema de ecuaciones (1-3), (1-4), (1-6) se escribe en forma de matriz

$$D(p) = \begin{vmatrix} T_J p^2 + CB \\ ED \end{vmatrix}, \quad (1\text{-}7)$$

* Como unidad de excitación se toma la tensión de excitatriz que asegure la tensión nominal del generador en el régimen de marcha en vacío.

donde T_J es la matriz diagonal de las inercias permanentes (de las dimensiones $N \times N$);

C, B, E, D son las matrices cuadradas, de dimensiones $N \times N$, cuyos elementos son las siguientes expresiones:

$$\left.\begin{aligned} C_{ik} &= \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k}\ ; \quad B_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial E_k}\ ; \\ E_{ik} &= T_{d0i} p \frac{\partial E'_{qi}}{\partial \delta_k} + \frac{\partial E_{qi}}{\partial \delta_k} - \sum_{\Pi} \frac{\delta \Pi_{ji}}{\partial \delta_k} W'_{\Pi ji}(p); \\ D_{ik} &= T_{d0i} p \frac{\partial E'_{iq}}{\partial E_k} + \frac{\partial E_{qi}}{\partial E_k} - \sum_{\Pi} \frac{\partial \Pi_{ji}}{\partial E_k} W'_{\Pi ji}(p). \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}8)$$

Las derivadas parciales que entran en las expresiones (1-8) se calculan por las fórmulas dadas en el suplemento 1-3.

El desarrollo del determinante (1-7) tiene la siguiente forma

$$D(p) = \begin{vmatrix} T_{J1}p_2 + C_{11} & C_{12} \ldots & C_{1N} & B_{11} & B_{12} \ldots & B_{1N} \\ C_{21} & T_{J2}p^2 + C_{22} \ldots & C_{2N} & B_{21} & B_{22} \ldots & B_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ C_{N1} & C_{N2} & T_{JN}p^2 + C_{NN} & B_{N1} & B_{N2} \ldots & B_{NN} \\ E_{11} & E_{12} & E_{1N} & D_{11} & D_{12} \ldots & B_{1N} \\ E_{21} & E_{22} & E_{2N} & D_{21} & D_{22} \ldots & D_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ E_{N1} & E_{N2} & E_{NN} & D_{N1} & D_{N2} \ldots & D_{NN} \end{vmatrix}$$

El orden del determinante $D_0(p)$ es igual a $m = N + l \leqslant 2N$, donde l es el número de máquinas sincrónicas equivalentes, en las que se consideran los procesos transitorios electromagnéticos en los circuitos de excitación. Para las restantes $N-l$ máquinas sincrónicas se utiliza la constancia de cierta f.e.m. E_{xi}, tras de la resistencia $\Delta x_i \leqslant x_{di}$. El determinante $D_0(p)$ se desarrolla en forma de polinomio:

$$D_0(p) = a_0 p^{n+s} + a_1 p^{n+s-1} + \ldots + a_n p^s = D(p)\, p^{s*}. \qquad (1\text{-}9)$$

La magnitud s depende del circuito del sistema y de los parámetros de regulación: $s = 0$, si en el circuito del sistema se tienen barras de tensión permanente, o si en la ley de regulación de la

---

* En el caso general el determinante característico $D(p)$ no coincide con el polinomio $D_0(p)$, dado que la estabilidad estática del sistema eléctrico no siempre se determina por el carácter de variación de los ángulos absolutos δ_k que en las ecuaciones (1-3) están tomados como variables independientes.

excitación, en una de las máquinas del sistema, se utiliza la desviación del ángulo absoluto $\Delta\delta_k$;
$s = 1$, si en la ley de regulación de la excitación de cualquiera de las máquinas del sistema se utiliza la derivada primera del ángulo absoluto $p\Delta\delta_k$, mientras que $\Delta\delta_k$ no existe;
$s = 2$, si la regulación de la excitación de las máquinas del sistema se realiza conforme a las derivadas de los ángulos absolutos de segundo orden o mayor ($p^2\Delta\delta_k$, $p^3\Delta\delta_k$ ...), así como por la desviación y las derivadas de los parámetros de régimen del sistema (I_k, U_{gk}), dependientes de los ángulos mutuos Δ_{ik}. El orden del polinomio $D(p)$ puede ser determinado, para las tolerancias adoptadas, por la fórmula

$$n = 2\sum T_J + \sum T - s,$$

donde ΣT_J es el número de constantes de inercia consideradas de las máquinas sincrónicas;
T es el número de constantes electromagnéticas de tiempo consideradas.

El orden más conveniente de desarrollo del determinante característico (1-7) depende de los medios de cálculo utilizados al analizar la estabilidad. Al realizar los estudios y los cálculos, sin computadoras (habitualmente para los circuitos elementales), relacionados con la selección de los parámetros de ajuste de los reguladores de una de las centrales del sistema, se recomienda escribir la ecuación característica (1-9) en forma de suma de dos polinomios

$$D_0(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + \ldots + a_n +$$
$$+ \sum_{\Pi} W'_{\Pi}(p)\,[\Delta_{m\Pi}\,p^m + \Delta_{(m-1)\,\Pi}\,p^{m-1} + \ldots + \Delta_{0\Pi}] = 0. \quad (1\text{-}10)$$

En esta notación en el primer polinomio entran los coeficientes de la ecuación característica, independiente del RAE de la central considerada. Por eso, éste caracteriza las condiciones de estabilidad del sistema si la central escogida carece de la regulación automática.
El segundo polinomio ($m < n$) refleja la influencia de la regulación de excitación en la estabilidad de la central escogida. Los coeficientes $\Delta_{m\Pi}$ han sido denominados *adiciones unidad.* Estas adiciones tienen distintas expresiones para cada parámetro Π regulado y para cada sumando m del segundo polinomio.
En los cálculos de la estabilidad estática, sin empleo de computadoras, no es necesario reducir ambos polinomios a un común denominador [el denominador del segundo polinomio es $(T_ep+1)(T_pp+1)(T_up+1)(T_\partial p+1)^2]$, ya que semejante reducción eleva a 5 el orden de la ecuación característica. Los límites de las regiones de estabilidad se calculan (véase el suple-

mento 1-2) por la ecuación característica

$$D_0(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n + \sum_{\Pi} W_{\Pi}(p) [\Delta_{m\Pi} p^m + \\ + \Delta_{(m-1)\Pi} p^{m-1} + \ldots + \Delta_{0\Pi}] = 0,$$

donde $W_{\Pi}(p) = k_{0\Pi} + pk_{1\Pi} + p^2 k_{2\Pi}$ se obtiene de $W'_{\Pi}(p)$ igualando a cero las constantes de tiempo T_e, T_p, T_u, T_∂.
Luego los límites de las regiones de estabilidad obtenidos de este modo se calculan teniendo en cuenta las constantes de tiempo por las fórmulas dadas en el suplemento 1-2. Con tal orden, los cálculos se simplifican. Especialmente, esto es conveniente cuando en la marcha de los cálculos se debe variar una u otra constante te tiempo, por ejemplo, para la elección de los parámetros constructivos del sistema de excitación y del RAE.
Al calcular la estabilidad en la CN conforme al programa elaborado en el Instituto Energético de Moscú (véase el suplemento 2-1) no se calculan previamente los coeficientes de la ecuación característica. El determinante (1-7) del sistema se transforma y se divide en dos determinantes; el factor de uno de ellos es la expresión que depende de los parámetros de ajuste buscados de la N-ésima central escogida ($k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$):

$$D(p) = D_1(p) - \frac{1}{(T_e p + 1)(T_p p + 1)} \left[\frac{k_{1\Pi} p}{T_\partial p + 1} + \frac{k_{2\Pi} p^2}{(T_\partial p + 1)^2} \right] D_2(p). \tag{1-11}$$

Los determinantes $D_1(p)$ y $D_2(p)$ son el conjunto de datos iniciales conocidos y del operador de diferenciación p, y tienen la siguiente forma

$$D_1(p) = \begin{vmatrix} T_{J1}p^2 + C_{11} \ldots & C_{1N} & B_{11} \ldots B_{1N} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ C_{N1} \ldots & T_{JN}p^2 + C_{NN} & B_{N1} \ldots B_{NN} \\ E_{11} \ldots & E_{1N} & D_{11} \ldots D_{1N} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ E^0_{N1} \ldots & E^0_{NN} & D^0_{N1} \ldots D^0_{NN} \end{vmatrix}; \tag{1-12}$$

$$D_2(p) = \begin{vmatrix} T_{J1}p^2 + C_{11} \ldots & C_{1N} & B_{11} \ldots & B_{1N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ C_{N1} & T_{JN}p^2 + C_{NN} & B_{N1} \ldots & B_{NN} \\ E_{11} & E_{1N} & D_{11} \ldots & D_{1N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ E_{N-1,1} & E_{N-1,N} & D_{N-1,1} \ldots & D_{N-1,N} \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial \delta_1} & \dfrac{\partial \Pi}{\partial \delta_N} & \dfrac{\partial \Pi}{\partial E_1} & \dfrac{\partial \Pi}{\partial E_N} \end{vmatrix} \tag{1-13}$$

donde

$$\left.\begin{aligned} E^0_{Nk} &= E_{Nk} + \left\{\frac{1}{(T_e p+1)(T_p p+1)}\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_k}\left[\frac{k_{1\Pi} p}{(T_\partial p+1)} + \frac{k_{2\Pi} p^2}{(T_\partial p+1)^2}\right]\right\}; \\ D^0_{Nk} &= D_{Nk} + \left\{\frac{1}{(T_e p+1)(T_p p+1)}\frac{\partial \Pi}{\partial E_k}\left[\frac{k_{1\Pi} p}{(T_\partial p+1)} + \frac{k_{2\Pi} p^2}{(T_\partial p+1)^2}\right]\right\}. \end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}14)$$

$$k = 1, 2, \ldots, N.$$

El determinante del tipo (1-11) se utiliza más adelante para el cálculo de los límites de estabilidad (aperiódico y periódico) mediante el método de frecuencia. El algoritmo y el esquema en bloque del programa de cálculo de los límites de estabilidad en la CN, están dados en el suplemento 2-1.

Después de terminar los cálculos para la selección de los parámetros de ajuste del RAE, destinados a la central N, los mismos se toman como datos. Análogos parámetros de otra central, tomados antes como conocidos, ahora se consideran como magnitudes expuestas a determinación conforme a las condiciones de estabilidad estática del sistema. La elección de estos parámetros se realiza por el método antes expuesto. Luego, el cálculo vuelve a repetirse para elegir los parámetros de ajuste de la tercera central, etc.

§ 1-3. CALCULO DE ESTABILIDAD DE SISTEMAS COMPLEJOS, CUYOS CIRCUITOS POSEEN GRUPOS SIMETRICOS

Entre los sistemas eléctricos con grupos simétricos se encuentran los sistemas que poseen iguales centrales generadoras, igualmente cargadas e igualmente conectadas a la restante parte del sistema, con regulación automática de la excitación de los generadores conforme a parámetros comunes a cada central (fig. 1-2, *c*). A ellos pertenecen también los sistemas con centrales generadoras de múltiples grupos, en las que la excitación de los generadores se regula conforme a sus parámetros individuales (fig. 1-2 *a*, *b*). El determinante característico que determina la estabilidad de tales sistemas se descompone en dos determinantes de órdenes menores. El primero describe el movimiento fundamental, es decir, el desplazamiento del grupo simétrico de las centrales respecto al resto del sistema; el segundo describe el movimiento relativo, es decir, el desplazamiento de las máquinas dentro del grupo.

Igualando por separado cada uno de estos determinantes a cero, obtenemos dos ecuaciones características de grado menor (en lugar de uno de alto grado). Estas ecuaciones corresponden a dos sistemas más simples que el inicial:

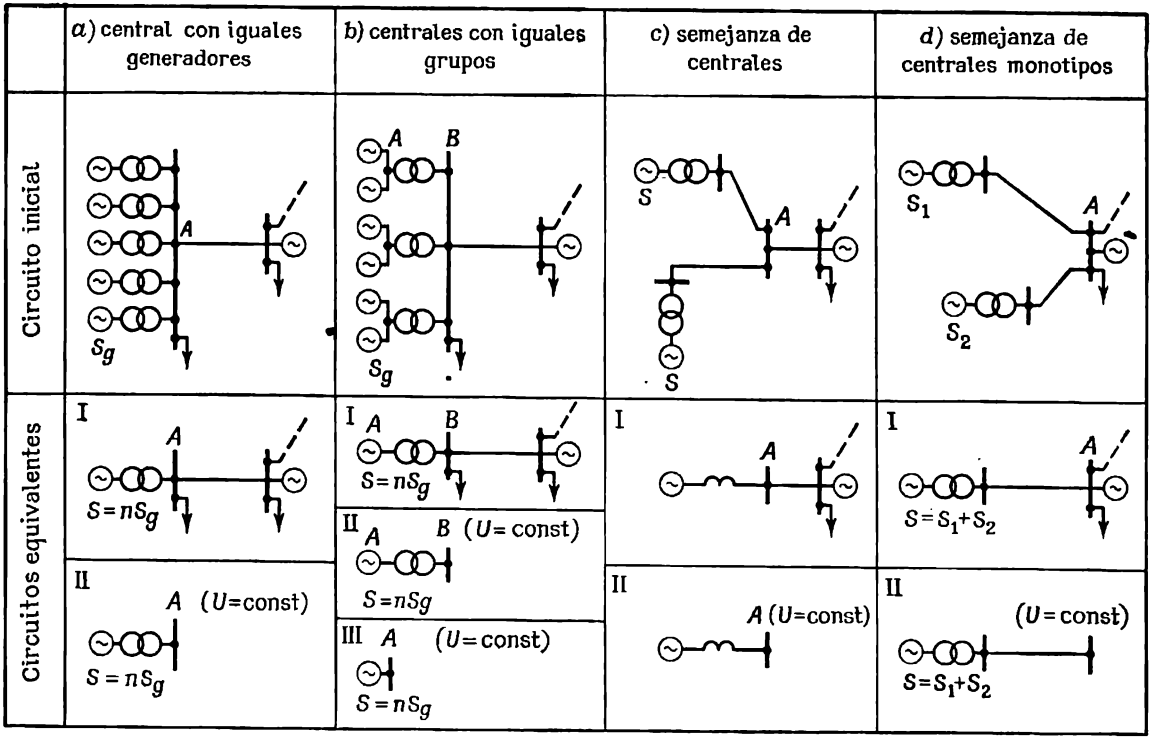


FIG. 1-2. Casos típicos de simetría y semejanza de circuitos de sistemas eléctricos complejos:
A y *B* son puntos de conexión eléctrica de derivaciones generadoras

sistema I, donde el generador equivalente trabaja para un sistema de recepción, que se toma en cuenta por cualquier circuito equivalente;
sistema II, donde el generador equivalente trabaja para barras de tensión permanente en el punto de conexión de los generadores.
El sistema inicial será estable si se observan las condiciones de estabilidad para cada circuito elemental. Los límites de estabilidad se determinan por el conjunto de límites de estabilidad de los esquemas I y II.
Si en el sistema se tienen varios grupos de generadores iguales, el método expuesto de separación de las variables y separación del movimiento general y relativo de los generadores se puede aplicar a cada grupo de máquinas independientemente. Un ejemplo del esquema para el cual es necesario utilizar tal procedimiento es el de la central de numerosos generadores (fig. 1-2, *b*) unidos en bloques; además, los generadores de cada bloque trabajan con transformador elevador común. En el ejemplo dado para generadores y bloques idénticos, el sistema de ecuaciones se descompone en tres: para los cálculos de estabilidad y determinación de sus límites, es suficiente analizar la estabilidad e imponer los límites de estabilidad de tres circuitos elementales (véase la fig. 1-2, *b*). En el primero toda la central se sustituye por un generador equivalente que trabaja a través de la línea de transmisión eléctrica para el sistema de recepción (esquema I); en el segundo, el generador equivalente trabaja directamente en las barras de potencia infinita, ubicadas en el punto B de unión de los bloques (esquema II); por último, en el tercer circuito, el generador equivalente está conectado directamente a las barras de potencia infinita, ubicadas en el punto A de unión de los generadores. Las ecuaciones del circuito I describen el movimiento fundamental, mientras que los esquemas II y III, el movimiento relativo entre bloques y generadores, respectivamente.
Cuando el circuito real considerado del sistema no es exactamente simétrico, es conveniente la consideración del circuito simétrico idealizado, próximo a él.
La simetría de las centrales generadoras se observa también en el caso de su semejanza. La condición de semejanza en el caso simple del circuito de dos centrales (fig. 1-2, *d*) consiste en que:
1) las constantes de tiempo de los devanados de excitación de los generadores equivalentes que sustituyen estas dos centrales, son idénticas, $T_{d01} = T_{d02}$;
2) las relaciones de las resistencias totales sincrónica y transitoria, son idénticas para la primera y la segunda central (las resistencias totales se consideran hasta el punto de conexión de las centrales en el sistema)

$$\frac{x'_{d\Sigma 1}}{x_{d\Sigma 1}} = \frac{x'_{d\Sigma 2}}{x_{d\Sigma 2}};$$

3) las constantes de inercia (calculadas para iguales condiciones básicas) deben satisfacer la igualdad

$$T_{J1}x_{d\Sigma 1} = T_{J2}x_{d\Sigma 2};$$

4) los ángulos y las f.e.m. de los generadores son iguales: $\delta_1 = \delta_2$; $E_{q1} = E_{q2}$.

Si los generadores son de un solo tipo, las condiciones (1-3) se reducen a la exigencia de que el coeficiente de asimetría $k_c = \sigma\eta$ sea igual a la unidad;

en este caso $\sigma = \frac{S_{2\text{nom}}}{S_{1\text{nom}}}$ es un coeficiente que caracteriza la asimetría de la central, respecto a la potencia;

$\eta = \frac{x_{l_2}}{x_{l_1}}$ es el coeficiente que caracteriza la asimetría de la red.

Para $k_c = 1$, el circuito se lleva exactamente a la simetría, independientemente de los valores que toman σ y η por separado.

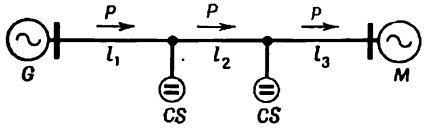


FIG. 1-3. Circuito equivalente que representa la transmisión eléctrica con compensadores sincrónicos intermedios

Cuando los coeficientes de asimetría k_c son diferentes de la unidad, los cálculos de estabilidad del sistema pueden realizarse aproximadamente, suponiendo la simetría del circuito. En el caso de asimetría de la potencia instalada ($\sigma \neq 1$, $\eta = 1$) el empleo del método aproximado es muy limitado.

Las condiciones de simetría se recomienda utilizarlas también para el cálculo de estabilidad del sistema que contiene transmisión eléctrica simétrica con compensadores sincrónicos intermedios regulados automáticamente.

Para estudiar la estabilidad de tal sistema, en particular, para determinar el ajuste del RAE de acción fuerte con compensadores sincrónicos intermedios, se recomienda representar la central del extremo de partida y el sistema de recepción en forma del generador y del motor sincrónico equivalentes, aproximadamente, iguales en parámetros y carga (fig. 1-3). En este caso, ambos compensadores sincrónicos intermedios, también se consideran idénticos, los sectores extremos de la línea se toman de igual longitud. Si no se consideran las resistencias óhmicas, el circuito es simétrico.

La simetría del circuito permite también en este caso, separar las variables y reducir el orden del sistema de ecuaciones.

§ 1-4. CIRCUITOS EQUIVALENTES REDUCIDOS DE UN SISTEMA COMPLEJO

Cuando se realizan cálculos simplificados de la estabilidad estática del sistema complejo (sin el uso de la CN), simplificando el circuito de cálculo del sistema se puede escoger el sector que contiene una central o grupo de centrales. En este caso se recomiendan los siguientes circuitos equivalentes del sistema:

1. **Circuito «central-barras» de tensión permanente con conexión simple.** El sistema complejo debe reducirse a este circuito distinguiendo la central distante regulable por parámetros comunes (para todos los generadores), si la transmisión eléctrica, que conecta esta central con el sistema receptor, no posee dispositivos de derivación o selecciones intermedias, y si $\frac{S_{c\Sigma}}{S_1} \geqslant 10$, donde $S_{c\Sigma}$ y S_1 son las potencias instaladas del sistema receptor y de la central transmisora respectivamente.

2. **Circuito «central-barras» de tensión permanente con conexión compleja.** El sistema complejo debe reducirse a un circuito de este tipo, distinguiendo la central distante regulable por parámetros comunes (para todos los generadores) si la transmisión eléctrica que conecta esta central con el sistema receptor, posee dispositivos de derivación, selecciones locales e intermedias, y si $\frac{S_{c\Sigma}}{S_1} \geqslant 10$.

3. **Circuito «central-central» con conexión compleja.** El sistema complejo debe reducirse a un circuito equivalente de este tipo, distinguiendo la central distante regulable por parámetros comunes a todos los generadores si $\frac{S_{c\Sigma}}{S_1} < 10$. En el mismo, el sistema receptor se representa por una central. Los parámetros del circuito equivalente del sistema receptor se hallan por las reglas de equivalencia, expuestas en § I-4. La máquina sincrónica equivalente se introduce en el circuito equivalente por la reactancia x'_d y la f.e.m. E'_q = constante. Al componer las ecuaciones diferenciales del proceso transitorio del sistema para la máquina sincrónica equivalente, se consideran solamente los procesos transitorios electromecánicos.

Si en el sistema, que satisface las condiciones indicadas en el apartado 3, se tienen compensadores sincrónicos, entonces, es necesario representarlos por una máquina sincrónica equivalente, considerando el circuito equivalente que contiene tres máquinas sincrónicas equivalentes.

En todos los circuitos equivalentes considerados, la central distante debe ser representada por dos máquinas sincrónicas, si la excitación se regula por los parámetros individuales que caracterizan cada generador (corriente, tensión y ángulo absoluto

de cada generador). En este caso, las condiciones de estabilidad de todo el sistema se recomienda determinar comparando las condiciones de estabilidad para dos circuitos equivalentes, de acuerdo al método descrito en el § 1-3.

§ I-5. ECUACION CARACTERISTICA DE UN SISTEMA QUE CONTIENE UNA CENTRAL REGULADA AUTOMATICAMENTE Y UNIDA POR CONEXION COMPLEJA AL SISTEMA RECEPTOR DE POTENCIA FINITA O INFINITA

El determinante característico (1-7), para el caso considerado, toma la forma:

$$D(p)=\begin{vmatrix} T_{J1}p^2+C_{11} & C_{12} & B_{11} & B_{12} \\ C_{21} & T_{J2}p^2+C_{22} & B_{21} & B_{22} \\ E_{11} & E_{12} & D_{11} & D_{12} \\ E_{21} & E_{22} & D_{21} & D_{22} \end{vmatrix} \qquad (1\text{-}15)$$

donde los coeficientes B, C, D, E se determinan por las expresiones (1-8).

Si el generador equivalente del sistema receptor se caracteriza por la f.e.m E_2 permanente y se considera sólo su inercia mecánica, la (1-15) se reduce a:

$$D(p)=\begin{vmatrix} T_{J1}p^2+C_{11} & C_{12} & B_{11} \\ C_{21} & T_{J2}p^2+C_{22} & B_{21} \\ E_{11} & E_{12} & D_{11} \end{vmatrix}. \qquad (1\text{-}16)$$

Representando los elementos de la última línea del determinante (1-16) en la forma

$$\left.\begin{aligned} E_{1i} &= T_{d01}pE'_{1i}+E''_{1i}+\sum_{\Pi}E'^{\Pi}_{1i}W'_{\Pi}(p); \\ D_{11} &= T_{d01}pD'_{11}+D''_{11}+\sum_{\Pi}D'^{\Pi}_{11}W'_{\Pi}(p), \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}17)$$

obtenemos:

$$D(p)=\begin{vmatrix} (T_{J1}p^2+C_{11}) & C_{12} & B_{11} \\ C_{21} & (T_{J2}p^2+C_{22}) & B_{21} \\ (T_{d01}pE'_{11}+E''_{11}) & (T_{d01}pE'_{12}+E''_{12}) & (T_{d01}pD'_{11}+D''_{11}) \end{vmatrix}+$$

$$+\sum_{\Pi}W'_{\Pi}(p)\begin{vmatrix} (T_{J1}p^2+C_{11}) & C_{12} & B_{11} \\ C_{21} & (T_{J2}p^2+C_{22}) & B_{21} \\ E'^{\Pi}_{11} & E'^{\Pi}_{12} & D'^{\Pi}_{11} \end{vmatrix}. \qquad (1\text{-}18)$$

La ecuación característica (1-10), en este caso simple, tendrá la forma

$$D(p) = a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + \sum_{\Pi} W'_{\Pi}(p)(\Delta_{4\Pi} p^4 + \Delta_{2\Pi} p^2 + \Delta_{0\Pi}) = 0, \tag{1-19}$$

$$a_0 = T_{J1} T_{J2} T_{d01} D'_{11};$$

$$a_1 = T_{J1} T_{J2} D''_{11};$$

$$a_2 = T_{J1} T_{d01} \begin{vmatrix} C_{22} & B_{21} \\ E'_{12} & D'_{11} \end{vmatrix} + T_{J2} T_{d01} \begin{vmatrix} C_{11} & B_{11} \\ E'_{11} & D'_{11} \end{vmatrix};$$

$$a_3 = T_{J1} \begin{vmatrix} C_{22} & B_{21} \\ E''_{12} & D''_{11} \end{vmatrix} + T_{J2} \begin{vmatrix} C_{11} & B_{11} \\ E''_{11} & D''_{11} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{4\Pi} = T_{J1} T_{J2} D'^{\Pi}_{11};$$

$$\Delta_{2\Pi} = T_{J1} \begin{vmatrix} C_{22} & B_{21} \\ E'^{\Pi}_{12} & D'^{\Pi}_{11} \end{vmatrix} + T_{J2} \begin{vmatrix} C_{11} & B_{11} \\ E'^{\Pi}_{11} & D'^{\Pi}_{11} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_{0\Pi} = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & B_{11} \\ C_{21} & C_{22} & B_{21} \\ E'^{\Pi}_{11} & E'^{\Pi}_{12} & D'^{\Pi}_{11} \end{vmatrix}.$$

Los coeficientes B, C, E', E'', D', D'', E'^{Π} y D'^{Π} ($\Pi = -U_g$, I, δ_{Ug}) pueden ser calculados por las expresiones dadas en el suplemento 1-4.

El coeficiente $\Delta_{0\Pi} \neq 0$ sólo para el parámetro de regulación dependiente del ángulo absoluto. Por eso, al introducir en la ley de regulación la desviación de este parámetro, el término independiente de la ecuación característica es igual a $\Delta_{0\delta} k_{0\delta}$, es decir, las condiciones de estabilidad aperiódica se determinan por los coeficientes de regulación conforme a la desviación del ángulo absoluto.

Si entre los parámetros de regulación se tiene el ángulo absoluto y en la ley de regulación sólo se utilizan sus derivadas, el orden de la ecuación característica disminuye en la unidad y su término independiente será igual a $\Delta_{0\delta} k_{1\delta}$. En este caso, las condiciones de estabilidad aperiódica se determinan por los coeficientes de regulación conforme a la derivada primera del ángulo absoluto.

Si los parámetros de regulación no contienen la desviación y la derivada primera del ángulo absoluto, entonces, el orden de la ecuación característica disminuye en dos. El término independiente de la ecuación característica será igual a

$$a_3 + \sum_{\Pi} \Delta_{2\Pi} k_{0\Pi} + \Delta_{\delta 0} k_{2\delta}$$

$$(\Pi \neq \delta).$$

La influencia de la constante de inercia del generador equivalente del sistema receptor sobre las condiciones de estabilidad se precisa cómodamente basándose en la (1-19), cuyos coeficientes están divididos por T_{J2}.

Para el caso particular en que $T_{J2} \gg T_{J1}$ (sistema receptor de potencia infinita), los coeficientes de la ecuación (1-19) serán iguales a:

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= T_{J1} T_{d01} D'_{11}; \\ a_1 &= T_{J1} D''_{11}; \\ a_2 &= T_{d01} (C_{11} D'_{11} - B_{11} E'_{11}); \\ a_3 &= C_{11} D''_{11} - B_{11} E''_{11}; \\ \Delta_{4\Pi} &= T_{J1} D'^{\Pi}_{11}; \\ \Delta_{2\Pi} &= C_{11} D'^{\Pi}_{11} - B_{11} E'^{\Pi}_{11}; \\ \Delta_{0\Pi} &= 0. \end{aligned}\right\} . \qquad (1\text{-}20)$$

Para el sistema elemental "central-barras" de conexión simple con cualesquiera de los parámetros de regulación (para $T_u = 0$ y $T_\partial = 0$) la ecuación característica (1-19) toma la forma:

$$D(p) = a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 + \\ + \sum_{\Pi} W_{\Pi}(p) (\Delta_{2\Pi} p^2 + \Delta_{0\Pi}) = 0 \qquad (1\text{-}21)$$

donde

$$a_0 = T_J T'_d T_e T_p;$$
$$a_1 = T_J (T'_d T_e + T'_d T_p + T_e T_p);$$
$$a_2 = T_J (T'_d + T_e + T_p) + T'_d T_e T_p c_2;$$
$$a_3 = T_J + T'_d (T_e + T_p) c_2 + T_e T_p c_1;$$
$$a_4 = T'_d c_2 + (T_e + T_p) c_1;$$
$$a_5 = c_1;$$
$$\Delta_{2\Pi} = T_J b_{\Pi};$$
$$\Delta_{0\Pi} = c_{\Pi} b_{\Pi}.$$

Para las máquinas de polos salientes

$$T'_\partial = T_{d0} \frac{D'_{11}}{D''_{11}} = T_{d0} \frac{x'_{d\Sigma}}{x_{d\Sigma}};$$

$$c_1 = C_{11} - \frac{B_{11} E''_{11}}{D''_{11}} = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \cos\delta + U^2 \frac{x_d - x_q}{x_{d\Sigma} x_{q\Sigma}} \cos 2\delta;$$

$$c_2 = C_{11} - \frac{B_{11} E'_{11}}{D'_{11}} = c_1 + U^2 \frac{x_d - x'_d}{x_{d\Sigma} x'_{d\Sigma}} \operatorname{sen}^2 \delta;$$

$$b_{\Pi} = \frac{D'^{\Pi}_{11}}{D''_{11}}, \quad c_{\Pi} = C_{11} - \frac{B_{11} E'^{\Pi}_{11}}{D'^{\Pi}_{11}}.$$

a) $\Pi = -U_g$, $b_{U_g} = \frac{x_{ext}}{x_{d\Sigma}^2 U_g}(E_q x_{ext} + U_{x_d} \cos\delta)$;

$$c_{U_g} = c_1 + U^2 \frac{x_{d\Sigma}}{x_{ext}} \cdot \frac{E_q \frac{x_{ext} x_d}{x_{d\Sigma}^2} + U\left(\frac{x^2 d}{x_{d\Sigma}^2} - \frac{x_q^2}{x_{q\Sigma}^2}\right)\cos\delta}{E_q x_{ext} + U_{x_d}\cos\delta} \operatorname{sen}^2\delta;$$

b) $\Pi = I$, $b_I = -\frac{E_q - U\cos\delta}{I x_{d\Sigma}^2}$;

$$c_I = c_1 - \frac{U^2 x_{d\Sigma}}{E_q - U\cos\delta}\left[\frac{E_q}{x_{d\Sigma}^2} + U\left(\frac{1}{x_{q\Sigma}^2} - \frac{1}{x_{d\Sigma}^2}\right)\cos\delta\right]\operatorname{sen}^2\delta;$$

c) $\Pi = \delta_{U_g}$; $b_{\delta_{U_g}} = -\frac{U}{U_g^2}\frac{x_{ext} x_g}{x_{d\Sigma} x_{q\Sigma}}\operatorname{sen}\delta$;

$$c_{\delta_{U_g}} = c_1 + \left(\frac{E_g U}{x_{d\Sigma}}\cos\delta + U^2 \frac{x_d}{x_{ext} x_{d\Sigma}} - U_g^2 \frac{x_{q\Sigma}}{x_{ext} x_q}\right).$$

§ 1-6. CALCULOS EXACTOS DE LA ESTABILIDAD ESTATICA AL INSTALAR EN LA CENTRAL DISTANTE UN RAE DE ACCION PROPORCIONAL

Si los cálculos previos (§ 1-1) realizados al presentar los generadores con RAE de acción proporcional por la reactancia x_d y la f.e.m. E'_q otorgan una reserva de estabilidad estática menor que la normal, se recomienda realizar cálculos exactos. Tales cálculos se realizan para un sector escogido del sistema complejo siendo el propósito de los mismos la selección de los parámetros de ajuste del RAE de acción proporcional (convencionalmente denominado óptimo) para obtener la máxima posibilidad de la potencia límite.

Como parámetros de ajuste del RAE de acción proporcional se consideran el coeficiente de regulación conforme a la desviación de la tensión k_{0U} y la constante equivalente de tiempo de la excitatriz T_e, calculada teniendo en cuenta la reacción negativa flexible (RNF), que abarca la excitatriz, (introducida para la estabilización en los reguladores electrónicos de tensión), o teniendo en cuenta el retardo del corrector de tensión (introducido para la estabilización en los dispositivos de compoundaje con el corrector).

Se recomienda el siguiente orden de cálculo:

1) para la serie de valores del coeficiente de amplificación de tensión k_{0U} del RAE, se construye la serie de características estáticas de la potencia del generador equivalente regulado de la central $P = f(\delta)$ (fig. 1-4);

2) de acuerdo a la ecuación característica del sistema se determina el límite de la región de regímenes estables, representado en forma de dependencia, $k_{0U} = \varphi(\delta)$;

3) la construcción de las dependencias de los puntos 1 y 2 en un diagrama permite encontrar la magnitud $P_{máx}$; simultáneamente

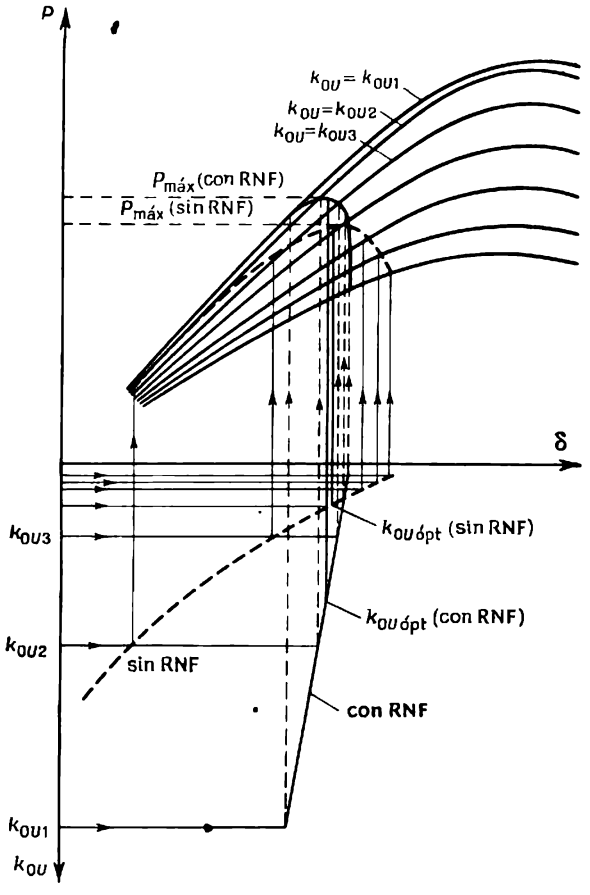


FIG. 1-4. Determinación gráfica de $k_{0U\text{opt}}$ y $P_{máx}$

se determinan los valores de k_{0U} y de δ, que corresponden a la condición $P = P_{máx}$ ($k_{0U\text{opt}}$ y δ_{opt});
4) los cálculos, repetidos para distintos valores del coeficiente de la reacción flexible del RAE, permiten determinar el ajuste óptimo del RAE.
En el sistema elemental «generador-barras de potencia infinita», las características estáticas de la potencia pueden ser halladas de acuerdo con la expresión

$$P = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \operatorname{sen} \delta + \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_{q\Sigma} x_{q\Sigma}} \operatorname{sen} 2\delta \qquad (1\text{-}22)$$

donde $x_{d\Sigma} = x_d + x_{ext}$; $x_{q\Sigma} = x_q + x_{ext}$.

$$E_q = E_{q0} + (U_{g0} - U_g) k_{0U} = \frac{U \frac{x_d x_{ext}}{x_{d\Sigma}^2} k_{0U}^2 \cos\delta + k_{0U} U_{g0} + E_q}{\left(\frac{x_{ext}}{x_{d\Sigma}} k_{0U}\right)^2 - 1} +$$

$$+ \frac{\sqrt{\left(U \frac{x_{ext} x_d}{x_{d\Sigma}^2} k_{0U}^2 \cos\delta + k_{0U} U_{g0} + E_{q0}\right)^2 - \left[\left(\frac{x_{ext}}{x_{d\Sigma}} k_{0U}\right)^2 - 1\right] \times \left\{U^2 k_{0U}^2 \left[\left(\frac{x_d}{x_{d\Sigma}} \cos\delta\right)^2 + \left(\frac{x_q}{x_{q\Sigma}} \operatorname{sen}\delta\right)^2\right] - (k_{0U} U_{g0} + E_{g0})^2\right\}}}{\left(\frac{x_{ext}}{x_{d\Sigma}} k_{0U}\right)^2 - 1}. \tag{1-23}$$

En la última expresión:
U_{g0} es la tensión de ajuste del regulador;
E_{q0} es el valor de la f.e.m. E_q del generador para $U_g = U_{g0}$.
La dependencia $k_{0U} = f(\delta)$, que determina el límite de la región de los regímenes estables, se halla analizando la ecuación característica del sistema, que para el circuito elemental considerado, posee la forma siguiente [véase la ecuación (1-21)], para $Tp = 0$:

$$T_J T'_d T_e p^4 + T_J (T'_d + T_e) p^3 + (T_J + b_{U_g} T_J k_{0U} + T'_d T_e c_2) p^2 +$$
$$(T'_d c_2 + T_e c_1) p + c_1 + b_{U_g} c_{U_g} k_{0U} = 0. \tag{1-24}$$

Para la estabilidad del sistema es necesario y suficiente el cumplimiento de las siguientes condiciones:

$$k_{0U} \geqslant k_{0U\,\text{mín}} = -\frac{c_1}{b_{U_g} c_{U_g}}; \tag{1-25}$$

$$k_{0U} \leqslant k_{0U\,\text{máx}} = \frac{1 + \frac{T_e^2}{T_J}\left(c_1 + \frac{c_2 - c_1}{\alpha}\right)}{b_{U_g}(c_3 \alpha - 1)}, \tag{1-26}$$

donde

$$\alpha = \frac{T_e + T'_d}{T'_d}; \quad c_3 = \frac{c_{U_g} - c_1}{c_2 - c_1}.$$

El límite de estabilidad determinado por la condición (1-25) corresponde al máximo de la característica estática de la potencia, construida para el valor k_{0U} considerado. La condición (1-26) determina el máximo admisible del k_{0U} conforme a la autooscilación.
El valor máximo de k_{0U}, determinado por la condición (1-26), disminuye con el aumento de δ. En relación a esto, si el ajuste del regulador es óptimo el régimen límite de estabilidad, determinado teniendo en cuenta sólo la condición (1-26), satisfará la condición (1-25), la que no hay necesidad de considerar.

Para simplificar los cálculos de E_q y $k_{0U\,\text{máx}}$ pueden recomendarse las siguientes fórmulas aproximadas, que dan un error dentro de los límites de precisión del cálculo a mano:

$$E_q = \frac{E_{q0} + k_{0U}\frac{x_d}{x_{d\Sigma}}(F - \cos\delta)}{1 + k_{0U}\frac{x_{\text{ext}}}{x_{d\Sigma}}}. \tag{1-27}$$

$$k_{0U\,\text{máx}} = \frac{A + B\cos\delta + B'\cos^2\delta}{C + D\cos\delta} \tag{1-28}$$

donde

$$\left.\begin{aligned}
A &= 1 + \frac{T_e^2}{T_J}U^2\left(\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{x_d - x'_d}{x_{d\Sigma}x'_{d\Sigma}} - \frac{x_d - x_q}{x_{d\Sigma}x_{q\Sigma}}\right);\\
B &= \frac{T_e^2}{T_J}U^2\frac{x_d}{x_{\text{ext}}x_{d\Sigma}}F;\\
B' &= \frac{T_e^2}{T_J}U^2\left(2\frac{x_d - x_q}{x_{d\Sigma}x_{q\Sigma}} - \frac{x_d}{x_{\text{ext}}x_{d\Sigma}} - \frac{x_d - x'_d}{\alpha x_{d\Sigma}x'_{d\Sigma}}\right);\\
C &= F\left(\frac{x'_{d\Sigma}x_d}{x_d - x'_d}\alpha - x_{\text{ext}}\right)\frac{x_d}{x_{d\Sigma}^2};\\
D &= -\frac{\alpha x'_{d\Sigma}x_q^2}{(x_d - x'_d)x_{q\Sigma}^2};\\
F &= \sqrt{\left(\frac{x_{d\Sigma}}{x_d}\frac{U_{g0}}{U}\right)^2 - \left(\frac{x_q x_{d\Sigma}}{x_d x_{q\Sigma}}\right)^2\operatorname{sen}^2\delta}.
\end{aligned}\right\} \tag{1-29}$$

Para el cálculo de $k_{0U\,\text{opt}}$ y $P_{\text{máx}}$, para T_e dado, se recomienda la fórmula dada más abajo, obtenida por una serie de reducciones que no conducen a un error sensible en los cálculos:

$$\cos\delta_{\text{opt}} = \frac{\frac{BC - AD}{Cx_{d\Sigma} + Ax_{\text{ext}}}\left(F'x_d - \frac{E_{q0}}{U}x_{\text{ext}}\right)x_{d\Sigma} - Ax_d - \frac{x_d - x_q}{x_{q\Sigma}}(Cx_{d\Sigma} + Ax_{\text{ext}})}{AF'x_d + 2Bx_d + \frac{E_{q0}}{U}\cdot Cx_{d\Sigma} + 2\frac{x_d - x_q}{x_{q\Sigma}}(Dx_{d\Sigma} + Bx_{\text{ext}})}. \tag{1-30}$$

donde

$$F' = \sqrt{\left(\frac{x_{d\Sigma}U_{g0}}{x_d U}\right)^2 - \left(\frac{x_q x_{d\Sigma}}{x_d x_{q\Sigma}}\right)^2},$$

mientras que los coeficientes A, B, C y D se determinan por las expresiones (1-29).

Conforme al valor obtenido del ángulo δ_{opt} se determinan el coeficiente $k_{0U\text{opt}}$ por la fórmula (1-28), la f.e.m. E_q [por la

fórmula (1-27)] y la potencia $P_{máx}$ [por la fórmula (1-22)] para distintos valores de la constante de tiempo T_e.
El valor óptimo de la constante de tiempo T_e se elige asegurando la máxima potencia transmitida con el mínimo retardo del sistema de excitación o bien con la exactitud de sostenimiento de la tensión dada en los bornes del generador, es decir, para k_{0U} prefijado.

§ 1-7. ESTIMACION DE DISTINTOS METODOS DE REGULACION DE LA EXCITACION DE ACCION FUERTE

Al elegir el RAE de acción fuerte de los generadores de la central escogida, se recomienda, en primer término, estimar los distintos métodos de regulación.
Durante los cálculos se pone de manifiesto el orden de las magnitudes de los coeficientes de regulación conforme a la desviación y a las derivadas. Los cálculos de las regiones de estabilidad variando las constantes de tiempo T_e, T_p y T_ϑ permiten formular las exigencias a los parámetros constructivos del RAE para distintos métodos de regulación.

Estimación previa según las condiciones necesarias (pero insuficientes) de la estabilidad

El estudio de la condición de que todos los coeficientes de la ecuación característica son positivos (condición necesaria de la estabilidad), permite en cada método de regulación establecer los regímenes para los cuales el sistema es notoriamente inestable.
Si el método de regulación, verificado de este modo, no garantiza la estabilidad en los regímenes de transmisión de la potencia menor que la prefijada, entonces, es en vano el análisis ulterior.
Al estudiar las variaciones de los coeficientes de la ecuación característica $D(p) = 0$, es cómodo dividir los mismos en las componentes Δa_i, condicionadas por la acción de regulación de la excitación y a_i, independiente de ella, tomando $A_i = a_i + \Delta a_i$. En este caso, la ecuación característica toma la forma:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots a_{n-1} p + a_n + \\ + \Delta a_0 p^n + \Delta a_1 p^{n-1} + \ldots + \Delta a_{n-1} p + \Delta a_n = 0. \qquad (1\text{-}31)$$

La primera parte de la ecuación característica no depende de los coeficientes de amplificación del regulador automático de excitación; la segunda refleja el efecto de regulación.
Las componentes de los coeficientes de la ecuación característica, para potencias inferiores de p, dependen de los parámetros de

régimen del sistema y al aumentar la potencia transmitida de la central, como regla, disminuyen. El paso por cero, aunque sea de un coeficiente a_i, al variar el régimen, indica la inestabilidad del sistema si no hay reguladores de excitación.

Al aumentar la potencia de la central, el primero que pasa por cero es el coeficiente a_n. Con el crecimiento ulterior de la potencia y, correspondientemente, del ángulo, pasa por cero el coeficiente a_{n-1}; luego, a_{n-2}, etc. Los coeficientes de la ecuación característica para potencias superiores de p, como regla, son constantes o varían poco con la variación del régimen.

Las componentes Δa_i, que entran en la segunda parte de la ecuación (1-31), convencionalmente denominadas «adiciones» a los coeficientes de la ecuación característica del sistema irregulable, se varían cuando el regulador de excitación acciona sobre el régimen del sistema.

La segunda parte de la ecuación característica (1-31) puede ser representada como producto de la función de transferencia del regulador $W_{\Pi}(p)$ por el polinomio de tipo $\Delta_{m\Pi}p^m$:

$$W_{\Pi}(p)\sum_m \Delta_{m\Pi}p^m, \qquad (1\text{-}32)$$

donde los factores $\Delta_{m\Pi}$ se denominan convencionalmente adiciones unidades.

Para obtener la adición Δa_i es necesario desarrollar el producto (1-32) en forma de polinomio respecto de p. Para p^i el coeficiente es igual a Δa_i. Así, por ejemplo, para la función de transferencia del regulador

$$W_{\Pi}(p) = k_{0\Pi} + k_{1\Pi}p + k_{2\Pi}p^2 \qquad (1\text{-}33)$$

y

$$\sum_m \Delta_{m\Pi}p^m = \Delta_{0\Pi} + p\Delta_{1\Pi} + p^2\Delta_{2\Pi}. \qquad (1\text{-}34)$$

Tabla 1-1

		Δa_i	Δa_{n-4}	Δa_{n-3}	Δa_{n-2}	Δa_{n-1}	Δa_n
Regulación por el parámetro Π conforme a la	desviación				$k_{0\Pi}\Delta_{2\Pi}$	$k_{0\Pi}\Delta_{1\Pi}$	$k_{0\Pi}\Delta_{0\Pi}$
	derivada primera			$k_{1\Pi}\Delta_{2\Pi}$	$k_{1\Pi}\Delta_{1\Pi}$	$k_{1\Pi}\Delta_{0\Pi}$	
	derivada segunda	$k_{2\Pi}\Delta_{2\Pi}$	$k_{2\Pi}\Delta_{1\Pi}$	$k_{2\Pi}\Delta_{0\Pi}$			

Por el método indicado se pueden obtener las adiciones

$$\left.\begin{aligned}
\Delta a_n &= k_{0\Pi}\Delta_{0\Pi}.\\
\Delta a_{n-1} &= (k_{1\Pi}\Delta_{0\Pi} + k_{0\Pi}\Delta_{1\Pi});\\
\Delta a_{n-2} &= (k_{2\Pi}\Delta_{0\Pi} + k_{1\Pi}\Delta_{1\Pi} + k_{0\Pi}\Delta_{2\Pi});\\
\Delta a_{n-3} &= (k_{2\Pi}\Delta_{1\Pi} + k_{1\Pi}\Delta_{2\Pi});\\
\Delta a_{n-4} &= k_{2\Pi}\Delta_{2\Pi}.
\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}35)$$

Las expresiones, para el cálculo de las adiciones Δa_i, es cómodo representarlas por la tabla 1-1, cuya suma de miembros de la columna es igual a Δa_i. La magnitud de las adiciones unidad

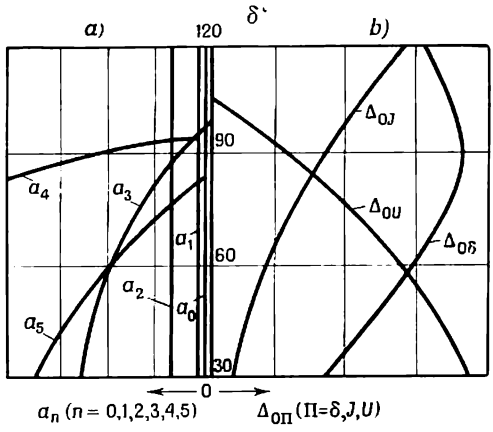


FIG. 1-5. En función del régimen se dan
a) los coeficientes de la ecuación característica; b) las adiciones unidades

Ésta depende de los parámetros del sistema, del régimen, del parámetro de regulación. Así, por ejemplo, para el circuito elemental «central-barras» a la condición de que las adiciones unidad sean positivas en todos los regímenes prácticos realizables, la satisface (fig. 1-5) la regulación conforme al ángulo y la corriente ($\Delta_{0I} > 0$ y $\Delta_{0\delta} > 0$ para $\delta_1 = 90°$). La regulación según la tensión no satisface a esta condición en el régimen correspondiente al límite de la capacidad de carga de la línea ($\Delta_{0U} = 0$ para $\delta_1 = 90°$), mientras que la regulación según la componente transversal de la corriente, en régimen correspondiente al límite de estabilidad natural ($\Delta_{0Iq} = 0$ para $\delta = 90°$).

Elección de los coeficientes de regulación según la desviación. Los coeficientes de regulación según la desviación ($k_{0\Pi}$) deben ser elegidos teniendo en cuenta dos requisitos: asegurar la condición necesaria de estabilidad, es decir, que el término independiente de la ecuación característica sea positivo en todos los regímenes, incluso hasta en los límites, y mantener la tensión en el punto

dado con determinada exactitud (conforme a una ley determinada). A la primera condición la satisface el coeficiente $k_{0\Pi}$, hallado por la fórmula

$$k_{0\Pi\,\min} = -\frac{a_n}{\Delta_{0\Pi}}. \qquad (1\text{-}36)$$

Conforme a la segunda condición, el coeficiente $k_{0\Pi}$ se determina por la pendiente de la curva $E_q = f(\Pi)$, construida partiendo

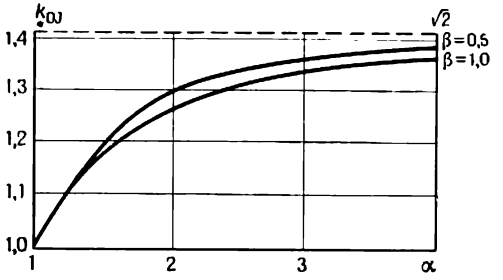


FIG. 1-6. Magnitud de k_{0I} que caracteriza la estabilidad aperiódica del sistema elemental «central-barras» en el régimen límite ($\delta_l = 90°$) con la condición $U_g = U = 1$

$$k_{0I}^{*} = \frac{k_{0I}}{x_d};\ \alpha = \frac{x_{d\Sigma}}{x_d};\ \beta = \frac{x_q}{x_d}$$

de la condición de mantenimiento de la tensión en el punto dado del sistema con determinada exactitud. En este caso, es necesario utilizar la relación

$$k_{0\Pi} = \frac{\Delta_{E_q}}{\Delta\Pi} \qquad (1\text{-}37)$$

donde $\Delta E_q = E_q - E_{q0}$; $\Delta\Pi = \Pi - \Pi_0$.

Si los dos valores de $k_{0\Pi}$, hallados de acuerdo a (1-36) y (1-37), se diferencian en mucho, es necesario: a) introducir la no linealidad suave o gradual, haciendo $k_{0\Pi}$ función del régimen o b) adoptar la magnitud $k_{0\Pi}$ como máxima, partiendo de la primera condición, introduciendo una corrección suplementaria de la tensión. En este caso, para asegurar la estabilidad estática y la regulación de la tensión, las funciones de regulación de la excitación se dividen.

En los reguladores automáticos de excitación modernos, como parámetros, conforme a los que se regula la desviación, se utilizan la corriente (I) y la tensión (U_g), o bien solamente la tensión (U_g).

La magnitud del coeficiente de regulación por desviación de la corriente debe encontrarse entre los límites

$$x_d < k_{0I} < \sqrt{2}x_d. \qquad (1\text{-}38)$$

En la fig. 1-6 están dadas las curvas que caracterizan la magnitud de k_{0I} en función de los parámetros del generador y de la resistencia de la conexión para el circuito elemental («central-barras») si la tensión en las barras de la central (U_g = const) se mantiene exactamente.

Si la tensión ($\pm\Delta U$) se mantiene con la exactitud dada, el coeficiente k_{0U} se halla por

$$k_{0U} = \frac{k_{0I}\Delta I - \Delta E_q}{\pm \Delta U}, \qquad (1\text{-}39)$$

donde ΔI y ΔE_q son los incrementos de I y E_q al variar δ de 0 a δ_{lim}, manteniendo la tensión en las barras (del generador o al principio de la línea de transmisión) con la exactitud prefijada (fig. 1-7).

Los coeficientes reales que aseguran la suficiente exactitud (1 ÷ 5%) de mantención de la tensión, se encuentran entre los límites de

$$k_{0U} = 25 \div 100 \left(\frac{\text{unid. de excitación}}{\text{unid. de tensión}}\right).$$

En el caso necesario, el regulador automático de excitación puede elevar la tensión al principio de la línea, al aproximarse al límite de estabilidad. Para ello, en un determinado régimen del RAE, se introduce complementariamente la regulación por desviación de la corriente con un gran coeficiente de amplificación $k_{0I\ \text{no lineal}}$ (convencionalmente denominado coeficiente no lineal de regulación), el que se halla por

$$k_{0I\ \text{no lineal}} = \frac{\Delta E_q - k_{0U}\Delta U}{\Delta I}, \qquad (1\text{-}40)$$

donde ΔU es la magnitud dada de incremento de la tensión;
ΔE_q y ΔI son los incrementos complementarios de la f.e.m. y la corriente a cuenta de elevar la tensión, comenzando del régimen, para el cual se introduce $k_{0I\ \text{no lineal}}$, y terminando por el límite prefijado del régimen.

Determinación del orden de las magnitudes de los coeficientes de regulación conforme a las derivadas. Los valores mínimos de los coeficientes de regulación por las derivadas se determinan mediante las siguientes expresiones:

$$k_{1\Pi\,\text{mín}} = -\frac{a_{n-1} + k_{0\Pi}\Delta_{1\Pi}}{\Delta_{0\Pi}};$$

$$k_{2\Pi\,\text{mín}} = -\frac{a_{n-2} + k_{0\Pi}\Delta_{2\Pi} + k_{1\Pi}\Delta_{1\Pi}}{\Delta_{0\Pi}}. \qquad (1\text{-}41)$$

Estos valores aumentan, con el crecimiento del ángulo, y alcanzan el máximo en el régimen límite (fig. 1-8).
Las magnitudes $k_{1\Pi\,mín}$ y $k_{2\Pi\,mín}$, calculadas para el régimen límite, dan una representación suficientemente precisa sobre el

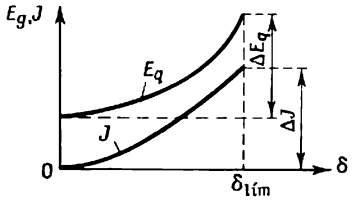


FIG. 1-7. E_q e I en función del ángulo δ

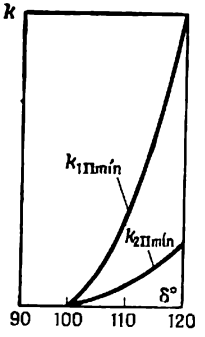


FIG. 1-8. Coeficientes de regulación necesarios conforme a la derivada en función del régimen

orden de la magnitud máxima de los coeficientes de amplificación del regulador de excitación.

Estimación de la estabilidad conforme a las condiciones necesarias y suficientes, construcción de las regiones de estabilidad

Los cálculos de las regiones de estabilidad se realizan por el método de D-división, cuya aplicación al sistema automático de regulación está descrita con suficiente detalle, en distintos tratados y, más brevemente, en el suplemento 1-2. Conforme al régimen límite la construcción de estas regiones se recomienda comenzarla estableciendo si puede ser garantizada la estabilidad del régimen de transmisión de la potencia límite.
Más adelante, se debe realizar el estudio detallado de las regiones de estabilidad, orientado a la determinación del ajuste de los reguladores, para aquellos procedimientos de regulación que aseguren la estabilidad del sistema en el régimen límite dado. Las magnitudes de las constantes de tiempo de los elementos individuales del sistema de excitación influyen considerablemente en las dimensiones de las regiones de estabilidad. Para saber la magnitud admisible de estas constantes de tiempo es conveniente realizar los cálculos de las regiones de estabilidad utilizando las fórmulas del suplemento 1-2.

§ 1-8. ESTABILIDAD DE LA CARGA DE SISTEMAS ELECTRICOS

La perturbación de la estabilidad de un sistema de carga concentrada (con potentes nudos de carga) puede manifestarse en forma de trastornos de los motores eléctricos que componen carga compleja.

Como criterio de estabilidad de la carga se debe tomar una de la siguientes razones

$$\frac{dE_e}{dU_c} > 0; \qquad \frac{d\Delta Q}{dU_c} < 0,$$

donde U_c es la tensión en el nudo de carga cuya estabilidad se verifica; E_e es la f.e.m. equivalente de los generadores del sistema, independiente del régimen de carga a verificar. La fuerza electromotriz E_e en el circuito equivalente está separada del punto de tensión U_c por la resistencia $Z_e = r_e + jx_e$ (véase el § I-4).

Se recomienda determinar el valor de $\frac{dE_e}{dU_c}$ trazando la curva de $E_e = f(U_c)$; el cálculo de la f.e.m. E_e se realiza por la fórmula

$$E_e = \sqrt{\left(U_c + \frac{P_c r_e + Q_c x_e}{U_c}\right)^2 + \left(\frac{P_c x_e - Q_c r_e}{U_c}\right)^2}. \qquad (1\text{-}42)$$

Si la f.e.m. E_e está separada del nudo de carga, cuya estabilidad se verifica, por una red extendida, que contiene una serie de bifurcaciones con cargas no lineales, entonces, E_e se halla por sectores sucesivamente según la expresión (1-42). Por la fórmula (1-42) se halla la tensión U_1 del primer sector, después U_2 del segundo sector, y así sucesivamente. Al determinar U_2, en la fórmula (1-42) se sustituye U_c por U_1; P_c, por el valor $P_c + \Delta P_1 + P_1$; Q_c, por el valor $Q_c + \Delta Q_1 + Q_1$, donde P_1 y Q_1 son las potencias de derivación 1 determinadas a la tensión hallada para el nudo considerado; ΔP_1 y ΔQ_1 son las pérdidas de potencia en el sector *H-1*.

Para determinar la estabilidad del nudo de carga por el criterio $\frac{d\Delta Q}{dU_c}$ se toma la relación $\Delta Q = \Sigma Q_{gen} - \Sigma Q_c$, donde ΣQ_{gen} y ΣQ_c se determinan en el nudo de carga si se varía la tensión U_c.

Si las cargas intermedias están representadas por resistencias constantes, los cálculos de las corrientes y las correspondientes f.e.m. se pueden realizar utilizando las fórmulas conocidas, que contienen las resistencias mutuas y propias.

§ 1-9. DETERMINACION DE LAS VARIACIONES DE FRECUENCIA EN SISTEMAS ENERGETICOS, AVALANCHA DE FRECUENCIA

Las variaciones de frecuencia se dividen en:
a) instantáneas o rápidas, distintas para el proceso transitorio en diferentes puntos del sistema y variables si varía la velocidad de los generadores;
b) medias, variaciones relativamente lentas, tomadas iguales para todos los sistemas en conjunto y determinadas por la inercia equivalente de todas las máquinas del sistema y por la acción de los reguladores de la velocidad y los reguladores de la frecuencia.
El proceso de variación de la frecuencia contiene tres fases: 1) variaciones rápidas, cuando no actúan ni los reguladores de velocidad ni los reguladores de frecuencia; 2) al funcionar los reguladores de velocidad; 3) al funcionar solamente los reguladores de frecuencia.
En la segunda y tercera fases del proceso transitorio, la desviación establecida de la frecuencia está relacionada con la desviación de la potencia por la correlación

$$\Delta f_k = \frac{\Delta M}{k_k} \approx \frac{-\Delta P}{k_k},$$

donde el coeficiente de proporcionalidad k_k posee la dimensión MW/Hz y a veces se denomina «energía de regulación». La magnitud inversa de k_k se denomina estática del grupo, $\sigma_k = \frac{1}{k_k}$.
Las variaciones lentas de la frecuencia en el régimen establecido se determinan, si la velocidad no se regula, por el trazado de las curvas

$$P_g = \varphi(f) \text{ y } P_c = \psi(f)$$

cuya intersección es el punto de régimen establecido.
La consideración de la acción del regulador de frecuencia se refleja en el desplazamiento de las características $P_g = \varphi(f)$. Las características indicadas pueden ser extendidas a todo el sistema, si por $P_c = \psi(f)$ se entiende la carga total del sistema $P_{c\Sigma}$ y por $P_g = \varphi(f)$, la potencia generada total de los generadores $P_{g\Sigma}$.
La tangente de la curva de carga total $P_{c\Sigma} = \psi(f)$ es igual a

$$\operatorname{tg} \beta_c = b_f = \frac{\Delta P_{c\Sigma}}{\Delta f} \cdot \frac{f_0}{P_{\text{nom}\,\Sigma}},$$

y la de la curva o característica de generación

$$\operatorname{tg} \beta_g = \frac{\Delta P_{g\Sigma}}{\Delta f} \cdot \frac{f_0}{P_{g\Sigma}},$$

donde $\operatorname{tg}\beta_g = \frac{1}{\sigma_g}$ es la magnitud inversa a la estática de los generadores del sistema;

b_f es el efecto regulador de la carga por la frecuencia (la magnitud $\frac{1}{b_f} = \sigma_c$ se denomina estática de carga);

$P_{\text{nom}\Sigma}$ es la carga total del sistema a la frecuencia nominal.

Para todo el sistema

$$k_\Sigma = \frac{P_{c\Sigma}(\sigma_c\alpha_r + \sigma_g)}{f_0\sigma_c\sigma_g} = \frac{P_{\Sigma c}}{f_0\sigma_\Sigma}; \quad \sigma_\Sigma = \frac{\sigma_c\sigma_g}{\sigma_c\alpha_r + \sigma_g}, \qquad (1\text{-}43)$$

donde α_r es el coeficiente de reserva que indica en cuántas veces la potencia nominal de todos los grupos en funcionamiento supera la potencia de carga del sistema.

La variación de frecuencia (de velocidad) en el proceso transitorio, se determina aproximadamente suponiendo que la potencia consumida por la carga es proporcional a la frecuencia

$$P_c = P_{c(0)}(1 + b_f\Delta f_*).$$

donde

$$\Delta f_* = \frac{\Delta f}{f_0} = \Delta\omega_*.$$

Entonces,

$$\Delta f_*(t) = -\frac{\Delta P_{(0)}\sigma}{P_{t\,\text{nom}} + P_{c(0)}b_f\sigma} -$$

$$-2e^{-\alpha t}\sqrt{A^2 + B^2}\cdot\frac{\Delta P_{(0)}}{T_J}\cos(\Omega_{\text{prop}}t + \varphi),$$

donde

$$A = -\frac{\sigma T_J}{2(P_{t\,\text{nom}} + k'\sigma)}; \quad B = \frac{1}{2\Omega_{\text{prop}}}\left[\frac{\sigma(T_J + k'T_s)}{2T_s(P_{t\,\text{nom}} + k'\sigma)} - 1\right];$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Ts} + b_f\frac{P_{c(0)}}{T_J}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Ts} + \frac{1}{T_{Je}}\right);$$

$$\Omega_{\text{prop}} = \sqrt{\frac{P_{t\,\text{nom}}}{\sigma T_s T_J} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{Ts} - \frac{1}{T_{Je}}\right)^2}.$$

En la misma

$$T_{Je} = \frac{T_J}{b_f P_{c(0)}}.$$

El valor de f puede ser obtenido por la expresión

$$f(t) = f_0\left[1 - \frac{\Delta P_{(0)}\sigma}{P_{t\,\text{nom}} + P_{c(0)}b_f\sigma} -\right.$$

$$\left. -2e^{-\alpha t}\sqrt{A^2 + B^2}\,\frac{\Delta P_{(0)}}{T_J}\cos(\Omega_{\text{prop}}t + \varphi)\right].$$

En el régimen establecido el valor de la frecuencia es

$$f_\infty = f_0 \left[1 - \frac{\Delta P_{(0)} \sigma}{P_{\text{t nom}} + P_{\text{c}(0)} b_f \sigma} \right],$$

para $b_f = 0$ la desviación de la frecuencia es

$$\Delta f = \frac{-\Delta P_{(0)} \sigma f_0}{P_{\text{t nom}}}.$$

Abriendo totalmente el aparato regulador, $P_{\text{r}} = 0$ y el proceso transitorio se caracteriza por la expresión

$$\Delta f_* = \frac{-\Delta P_0}{P_{\text{c}(0)} b_f} e^{-\frac{t}{T_1}}$$

donde

$$T_1 = \frac{T_J}{P_{\text{c}(0)} b_f}.$$

Mediante las relaciones antes indicadas se conoce el carácter de la variación de frecuencia y la posibilidad de conservar la estabilidad de la frecuencia en un nuevo régimen.

SUPLEMENTO 1-1

Algoritmo del programa complejo de cálculo de la estabilidad estática de un sistema eléctrico complejo de regulación automática

El propósito de los cálculos por un programa complejo es la determinación de los parámetros ($P_{\text{lím}}$; $\delta_{ik\ \text{lím}}$; $U_{i\ \text{crit}}$) del régimen muy estable de los sectores más tensos del sistema complejo (las LTE más cargadas y largas, los nudos de carga más débiles); la revelación del carácter de la perturbación de la estabilidad estática al aumentar el régimen muy estable, para fijar las medidas de aumento del límite; la determinación de las exigencias al sistema de RAE de las máquinas sincrónicas de la central (o subestación) que se vuelve a proyectar o se pone en funcionamiento y a su ajuste.

Los datos iniciales para el cálculo son: el circuito del sistema y los parámetros de sus elementos, incluido el sistema de excitación; los parámetros constructivos de todos los RAE y de ajuste de todos los RAE, a excepción de los RAE de los generadores de la central escogida o los compensadores sincrónicos de la subestación; los regímenes a analizar; la ley propuesta de regulación del RAE de la central o subestación escogida.

1ª etapa. Los cálculos de los datos iniciales para el cálculo de la estabilidad estática se realizan por los siguientes subprogramas.

1. Se calculan las conductibilidades propias y mutuas y se introducen en el punto 2.
2. Se calculan los regímenes iniciales teniendo en cuenta el RAE (conforme a la permanencia de E'_q), por permanencia de U_g o según sea $E_q = f(k_{0\Pi})$ y se introducen en el punto 3. Se memorizan (y se imprimen, en caso necesario) los parámetros útiles, para los cuales deben ser calculados los valores límites en condiciones de estabilidad (por ejemplo: P_i, δ_{ik}, U_i).

Se introducen las limitaciones por E_q máx, I_{rot} máx, Imáx.
3. Se calculan las derivadas parciales y se introducen en el punto 4.
2ª. etapa. El cálculo de los límites de la estabilidad estática se realiza por los siguientes subprogramas.
4. Se calculan de las curvas de D-división, determinando la pretendienta de la región de estabilidad. Se memorizan $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ y se imprimen. Se memoriza o almacena y se imprime el término independiente de la ecuación característica a_n.
5. Se verifica si la pretendienta es la región de estabilidad.

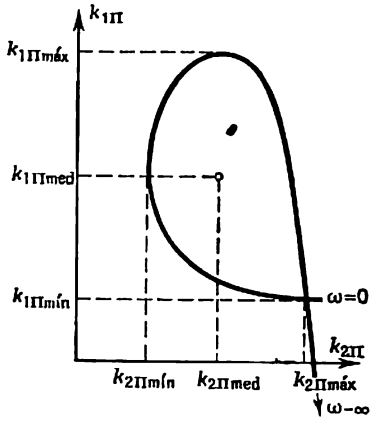


FIG. 1-9. Puntos característicos de la región de estabilidad

6. Se verifica, en cada régimen, la dimensión de la región de estabilidad (reserva de estabilidad periódica) por el criterio (fig. 1-9).

$$s_1 \geqslant 10\%, \quad s_2 \geqslant 10\%$$

donde

$$s_1 = \frac{k_{1\Pi\ máx} - k_{1\Pi\ mín}}{2k_{1\Pi\ medio}} 100\%, \quad s_2 = \frac{k_{2\Pi\ máx} - k_{2\Pi\ mín}}{2k_{2\Pi\ medio}} 100\%.$$

Si $s_1 < 10\%$ o $s_2 < 10\%$, se introducen los elementos u órganos suplementarios (indicados por el programa) correctores (o estabilizadores) con los coeficientes de amplificación prefijados que aumentan (digamos, $k_{1U} = 1, 2, \ldots$). Se memoriza la magnitud k_{1U} y se termina su crecimiento si $s_1 = 10\%$ y $s_2 = 10\%$.
7. Si $s_1 < 10\%$ ó $s_2 < 10\%$, disminuyen las constantes de tiempo de aquellos elementos que no han sido dados en los datos iniciales y a los cuales el cálculo dado debe formular las exigencias. Por ejemplo: la constante de tiempo T_e disminuye tomando los valores sucesivos $T_e = 1$; 0,8; 0,5; 0,3; 0,12; 0,02 s, hasta que $s_1 \geqslant 10\%$ y $s_2 \geqslant 10\%$.
Se memoriza y, en caso necesario, se imprime el valor de T_e, que garantiza $s_1 \leqslant 10\%$ y $s_2 \leqslant 10\%$.

Elaboración de los resultados obtenidos y deducciones de los mismos

Los resultados obtenidos imprimidos se elaboran del siguiente modo. Se trazan (en un diagrama) los límites de la región de estabilidad correspondientes a todos los regímenes calculados. Se trazan el término independiente a_n

y los coeficientes s_1 y s_2, que caracterizan las dimensiones de la región de estabilidad, en función del parámetro de régimen (por ejemplo, la potencia, la tensión, el ángulo, etc.) que interesa a la persona que calcula.
Los resultados permiten determinar los parámetros del régimen muy estable, determinar el carácter de la pérdida de la estabilidad e indicar los medios de su elevación; sacar las conclusiones sobre las exigencias que han de presentarse a los parámetros constructivos del sistema de excitación y regulación, y a las condiciones de ajuste del RAE (se revela la existencia y las dimensiones del sector de la región de estabilidad común a todos los regímenes).
Como ejemplo, en las figuras 1-10 y 1-11 están representadas dos variantes posibles de los resultados obtenidos. En la fig. 1-10 se muestra el ejemplo

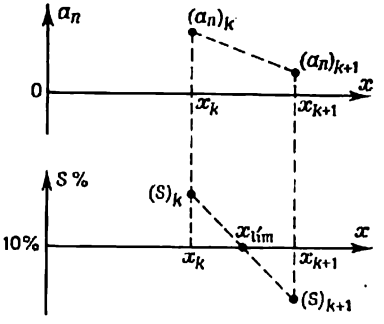


FIG. 1-10. Primera variante posible de a_n y s (%) en función del parámetro de régimen incógnito x

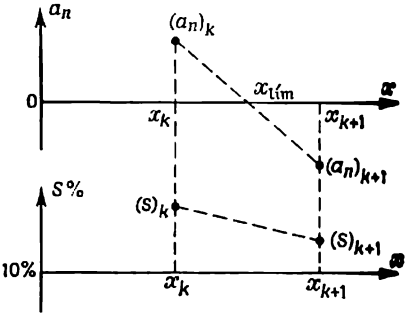


FIG. 1-11. Segunda variante posible de a_n y s (%) en función del parámetro de régimen incógnito x

en que la pérdida de la estabilidad del régimen, caracterizado por el punto $x_{lím}$ (cualquier parámetro de régimen), tiene un carácter de autooscilación. Para elevar el nivel de la estabilidad estática (crecimiento de $x_{lím}$) es necesario variar la ley de regulación o introducir órganos correctores suplementarios para aumentar las dimensiones de la región de estabilidad.
En la fig. 1-11 se muestra el caso en que la pérdida de la estabilidad, para $x = x_{lím}$, tiene un carácter aperiódico. El aumento de la estabilidad, en este caso, se puede lograr aumentando el coeficiente de amplificación conforme a la desviación o bien introduciendo el parámetro suplementario de régimen en la ley de regulación conforme a la desviación.

SUPLEMENTO 1-2

Fórmulas para el cálculo (sin CN) de los límites de D-división

Para los cálculos de estabilidad de los sistemas eléctricos regulados automáticamente, se realiza la D-división en las coordenadas de dos parámetros $k_{1П}$, $k_{2П}$, para que:
1. La ecuación característica se escriba de la forma

$$D(p) = k_{2П}Q(p) + k_{1П}\,N(p) + R(p) = 0 \qquad (1\text{-}44)$$

donde $Q(p)$, $N(p)$ y $R(p)$ son polinomios en p.

3. En la ecuación (1-44) se pone $p=j\omega$, y se igualan a cero sus partes reales e imaginarias:

$$\left.\begin{aligned} k_{2\Pi}Q_1(\omega)+k_{1\Pi}N_1(\omega)+R_1(\omega)=0;\\ k_{2\Pi}Q_2(\omega)+k_{1\Pi}N_2(\omega)+R_2(\omega)=0. \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}45)$$

En las ecuaciones (1-45)

$$Q_1(\omega),\ Q_2(\omega),\ N_1(\omega),\ N_2(\omega),\ R_1(\omega),\ R_2(\omega)$$

son respectivamente las partes reales e imaginarias de los polinomios $Q(j\omega)$, $N(j\omega)$, $R(j\omega)$.

4. Las ecuaciones (1-45) se resuelven con respecto a $k_{2\Pi}$ y $k_{1\Pi}$, y se obtienen las ecuaciones paramétricas de los coeficientes de regulación, conforme a las derivadas de la forma

$$k_{1\Pi}=\frac{\Delta_{k1}}{\Delta};\quad k_{2\Pi}=\frac{\Delta_{k2}}{\Delta} \qquad (1\text{-}46)$$

donde

$$\Delta=\begin{vmatrix} Q_1(\omega) & N_1(\omega)\\ Q_2(\omega) & N_2(\omega)\end{vmatrix}; \qquad (1\text{-}47)$$

$$\Delta_{k1}=\begin{vmatrix} Q_1(\omega) & -R_1(\omega)\\ Q_2(\omega) & -R_2(\omega)\end{vmatrix};\quad \Delta_{k2}\begin{vmatrix} -R_1(\omega) & N_1(\omega)\\ -R_2(\omega) & N_2(\omega)\end{vmatrix}. \qquad (1\text{-}48)$$

4. Al parámetro ω se le dan valores de 0 a ∞, y por las ecuaciones (1-46) se calculan los límites de D-división; además para determinar la pretendienta a la región de estabilidad, variando ω de 0 a ∞, el límite se raya dos veces a la derecha si $\Delta<0$ y a la izquierda si $\Delta>0$.

5. Si la experiencia antes obtenida no se sabe que la pretendienta escogida de la región de estabilidad es realmente la región de estabilidad, entonces, es necesario verificar la estabilidad (o el número de raíces en el semiplano de derecha) para un punto del plano de D-división, mediante el criterio de Routh o Mijáilov.

6. La función de transferencia del regulador de excitación de acción fuerte tiene la siguiente forma

$$W'_{11}(p)=\frac{1}{(T_ep+1)(T_pp+1)}\left[k_{0\Pi}+\frac{pk_{1\Pi}}{T_\partial p+1}+\frac{p^2k_{2\Pi}}{(T_\partial p+1)^2}\right],$$

entonces es conveniente utilizar el método de cálculo de los límites de la región de estabilidad, que permite tomar en consideración las constantes de tiempo del sistema de excitación (T_e) y del RAE (T_p y T_∂) sin obtener una ecuación característica de alto orden.

El cálculo de la región de estabilidad se inicia por las ecuaciones paramétricas obtenidas de la ecuación característica, para $T_e=T_p=T_\partial=0$; además, se determinan las dependencias $k_{1\Pi}^{(0)}=f(\omega)$, $k_{2\Pi}^{(0)}=f(\omega)$, señaladas con el índice «0» como coeficientes de aproximación de orden cero. A continuación se calculan los coeficientes de primera aproximación, que determinan, cuando ω varía de 0 a ∞, los nuevos límites de la región de estabilidad, para $T_e\neq 0$ y $T_p=T_\partial=0$

$$\left.\begin{aligned} k_{1\Pi}^{(1)}=k_{0\Pi}T_e+k_{1\Pi}^{(0)}-\omega^2T_ek_{2\Pi}^{(0)};\\ k_{1\Pi}^{(1)}=k_{2\Pi}^{(0)}+k_{1\Pi}^{(0)}T_e. \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}49)$$

Los coeficientes de segunda aproximación para $T_e\neq 0$, $T_p\neq 0$ y $T_\partial=0$, que determinan los nuevos límites de la región de estabilidad cuando ω

varía de 0 a ∞, se hallan por las ecuaciones

$$\left.\begin{aligned} k_{1\Pi}^{(2)} &= k_{0\Pi} T_p + \omega k_{1\Pi}^{(1)} - \omega^2 k_{2\Pi}^{(1)} T_p; \\ k_{2\Pi}^{(2)} &= k_{1\Pi}^{(1)} T_p + k_{2\Pi}^{(1)} \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}50)$$

ó

$$\left.\begin{aligned} k_{1\Pi}^{(2)} &= k_{0\Pi}(T_e + T_p) + k_{1\Pi}^{(0)}(1 - \omega^2 T_e T_p) - \omega^2 k_{2\Pi}^{(0)}(T_e + T_p); \\ k_{2\Pi}^{(2)} &= k_{0\Pi} T_e T_p + k_{1\Pi}^{(0)}(T_e + T_p) + k_{2\Pi}^{(0)}(1 - \omega^2 T_e T_p). \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}51)$$

Por último, los coeficientes de tercera aproximación, que determinan los nuevos límites de la región de estabilidad para $T_e \neq 0$, $T_p \neq 0$, y $T_\partial \neq 0$, cuando ω varía de 0 a ∞, se calculan por las fórmulas

$$\left.\begin{aligned} k_{1\Pi}^{(3)} &= k_{1\Pi}^{(2)}(1 - \omega^2 T_\partial^2) - \omega^2 k_{2\Pi}^{(2)} 2 T_\partial; \\ k_{2\Pi}^{(3)} &= (k_{1\Pi}^{(2)} T_\partial + k_{2\Pi}^{(2)})(1 + \omega^2 T_\partial^2), \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}52)$$

ó

$$\left.\begin{aligned} k_{1\Pi}^{(3)} &= k_{0\Pi}[(T_e + T_p)(1 - \omega^2 T_\partial^2) - \omega^2 2 T_e T_p T_\partial] + \\ &+ k_{1\Pi}^{(3)}[(1 - \omega^2 T_e T_p)(1 - \omega^2 T_\partial^2) - \omega^2 2(T_e + T_p) T_\partial] - \\ &- k_{2\Pi}^{(0)}[\omega^2 (T_e + T_p)(1 - \omega^2 T^2) + \omega^2 2(1 - \omega^2 T_e T_p) T_\partial]; \\ k_{2\Pi}^{(3)} &= \{k_{0\Pi}[T_e T_p + (T_e + T_p) T_\partial] + k_{1\Pi}^{(0)}(T_e + T_p) + (1 - \\ &- \omega^2 T_e T_p) T_\partial] + k_{2\Pi}^{(0)}[(1 - \omega^2 T_e T_p) - \omega^2 T_\partial (T_e + T_p)]\}(1 + \omega^2 T_\partial^2). \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}53)$$

El empleo del método descrito es especialmente conveniente si los cálculos llevan como fin, además del análisis de la estabilidad y la determinación de la región del valor de los parámetros de ajuste, también, elección de los parámetros constructivos del sistema de regulación: T_e, T_p y T_∂.
Como regla, los modernos reguladores de excitación realizan la regulación combinada conforme a la desviación de corriente k_{0I} y de tensión k_{0U}, y además de los parámetros fundamentales de estabilización en el RAE de acción fuerte frecuentemente se introduce complementariamente la regulación por la derivada primera de la tensión k_{1U}. Para poner de manifiesto la influencia de los coeficientes de regulación k_{0I}, k_{0U} y k_{1U} en la región de estabilidad es conveniente utilizar las ecuaciones paramétricas * representadas en la siguiente forma

$$k_{1\Pi} = k_{1\Pi}^{(0)} - k_{1U} \frac{\omega^2 \Delta_{2U} - \Delta_{0U}}{\omega^2 \Delta_{2\Pi} - \Delta_{0\Pi}}; \qquad (1\text{-}54)$$

$$k_{2\Pi} = k_{2\Pi}^{(0)} + k_{0I} \frac{\omega^2 \Delta_{2I} - \Delta_{0I}}{\omega^2 (\omega^2 \Delta_{2\Pi} - \Delta_{0\Pi})} + k_{0U} \frac{\omega^2 \Delta_{2U} - \Delta_{0U}}{\omega^2 (\omega^2 \Delta_{2\Pi} - \Delta_{0\Pi})} \qquad (1\text{-}55)$$

donde $k_{1\Pi}^{(0)}$ y $k_{2\Pi}^{(0)}$ son los valores de los coeficientes, sin considerar los coeficientes de regulación complementarios o escogidos, k_{1U}, k_{0I}, y k_{0U}.

---

* Las ecuaciones son justas para el circuito del sistema «central-barras», al despreciar los momentos de amortiguamiento del generador.

SUPLEMENTO 1-3

1. Expresiones de cálculo de las derivadas parciales de los distintos parámetros de régimen de un sistema complejo

Potencia electromagnética de la i-ésima central

$$P_i = \sum_{k=1}^{n} E_i E_k y_{ik} \operatorname{sen} (\delta_{ik} - \alpha_{ik})$$

(para simplificar la escritura se ha introducido $\delta_{ii} = 2\alpha_{ii}$).
Derivadas parciales de la potencia

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{k=1}^{n} E_i E_k y_{ik} \cos (\delta_{ik} - \alpha_{ik}) - E_i^2 y_{ii} \cos \alpha_{ii};$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = -E_i E_k y_{ik} \cos (\delta_{ik} - \alpha_{ik});$$

$$k \neq i$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_i} = \sum_{k=1}^{n} E_k y_{ik} \operatorname{sen} (\delta_{ik} - \alpha_{ik}) + E_i y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii};$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial E_k} = E_i y_{ik} \operatorname{sen} (\delta_{ik} - \alpha_{ik}).$$

$$k \neq i$$

Las componentes longitudinal y transversal de la corriente de la i-ésima central

$$I_{di} = 2E_i y_{ii} \cos \alpha_{ii} - \sum_{k=1}^{n} E_k y_{ik} \cos (\delta_{ik} - \alpha_{ik});$$

$$I_{qi} = \sum_{k=1}^{n} E_k y_{ik} \operatorname{sen} (\delta_{ik} - \alpha_{ik}).$$

La corriente total

$$I_i = \sqrt{I_{di}^2 + I_{qi}^2}.$$

Derivadas parciales de la corriente y sus componentes

$$\frac{\partial I_i}{\partial \delta_k} = \frac{I_{di}}{I_i} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial \delta_k} + \frac{I_{qi}}{I_i} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial \delta_k};$$

$$\frac{\partial I_i}{\partial E_k} = \frac{I_{di}}{I_i} \cdot \frac{\partial I_{di}}{\partial E_k} + \frac{I_{qi}}{I_i} \cdot \frac{\partial I_{qi}}{\partial E_k};$$

$$\frac{\partial I_{di}}{\partial \delta_i} = \sum_{k=1}^{n} E_k y_{ik} \operatorname{sen} (\delta_{ik} - \alpha_{ik}) - E_i y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii};$$

$$\frac{\partial I_{di}}{\partial \delta_k} = -E_k y_{ik} \operatorname{sen}(\delta_{ik} - \alpha_{ik});$$

$k \neq i$

$$\frac{\partial I_{qi}}{\partial \delta_i} = \sum_{k=1}^{n} E_k y_{ik} \cos(\delta_{ik} - \alpha_{ik}) - E_i y_{ii} \cos \alpha_{ii};$$

$$\frac{\partial I_{qi}}{\partial \delta_k} = -E_k y_{ik} \cos(\delta_{ik} - \alpha_{ik});$$

$k \neq i$

$$\frac{\partial I_{di}}{\partial E_i} = y_{ii} \cos \alpha_{ii};$$

$$\frac{\partial I_{qi}}{\partial E_i} = y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii};$$

$$\frac{\partial I_{di}}{\partial E_k} = -y_{ik} \cos(\delta_{ik} - \alpha_{ik});$$

$k \neq i$

$$\frac{\partial I_{qi}}{\partial E_k} = y_{ik} \operatorname{sen}(\delta_{ik} - \alpha_{ik}).$$

$k \neq i$

Componentes longitudinal y transversal de la tensión en las barras de la central

$$U_{qi} = E_{Qi} - I_{di} x_{qi};$$

$$U_{di} = I_{qi} x_{qi}.$$

Tensión total

$$U_i = \sqrt{U_{qi}^2 + U_{di}^2}.$$

Derivadas parciales de la tensión y sus componentes (para $E_k = E_{Qk}$):

$$\frac{\partial U_i}{\partial \delta_k} = \frac{U_{qi}}{U_i} \cdot \frac{\partial U_{qi}}{\partial \delta_k} + \frac{U_{di}}{U_i} \cdot \frac{\partial U_{di}}{\partial \delta_k};$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial E_k} = \frac{U_{qi}}{U_i} \cdot \frac{\partial U_{qi}}{\partial E_k} + \frac{U_{di}}{U_i} \cdot \frac{\partial U_{di}}{\partial E_k};$$

$$\frac{\partial U_{qi}}{\partial \delta_k} = -\frac{\partial I_{di}}{\partial \delta_k} x_{qi};$$

$$\frac{\partial U_{di}}{\partial \delta_k} = \frac{\partial I_{qi}}{\partial \delta_k} x_{qi};$$

$$\frac{\partial U_{qi}}{\partial E_i} = 1 - \frac{\partial I_{di}}{\partial E_i} x_{qi};$$

$$\frac{\partial U_{qi}}{\partial E_k} = -\frac{\partial I_{di}}{\partial E_k} x_{qi};$$

$k \neq i$

$$\frac{\partial U_{di}}{\partial E_k} = \frac{\partial I_{qi}}{\partial E_k} x_{qi}.$$

Fuerzas electromotrices de la i-ésima central (por el eje transversal):

$$E'_{qi} = E_{Qi} + I_{di}(x'_{di} - x_{qi});$$

$$E_{qi} = E_{Qi} + I_{di}(x_{di} - x_{qi}).$$

Derivadas parciales de las fuerzas electromotrices:

$$\frac{\partial E'_{qi}}{\partial \delta_k} = \frac{\partial I_{di}}{\partial \delta_k}(x'_{di} - x_{qi});$$

$$\frac{\partial E'_{qi}}{\partial E_i} = 1 + \frac{\partial I_{di}}{\partial E_i}(x'_{di} - x_{qi});$$

$$\frac{\partial E'_{qi}}{\partial E_k} = \frac{\partial I_{qi}}{\partial E_k}(x'_{di} - x_{qi}); \quad k \neq i$$

$$\frac{\partial E_{qi}}{\partial \delta_k} = \frac{\partial I_{di}}{\partial \delta_k}(x_{di} - x_{qi});$$

$$\frac{\partial E_{qi}}{\partial E_i} = 1 + \frac{\partial I_{di}}{\partial E_i}(x_{di} - x_{qi});$$

$$\frac{\partial E_{qi}}{\partial E_k} = \frac{\partial I_{di}}{\partial E_k}(x_{di} - x_{qi}). \quad k \neq i$$

2. Esquema en bloque y descripción del programa de cálculo de las derivadas parciales del régimen de sistemas eléctricos

El cálculo de las derivadas parciales que entran en los coeficientes de las ecuaciones linealizadas, se realiza por las fórmulas expuestas en el suplemento 1-3, de acuerdo al esquema en bloque representado en la fig. 1-12. El programa está realizado en la CN «Ural-2» para el sistema cuyo número de centrales no es mayor de 8.

Los datos iniciales introducidos en la CN son:

$z_{ik} = \frac{1}{y_{ik}}$ módulos de las magnitudes inversas de las conductibilidades propias y mutuas;

δ_{ik}, ángulos mutuos de los generadores;

α_{ik}, ángulos de las conductibilidades propias y mutuas;

E_i, f.e.m. de todos los generadores;

T_{d0i}, constantes de tiempo de los rotores de generadores;

x_{di}, reactancias sincrónicas de los generadores;

x'_{di}, reactancias transitorias de los generadores;

U_i, tensiones de los generadores (i, $k = 1, 2, \ldots, 8$).

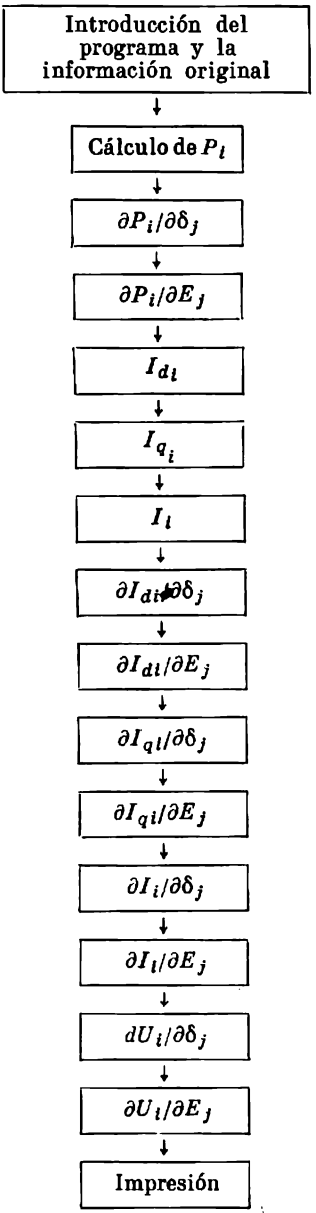


FIG. 1-12. Esquema en bloque del programa de cálculo de las derivadas parciales

Siendo el número de centrales menor de ocho, en lugar de z_{ik}, U_i que faltan, se escribe la unidad y en lugar de δ_{ik}, α_{ik}, T_{d0i}, x_{di}, x_{di}, que faltan, se escribe el cero. El ángulo δ_{ii} se introduce en la información original igual a $2\alpha_{ii}$, para reducir y unificar el cálculo de las potencias.
Para la impresión se introducen todas las derivadas parciales calculadas. Para $k < 8$, en lugar de las derivadas que faltan se imprimirá el cero o números arbitrarios, que no se deben tomar en cuenta.

SUPLEMENTO 1-4

Expresiones de cálculo de las derivadas parciales de distintos parámetros de régimen para el circuito representado por dos centrales con conexión compleja

1. $P_1 = E^2_{Q1} y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} + E_{Q1} E_2 y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} - \alpha_{12})$;

   $P_2 = E^2_{Q2} y_{22} \operatorname{sen} \alpha_{22} - E_{Q1} E_2 y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} + \alpha_{12})$;

   $B_{11} = \dfrac{\partial P_1}{\partial E_{Q1}} = 2E_{Q1} y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} + E_2 y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} - \alpha_{12})$;

   $B_{21} = \dfrac{\partial P_2}{\partial E_{Q1}} = -E_2 y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} + \alpha_{12})$;

   $C_{11} = \dfrac{\partial P_1}{\partial \delta_1} = E_{Q1} E_2 y_{12} \cos (\delta_{12} - \alpha_{12})$;

   $C_{22} = \dfrac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = E_{Q1} E_2 y_{12} \cos (\delta_{12} + \alpha_{12})$;

   $C_{12} = \dfrac{\partial P_1}{\partial \delta_2} = -C_{11}, \quad C_{21} = \dfrac{\partial P_2}{\partial \delta_1} = -C_{22}$.

2. $E'_{q1} = E_{Q1} [1 - (x_q - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}] + E_2 (x_q - x'_d) y_{12} \cos (\delta_{12} - \alpha_{12})$;

   $D'_{11} = \dfrac{\partial E'_{q1}}{\partial E_{Q1}} = 1 - (x_q - x'_d) y_{11} \cos \alpha_{11}$;

   $E'_{11} = \dfrac{\partial E'_{q1}}{\partial \delta_1} = -E_2 (x_q - x'_d) y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} - \alpha_{12})$;

   $E'_{12} = \dfrac{\partial E'_{q1}}{\partial \delta_2} = -E'_{11}$.

3. $E_{q1} = E_{Q1} [1 + (x_d - x_q) y_{11} \cos \alpha_{11}] - E_2 (x_d - x_q) y_{12} \cos (\delta_{12} - \alpha_{12})$;

   $D''_{11} = \dfrac{\partial E_{q1}}{\partial E_{Q1}} = 1 + (x_d - x_q) y_{11} \cos \alpha_{11}$;

   $E''_{11} = \dfrac{\partial E_{q1}}{d\delta_1} = E_2 (x_d - x_q) y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12} - \alpha_{12})$;

   $E''_{12} = \dfrac{\partial E_{q1}}{\partial \delta_2} = -E''_{11}$.

4. a) $\Pi = -U_{g1}$;

   $$U_{g1} = \sqrt{E^2_{Q1} [1 - 2x_q y_{11} \cos \alpha_{11} + x_q^2 y_{11}^2] + 2E_{Q1} E_2 x_q y_{12} [\cos (\delta_{12} - \alpha_{12}) - x_q y_{11} \cos (\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11})] + E_2^2 x_q^2 y_{12}^2};$$

$$D'^{\Pi}_{11} = -\frac{\partial \Pi}{\partial E_{Q1}} = \frac{\partial U_{gi}}{\partial E_{Q1}} = \frac{1}{U_g}\{E_{Q1}[1 - 2x_q y_{11}\cos\alpha_{11} + x_q^2 y_{11}^2] +$$
$$+ E_2 x_q y_{12}[\cos(\delta_{12} - \alpha_{12}) - x_q y_{11}\cos(\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11})]\};$$
$$E'^{\Pi}_{11} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_1} = \frac{\partial U_{g1}}{\partial \delta_1} = -\frac{E_{Q1}E_2}{U_{g1}} x_q y_{12}[\operatorname{sen}(\delta_{12} - \alpha_{12}) -$$
$$- x_q y_{11}\operatorname{sen}(\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11})];$$
$$E'^{\Pi}_{12} = \frac{\partial U_{g1}}{\partial \delta_2} = -E'^{\Pi}_{11};$$

b) $\Pi = I_1$;

$$I_1 = \sqrt{E_{Q1}^2 y_{11}^2 - 2E_{Q1}E_2 y_{11}y_{12}\cos(\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11}) + E_2^2 y_{12}^2};$$
$$D'^{\Pi}_{11} = -\frac{\partial \Pi}{\partial E_{Q1}} = -\frac{\partial I_1}{\partial E_{Q1}} = -\frac{1}{I_1}[E_{Q1}y_{11}^2 - E_2 y_{11}y_{12}\cos(\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11})];$$
$$E'^{\Pi}_{11} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_1} = -\frac{\partial I_1}{\partial \delta_1} = -\frac{E_{Q1}E_2}{I_1} y_{11}y_{12}\operatorname{sen}(\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11});$$
$$E'^{\Pi}_{12} = -\frac{\partial I_1}{\partial \delta_2} = -E'^{\Pi}_{12};$$

c) $\Pi = \delta_{U_{g1}} = \delta_1 - \operatorname{arctg}\dfrac{U_{gd1}}{U_{gq1}}$;

$$\delta_{U_{g1}} = \delta_1 - \operatorname{arctg}\frac{E_{Q1}x_q y_{11}\operatorname{sen}\alpha_{11} + E_2 x_q y_{12}\operatorname{sen}(\delta_{12} - \alpha_{12})}{E_{Q1}(1 - x_q y_{11}\cos\alpha_{11}) + E_2 x_q y_{12}\cos(\delta_{12} - \alpha_{12})};$$
$$D'^{\Pi}_{11} = -\frac{\partial \Pi}{\partial E_{Q1}} = -\frac{\partial \delta_{U_{g1}}}{\partial E_{Q1}} = -\frac{E_2 x_q y_{12}}{U_{g1}^2}[\operatorname{sen}(\delta_{12} - \alpha_{12}) -$$
$$- x_q y_{11}\operatorname{sen}(\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11})];$$
$$E'^{\Pi}_{11} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_1} = -\frac{\partial \delta_{U_{g1}}}{\partial \delta_1} = -\frac{1}{U_{g1}^2}\{E_{Q1}^2(1 + x_q^2 y_{11}^2 - 2x_q y_{11}\cos\alpha_{11}) +$$
$$+ E_{Q1}E_2 x_q y_{12}[\cos(\delta_{12} - \alpha_{12}) - x_q y_{11}\cos(\delta_{12} - \alpha_{12} + \alpha_{11})]\};$$
$$E'^{\Pi}_{12} = -\frac{\partial \delta_{U_{g1}}}{\partial \delta_2} = -E'^{\Pi}_{11} - 1.$$

Nota:

1. En los casos en que la segunda central está representada por barras de potencia infinita, la f.e.m. E_2 se reemplaza en las fórmulas por la tensión U.
2. Para el sistema representado por el esquema «central-barras» con conexión simple, la f.e.m. E_2 se reemplaza en las fórmulas por la tensión U; además $y_{11} = y_{12}$; $\alpha_{11} = \alpha_{12} = 0$.

CAPITULO 2

DETERMINACION DEL AJUSTE DEL RAE Y DE LA CALIDAD DE LOS PROCESOS TRANSITORIOS

§ 2-1. INTRODUCCION, PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Después de elegir conforme a las condiciones de mantenimiento de la estabilidad del sistema los parámetros del RAE, es necesario determinar los valores de éstos teniendo en cuenta la calidad del proceso transitorio.

La calidad del proceso transitorio libre se estima por los coeficientes de amortiguamiento y por las frecuencias propias de las resoluciones periódicas de las ecuaciones lineales homogéneas (1-3).

La construcción de las curvas de amortiguamiento uniforme y la valoración de las frecuencias propias del sistema al ajustar el RAE dentro de la región de estabilidad, evidencia la característica de la calidad del proceso.

El ajuste del RAE que asegura la mejor extinción de las oscilaciones libres se determina mediante la especificación de la región de amortiguamiento máximo. Las líneas de iguales frecuencias permiten determinar las frecuencias propias del sistema eléctrico y estimar cualitativamente el ajuste que garantice la mejor amortiguación de las oscilaciones forzadas electromecánicas.

Un índice de la calidad del proceso transitorio lo es también la amplitud de las oscilaciones forzadas de los parámetros de régimen del sistema provocadas por pequeñas fuerzas perturbadoras de tipo armónico. En este caso, la calidad del proceso se valora por las magnitudes de las desviaciones de los parámetros de régimen de los valores iniciales.

El análisis y los cálculos del movimiento por acción de las pequeñas fuerzas perturbadoras $f_i(t)$ se realizan basándose en el segundo miembro de las ecuaciones linealizadas (1-3). Para la resolución, es cómodo el método de características de amplitud-frecuencia y de frecuencia real.

Utilizando los métodos indicados se puede elegir el ajuste del RAE que asegure la mejor amortiguación de las oscilaciones libres y forzadas del sistema eléctrico y valorar (con aproximación lineal) las magnitudes de las desviaciones de las coordenadas en el proceso del movimiento perturbado.

El ajuste del RAE que garantice el mejor amortiguamiento y la menor desviación de las magnitudes de régimen, convencionalmente se considera óptimo y asegura, como regla, un nivel mucho más alto de estabilidad del sistema, es decir, para grandes valores de las fuerzas perturbadoras no se pierde la estabilidad. Esto es especialmente importante para los sistemas eléctricos que trabajan con pocas reservas de estabilidad estática.

El estudio y los cálculos por los métodos indicados permiten recomendar los procedimientos para la determinación experimental del ajuste óptimo del RAE (para ensayos de ajuste en máquinas sincrónicas reales, al ajustar el RAE en modelo dinámico) y simultáneamente permite la elección del algoritmo de autoajuste del RAE de acción fuerte.

Al elegir el ajuste del RAE de máquinas sincrónicas, dentro de la región de estabilidad, puede ocurrir que el sistema eléctrico regulado automáticamente, cuya estabilidad se analiza, se encuentra próximo al límite de la región de estabilidad. En este caso, para pequeñas perturbaciones reales en la explotación del sistema la conducta del mismo dependerá del carácter del límite en cuya proximidad se ha elegido el ajuste. Los límites de la región de estabilidad pueden ser *peligrosos* y *seguros*.

Si al violar el límite de la región de estabilidad crecen las oscilaciones hasta una amplitud inadmisible (en el caso particular, incluso hasta desincronizarse), tal límite se denomina *peligroso*.

Si al violar el límite de la región de estabilidad surgen autooscilaciones de amplitud bastante pequeña, sin peligro para el trabajo del sistema; tal límite se denomina *seguro*.

Próximo al límite peligroso, con perturbaciones que superan ciertos valores, el sistema es prácticamente inestable. Cerca del límite seguro, para iguales perturbaciones, surgen autooscilaciones de todos los parámetros del régimen.

Por lo tanto, para elegir correctamente el ajuste del RAE, dentro de la región de estabilidad, que garantice la estabilidad no sólo para perturbaciones pequeñas, sino también para perturbaciones reales en el sistema, tiene un importante significado *la división de los límites* de la región de estabilidad *en peligrosos* y *seguros*.

§ 2-2. CONSTRUCCION DE LAS CURVAS DE AMORTIGUAMIENTO UNIFORME

Las curvas de amortiguamiento uniforme (α) determinan los límites de las regiones de estabilidad, en los cuales los parámetros de ajuste son tales que el par de raíces complejas más próximo al eje imaginario está separado del mismo en no menos de α. Las curvas de amortiguamiento uniforme se construyen por el método de D-división (véase el suplemento 1-2) para una ecuación característica combinatoria

$$D(p-\alpha) = a_0 z^n + A_1 z^{n-1} + \ldots + A_{n-1} z + A_n = 0$$

donde

$$A_k = \frac{D^{n-k}(-\alpha)}{(n-k)!} \quad (k = 1, 2, \ldots, n).$$

En ésta

$$D^{(n-k)}(-\alpha) = \frac{d^{(n-k)} D(p)}{dp^{(n-k)}}\Big|_{p=-\alpha}.$$

Dando los valores a α se calculan los coeficientes (factores) A_k, y para la ecuación característica combinatoria, poniendo $z = j\omega$, se escriben las ecuaciones paramétricas para los parámetros de ajuste $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$, por el método expuesto en el suplemento 1-2. Dando a ω valores de 0 a ∞, se construyen los límites de las curvas de amortiguamiento uniforme para un valor prefijado de α. La curva para $\alpha = 0$ es la de D-división.

Para los cálculos de las curvas de amortiguamiento uniforme en la CN, en el suplemento 2-1 se muestra el esquema en bloque del programa realizado en la computadora «Ural-2».

§ 2-3. CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS DE FRECUENCIA

Para el cálculo de las características de frecuencia-amplitud-fase del sistema eléctrico estable regulado automáticamente, es necesario sustituir en el segundo miembro de la ecuación (1-3) el cero por

$$f_i(t) = a_i \operatorname{sen}(\nu t + \psi_i) = \operatorname{Im}[a_i e^{j(\nu t + \psi_i)}]. \tag{2-1}$$

Entonces, para las oscilaciones estables

$$\left.\begin{aligned} \Delta\delta_i &= A_{\delta i} \operatorname{sen}(\nu t + \varphi_{\delta i}) = \operatorname{Im}[A_{\delta i} e^{j(\nu t + \varphi_{\delta i})}]; \\ \Delta E_i &= A_{Ei} \operatorname{sen}(\nu t + \varphi_{Ei}) = \operatorname{Im}[A_{Ei} e^{j(\nu t + \varphi_{Ei})}]. \end{aligned}\right\} \tag{2-2}$$

Reemplazando en (1-3) los valores hallados en (2-1) y (2-2) obtenemos un sistema de ecuaciones algebraicas heterogéneas que se resuelven respecto a la desviación de cualquier parámetro de régimen por la regla de Cramer

$$\Delta x_i(j\nu) = \sum_k \frac{D_{ik}(j\nu)}{D(j\nu)} f_i(j\nu), \tag{2-3}$$

donde $D\,(j\nu)$ es el determinante característico del sistema, donde $p = j\nu$;
$D_{ik}\,(j\nu)$ es el determinante menor de $D\,(j\nu)$ al tachar la k-ésima hilera y la i-ésima columna y depende de la coordenada incógnita y del lugar de aplicación de la acción armónica perturbadora. La ecuación (1-3) para el sistema que contiene una central regulada automáticamente, conectada al sistema receptor de la potencia final, al aplicar $f_i\,(t)$ simultáneamente a los árboles de las turbinas de los generadores equivalentes de la central y del sistema receptor, y al sistema de excitación de la central, se escribe

$$\left.\begin{aligned}(T_{J1}p^2 + C_{11})\,\Delta\delta_1 + C_{12}\Delta\delta_2 + B_{11}\Delta E_1 &= f_1\,(t);\\ C_{21}\Delta\delta_1 + (T_{J2}p^2 + C_{22})\,\Delta\delta_2 + B_{21}\Delta E_1 &= f_2\,(t);\\ E_{11}\Delta\delta_1 + E_{12}\Delta\delta_2 + D_{11}\Delta E_1 &= f_3\,(t),\end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}4)$$

donde $f_i\,(t) = a_i \operatorname{sen}(\nu t + \psi_i) = \operatorname{Im}[a_i e^{j(\nu t+\psi_i)}] \quad (i = 1, 2, 3).$ (2-5)

Para las oscilaciones establecidas

$$\left.\begin{aligned}\Delta\delta_1 &= A_1 \operatorname{sen}(\nu t + \varphi_1) = \operatorname{Im}[A_1 e^{j(\nu t+\varphi_1)}];\\ \Delta\delta_2 &= A_2 \operatorname{sen}(\nu t + \varphi_2) = \operatorname{Im}[A_2 e^{j(\nu t+\varphi_2)}];\\ \Delta E_1 &= A_3 \operatorname{sen}(\nu t + \varphi_3) = \operatorname{Im}[A_3 e^{j(\nu t+\varphi_3)}].\end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}6)$$

Después de poner la (2-5) y (2-6) en el sistema (2-4), y resolver por la regla de Cramer, obtenemos

$$A_1 e^{j\varphi_1} = \frac{1}{D\,(j\nu)} \begin{vmatrix} a_1 e^{j\psi_1} & C_{12} & B_{11} \\ a_2 e^{j\psi_2} & -T_{J_2}\nu^2 + C_{22} & B_{21} \\ a_3 e^{j\psi_3} & E_{12}\,(j\nu) & D_{11}\,(j\nu) \end{vmatrix}; \qquad (2\text{-}7)$$

$$A_2 e^{j\varphi_2} = -\frac{1}{D\,(j\nu)} \begin{vmatrix} a_1 e^{j\psi_1} & C_{11} - T_{J_1}\nu^2 & B_{11} \\ a_2 e^{j\psi_2} & C_{21} & B_{21} \\ a_3 e^{j\psi_3} & E_{11}\,(j\nu) & D_{11}\,(j\nu) \end{vmatrix}, \qquad (2\text{-}8)$$

donde

$$D\,(j\nu) = \begin{vmatrix} -T_{J_1}\nu^2 + C_{11} & C_{12} & B_{11} \\ C_{21} & -T_{J_2}\nu^2 + C_{22} & B_{21} \\ E_{11}\,(j\nu) & E_{12}\,(j\nu) & D_{11}\,(j\nu) \end{vmatrix}. \qquad (2\text{-}9)$$

Suponiendo

$$\Delta\delta_{12} = \Delta\delta_1 - \Delta\delta_2 = \operatorname{Im}[A_{12} e^{j(\nu t+\varphi)} = \operatorname{Im}[A_1 e^{j(\nu t+\varphi_1)} - A_2 e^{j(\nu t+\varphi_2)}],$$

de (2-7) y (2-8) obtenemos

$$A_{12} e^{j\varphi} = \frac{1}{D\,(j\nu)} \begin{vmatrix} a_1 e^{j\psi_1} & -T_{J_1}\nu^2 & B_{11} \\ a_2 e^{j\psi_2} & -T_{J_2}\nu^2 & B_{21} \\ a_3 e^{j\psi_3} & 0 & D_{11}\,(j\nu) \end{vmatrix} \qquad (2\text{-}10)$$

donde se ha considerado que $C_{11} + C_{12} = 0$, $C_{21} + C_{22} = 0$.

La expresión (2-10) permite determinar las características de amplitud-frecuencia y las características de frecuencia real del ángulo mutuo $\Delta\delta_{12}$

$$\left.\begin{aligned} A_{12}(\nu) &= |A_{12}e^{j\varphi}|; \\ P(\nu) &= \mathrm{Re}\,[A_{12}e^{j\varphi}]. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}11)$$

Habitualmente, las características indicadas se determinan al aplicar la fuerza perturbadora solamente en uno de los puntos vistos. En este caso, la expresión (2-10) se simplifica, dado que en la primera columna del determinante dos elementos, de tres, serán iguales a cero.

§ 2-4. METODO DE VALORACION APROXIMADA Y CONSTRUCCION APROXIMADA DEL PROCESO TRANSITORIO AL APLICAR LAS FUERZAS PERTURBADORAS

La determinación de la desviación de la coordenada (Δx) que nos interesa en el proceso transitorio, con acción perturbadora a salto o de impulso, se realiza mediante la característica de frecuencia real del sistema.

La curva del proceso transitorio $\Delta x\,(t)$ se determina por la expresión

$$\Delta x\,(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty P(\omega)\frac{\operatorname{sen}\omega t}{\omega}\,d\omega \quad (t>0), \qquad (2\text{-}12)$$

al aplicar la fuerza exterior en forma de salto unitario, y por

$$\Delta x\,(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty P(\omega)\cos\omega t\,d\omega \quad (t>0), \qquad (2\text{-}13)$$

al aplicar la fuerza exterior en forma de impulso unitario. En ésta, $\Delta x\,(t)$ se considera del régimen inicial.

La valoración aproximada de la desviación máxima en el proceso transitorio, al aplicar la acción perturbadora a salto, puede ser realizada por la forma y el punto típico de la característica (curva) de frecuencia real $P(\omega)$.

La característica de frecuencia real puede distinguirse (fig. 2-1) por el intervalo positivo, para las frecuencias $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_p$ donde $P(\omega) > 0$, y por el intervalo de las frecuencias esenciales $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_e$, para $\omega > \omega_e$ $|P(\omega)| < \varepsilon$ (ε pequeño). La parte restante (para $\omega > \omega_e$) de la característica de frecuencia real $P(\omega)$ se puede despreciar, ya que ella influye, principalmente, sobre la parte inicial del proceso transitorio. Si para $\omega > \omega_p$, $|P(\omega)| < 0{,}2P(0)$, entonces, en primera aproximación se deben considerar los índices del proceso transitorio conforme al intervalo positivo, pues el principio de la característica $P(\omega)$ deter-

mina especialmente el final del proceso transitorio que nos interesa.

Cuanto mayor es ω_p tanto más rápidamente se amortigua el proceso transitorio.

El proceso transitorio será monótono si la derivada $\frac{dP(\omega)}{d\omega}$ es una función negativa continua de ω (fig. 2-2, curva *1*), de módulo

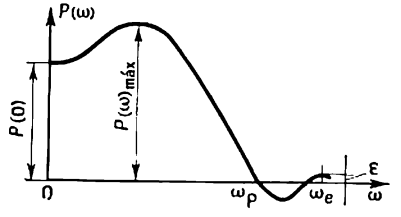


FIG. 2-1. Puntos típicos de la característica de frecuencia real:
ω_p, frecuencia que determina el intervalo positivo;
ω_e, frecuencia que determina el intervalo de frecuencias esencialcs

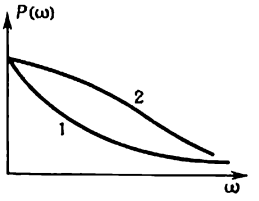


FIG. 2-2. Forma típica de las características de frecuencia real

decreciente; además, $P(\infty) = 0$. Para los procesos transitorios monótonos, el tiempo t_1 de amortiguamiento de Δx hasta la magnitud diferente de Δx_∞ en 5%, será mayor que $\frac{4\pi}{\omega_e}$ (fig. 2-3).

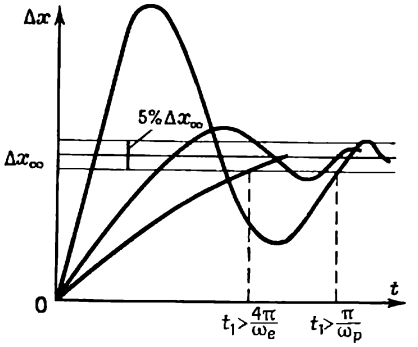


FIG. 2-3. Formas posibles del proceso transitorio después de un solo salto:
Δx_∞ es el nuevo régimen establecido

El curso del proceso transitorio será no monótono si $P(\omega) > P(0)$ para cualquier ω (véase la fig. 2-1). Para los procesos transitorios no monótonos $t_1 > \frac{\pi}{\omega_p}$ (véase la fig. 2-3).

mental del ajuste óptimo del RAE y estudiando los problemas de diseño de nuevos reguladores automáticos de excitación, es conveniente estimar la influencia del lugar de aplicación de las fuerzas perturbadoras en la desviación de los ángulos mutuos entre rotores de la central.

La relación de las características de frecuencia-amplitud-fase del sistema eléctrico al aplicar la acción perturbadora en los puntos *1* y *2*, es igual a

$$\frac{A^{(1)}e^{j\varphi^{(1)}}}{A^{(2)}e^{j\varphi^{(2)}}} = \frac{D_{ik}^{(1)}(j\nu)}{D_{ik}^{(2)}(j\nu)}, \qquad (2\text{-}16)$$

donde D_{ik} es el menor del determinante característico $D(p)$ dependiente del lugar de aplicación de la acción perturbadora.

Para valorar las acciones perturbadoras en el sistema eléctrico con una central regulada automáticamente, que trabaja para el sistema receptor de la potencia conmensurable, al regular la excitación por los parámetros mutuos $\left(\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_1} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_2}\right)$ se recomienda utilizar las siguientes expresiones, deducidas de (2-9) y (2-10):

1. La acción perturbadora está aplicada al rotor de la primera central

$$f_1(t) = a_1 \operatorname{sen}(\nu t + \psi_1).$$

En este caso

$$A_{12}^{(1)}e^{j\varphi^{(1)}} = -a_1 e^{j\varphi_1}\frac{T_{J_2}D_{11}(j\nu)}{D(j\nu)} \qquad (2\text{-}17)$$

donde

$$D(j\nu) = \begin{vmatrix} -T_{J_1}\nu^2 + C_{11} & -T_{J_1} & B_{11} \\ C_{12} & -T_{J_2} & B_{21} \\ E_{11}(j\nu) & 0 & D_{11}(j\nu) \end{vmatrix}.$$

2. La acción perturbadora está aplicada al rotor de la segunda central

$$f_2(t) = a_2 \operatorname{sen}(\nu t + \psi_2);$$

$$A_{12}^{(2)}e^{j\varphi^{(2)}} = a_2 e^{j\psi_2}\frac{T_{J_1}D_{11}(j\nu)}{D(j\nu)}. \qquad (2\text{-}18)$$

Para revelar la relación entre las amplitudes de las oscilaciones en los casos 1 y 2 es necesario comparar $A_{12}^{(1)}$ y $A_{12}^{(2)}$ para iguales valores de frecuencias de las fuerzas perturbadoras. La relación

$$\frac{A_{12}^{(1)}e^{j\varphi^{(1)}}}{A_{12}^{(2)}e^{j\varphi^{(2)}}} = \frac{a_1 e^{j\varphi_1}}{a_2 e^{j\psi_2}} \cdot \frac{T_{J_2}}{T_{J_1}} \qquad (2\text{-}19)$$

permite calcular la característica de amplitud-frecuencia al variar el lugar de aplicación de la fuerza perturbadora. Como se deduce de (2-19), las características de amplitud-frecuencia en los casos 1 y 2 se diferencian solamente por las escalas en el eje de las ordenadas. Cuando $a_1 = a_2$, la acción sobre el rotor de la central que posee la menor inercia, es la más peligrosa, provocando grandes amplitudes de las oscilaciones forzadas.

Al actuar conjuntamente las fuerzas perturbadoras sobre la primera y la segunda central es posible su completa compensación. Así, para $f_1(t) = a_1 \operatorname{sen}(\nu t + \psi)$ y $f_2(t) = a_2 \operatorname{sen}(\nu t + \psi)$

$$A_{12}e^{j\varphi} = \frac{(-a_1 T_{J_2} + a_2 T_{J_1})\, e^{j\psi} D_{11}(j\nu)}{D(j\nu)} \tag{2-20}$$

y si $\frac{a_1}{T_{J_1}} = \frac{a_2}{T_{J_2}}$, entonces, $A_{12} = 0$.

Señalemos que las oscilaciones de los ángulos absolutos, en este caso, pueden ser bastante grandes.

3. La acción perturbadora está aplicada al sistema de excitación de la primera central

$$f_3(t) = a_3 \operatorname{sen}(\nu t + \psi_3);$$

$$A_{12}^{(3)} e^{j\varphi^{(3)}} = a_3 e^{j\psi_3} \frac{T_{J_2} B_{11} - T_{J_1} B_{21}}{D(j\nu)}\,. \tag{2-21}$$

De (2-21) se deduce que para $T_{J_2}B_{11} - T_{J_1}B_{21} = 0$, $A_{12}^{(3)} = 0$. Esto corresponde a lo siguiente: la fuerza perturbadora $f_3(t)$ provoca las oscilaciones de la f.e.m. E_1, lo que conduce a las oscilaciones de P_1 y P_2, cuyas desviaciones en virtud de la variación de E_1 son proporcionales a B_{11} y B_{21}:

$$\Delta P_1 = B_{11}\Delta E_1; \quad \Delta P_2 = B_{21}\Delta E_1.$$

A su vez, estas desviaciones provocan las oscilaciones de los ángulos δ_1 y δ_2. Sin embargo, estos últimos serán iguales en virtud de que $\frac{T_{J_1}}{B_{11}} = \frac{T_{J_2}}{B_{21}}$. Por eso, la diferencia $\delta_1 - \delta_2 = \delta_{12}$ será constante, es decir, $\Delta\delta_{12} = 0$.

La relación entre las amplitudes de las oscilaciones del ángulo mutuo, al actuar $f_2(t)$ y $f_3(t)$, tiene la siguiente forma

$$\frac{A_{12}^{(2)} e^{j\varphi^{(2)}}}{A_{12}^{(3)} e^{j\varphi^{(3)}}} = \frac{a_2 e^{j\varphi_2} T_{J_1} D_{11}(j\nu)}{a_3 e^{j\varphi_3}(T_{J_2}B_{11} - T_{J_1}B_{21})} \tag{2-22}$$

ó

$$\frac{A_{12}^{(2)}}{A_{12}^{(3)}} = \frac{a_2}{a_3} \frac{T_{J_1} |\, D_{11}(j\nu)\,|}{T_{J_2}B_{11} - T_{J_1}B_{21}}\,. \tag{2-23}$$

Como regla, el módulo $D_{11}(jv)$, al crecer v, crece respecto a $|D_{11}(0)|$, lo que está condicionado por considerables constantes de tiempo en el sistema de excitación. Por eso, habitualmente para $a_3 = a_2$, $A_{12}^{(2)} \gtrless A_{12}^{(3)}$.

§ 2-7. DETERMINACION DE LOS LIMITES PELIGROSOS Y SEGUROS DE LA REGION DE ESTABILIDAD

Para dividir los límites de la región de estabilidad en peligrosos y seguros, se recomienda el método * (demostrado en el ejemplo del sistema «central-barras») basado en la construcción de las

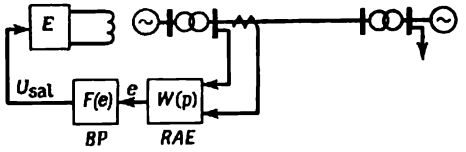


FIG. 2-5. Esquema de principio del sistema eléctrico para el cual se determinan los límites peligrosos y seguros de la región de estabilidad:

$W(p)$, función de transferencia del RAE; *BP*, bloque de potencia del RAE; *E*, excitador; $F(e)$, coeficiente de amplificación del BP

curvas de existencia de iguales amplitudes de resoluciones periódicas en las coordenadas $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$. El está basado en las siguientes admisiones:

1) la amplitud de las oscilaciones del ángulo δ es tan pequeña que las funciones no lineales del ángulo (sen δ y cos δ) se pueden despreciar;

2) se considera la no linealidad de la característica del RAE, consistente en la limitación del valor máximo de la tensión U_{sal} a la salida del bloque de potencia (fig. 2-5) en forma de curva $F(e)$ (fig. 2-6, *a*). Se considera que la no linealidad del bloque de potencia es simétrica respecto al régimen inicial $U_{sal}(e_0)$ (e_0 es el valor de la tensión en la entrada del bloque de potencia en régimen inicial).

La búsqueda de las soluciones periódicas se realiza por el método de linealización armónica; en este caso, se consideran sólo las primeras armónicas de las soluciones periódicas (las armónicas superiores de los parámetros $\Delta\delta$ y e que nos interesan, son pequeñas). Aclaremos esto con un ejemplo.

Supongamos que el sistema se encuentra en el límite de la región de estabilidad y en la entrada del bloque de potencia han surgido

---

* En la elaboración del mismo, así como del método simplificado (§ 2—8) participó V. P. Vasin.

las oscilaciones sinusoidales e_1 sen ωt (fig. 2-6, *b*) de amplitud $e_1 > e_0$ y frecuencia ω. Entonces, para el caso general en la salida del bloque de potencia obtenemos la tensión U_{sal} que varía por la curva $F(t)$, la cual es una función periódica compleja, que contiene todo el espectro de frecuencia (fig. 2-6, *c*).

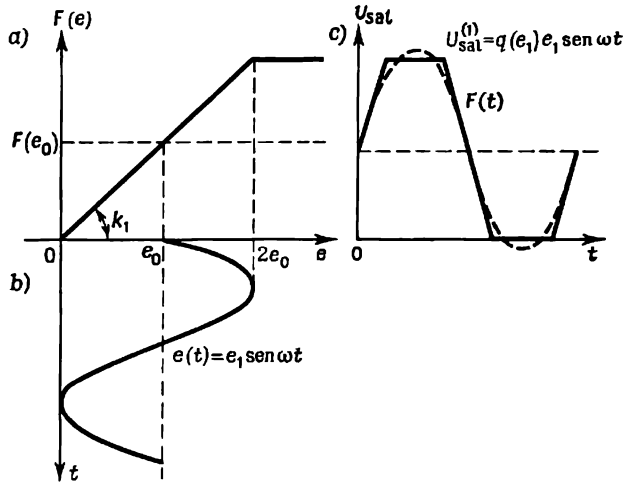


FIG. 2-6. Curva del bloque de potencia del RAE y linealización de su no linealidad

Desarrollando la función U_{sal} del bloque de potencia en la serie de Fourier y dejando solamente la primera armónica, para $e_1 \geqslant e_0$ obtenemos

$$U_{sal}^{(1)} = q(e_1)\, e_1 \operatorname{sen}(\omega t + \theta), \tag{2-24}$$

donde

$$q(e_1) = \frac{2}{\pi}\left[\operatorname{arc\,sen}\frac{e_0}{e_1} + \frac{e_0}{e_1}\sqrt{1-\left(\frac{e_0}{e_1}\right)^2}\right]. \tag{2-25}$$

El coeficiente de linealización armónica $q(e_1)$ es el coeficiente de amplificación del bloque de potencia, el que, en virtud de la no linealidad, depende esencialmente de la amplitud e_1 de la sinusoide de entrada, es decir de la magnitud de las oscilaciones en la salida del elemento de medida del RAE. Esta dependencia está representada en la fig. 2-7. En los límites de la parte lineal de la curva del bloque de potencia $q(e_1) = 1$.

La función de transferencia del regulador automático de excitación de la máquina sincrónica se escribe del modo siguiente:

$$W(p)\, q(e_1) = \frac{1}{T_p p + 1} \sum_{1}^{\Pi} \left[\frac{q(e_1)\, k_{0\Pi}}{T_u p + 1} + \frac{q(e_1)\, k_{1\Pi} p}{T_\partial p + 1} + \frac{q(e_1)\, k_{2\Pi} p^2}{(T_\partial p + 1)^2}\right]. \tag{2-26}$$

La expresión obtenida tiene la misma forma que la correspondiente al sistema lineal, si los coeficientes de regulación $k_{0\text{П}}$, $k_{1\text{П}}$ y $k_{2\text{П}}$ se sustituyen por los valores reducidos en $q\,(e_1)$ veces

$$\bar{k}_{0\text{П}} = q\,(e_1)\,k_{0\text{П}};\quad \bar{k}_{1\text{П}} = q\,(e_1)\,k_{1\text{П}};\quad \bar{k}_{2\text{П}} = q\,(e_1)\,k_{2\text{П}}. \qquad (2\text{-}27)$$

Por lo tanto, las ecuaciones para la búsqueda de las soluciones periódicas se diferenciarán de las ecuaciones lineales solamente

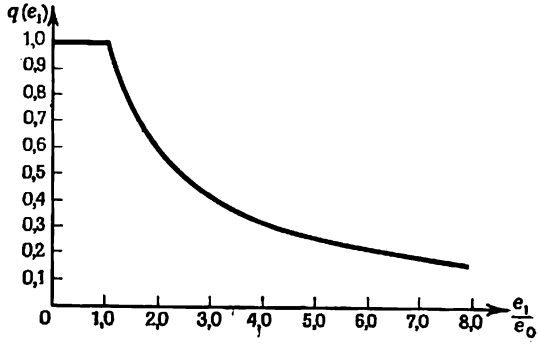


FIG. 2-7. El coeficiente de linealización armónica en función de la amplitud de la señal de salida

por los coeficientes de regulación, los que se deben representar en la forma (2-27).

Para hallar los valores de los coeficientes de regulación $k_{1\text{П}}$ y $k_{2\text{П}}$, con los cuales existe la solución periódica de amplitud e_1 y frecuencia ω, en las ecuaciones no lineales obtenidas se debe tomar $p = j\omega$.

Al variar ω de 0 a ∞, en el plano de los coeficientes $k_{1\text{П}}$ y $k_{2\text{П}}$ se obtiene una curva continua de existencia de las soluciones periódicas de amplitud e_1, denominada curva de iguales amplitudes de las soluciones periódicas.

El problema dado es análogo al problema de D-división, para $k_{i\text{П}}$ reemplazado por $q\,(e_1)\,k_{i\text{П}}$ ($i_{\text{П}} = 0, 1, 2$). La expresión para los coeficientes de regulación, en los cuales existe la solución periódica de amplitud e_1, tiene la siguiente forma:

$$\left.\begin{aligned} k_{1\text{П}}^{e_1}\,q\,(e_1) &= F_1\,[k_{0\text{П}}\,q\,(e_1),\ \omega];\\ k_{2\text{П}}^{e_1}\,q\,(e_1) &= F_2\,[k_{0\text{П}}\,q\,(e_1),\ \omega]. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}28)$$

De (2-28) pueden obtenerse las fórmulas para determinar las curvas de iguales amplitudes de las soluciones periódicas:

$$\left.\begin{aligned} k_{1\text{П}}^{e_1} &= \frac{1}{q\,(e_1)}\,F_1\,[k_{0\text{П}}\,q\,(e_1),\ \omega];\\ k_{2\text{П}}^{e_1} &= \frac{1}{q\,(e_1)}\,F_2\,[k_{0\text{П}}\,q\,(e_1),\ \omega]. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}29)$$

Señalemos que la existencia de las soluciones periódicas es sólo posible para $e_1 \geqslant e_0$ (véase la fig. 2-6, *a*). Cuando $e_1 \leqslant e_0$, las ecuaciones del sistema no lineal se transforman en las ecuaciones del sistema lineal; además

$$k_{1\text{П}}^{e_0} = k_{1\text{П}}^{0} \quad \text{y} \quad k_{2\text{П}}^{e_0} = k_{2\text{П}}^{0},$$

es decir, el sistema se encuentra en el límite de estabilidad.
Veamos la curva de iguales amplitudes de las soluciones periódicas, para $e_1 = e_0 + \Delta e$, donde Δe es pequeño, construida en el plano $k_{1\text{П}}$ y $k_{2\text{П}}$ (fig. 2-8).

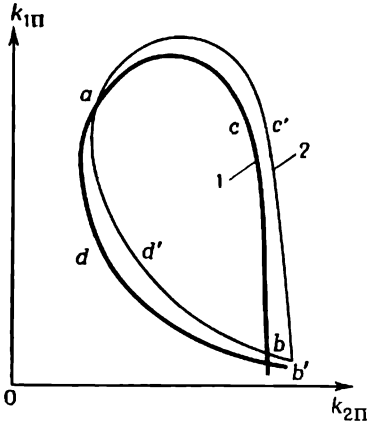


FIG. 2-8. Límite de la región de estabilidad *1* y curva de iguales amplitudes de las soluciones periódicas *2*

La parte *ac'b'* de la curva, fuera de la región de estabilidad, corresponde a las soluciones periódicas estables, es decir, a las autooscilaciones (para Δe suficientemente pequeño).
La parte de la curva interior a la región de estabilidad (*ad'b*) corresponde a las soluciones periódicas inestables. Si las oscilaciones iniciales (originadas por las perturbaciones) son menores que la amplitud de la solución periódica inestable, entonces las oscilaciones del sistema se amortiguan. Si la amplitud inicial de las oscilaciones es mayor que la amplitud de la solución obtenida, entonces, el sistema oscila hasta desincronizarse.
Basándose en las construcciones efectuadas, se divide previamente el límite de la región de estabilidad: la parte *acb* del límite es segura; la parte *adb* del límite es peligrosa.
La especificación de la división efectuada del límite de la región de estabilidad se realiza según la valoración de la amplitud de las oscilaciones del ángulo

$$\Delta\delta = A_1 \operatorname{sen} \omega t. \qquad (2\text{-}30)$$

Para el sistema eléctrico, habitualmente se considera prácticamente admisible la amplitud de las oscilaciones del ángulo

$$A_1 \leqslant 0{,}1 \text{ rd.}$$

El cálculo de las amplitudes de las oscilaciones del ángulo se realiza con una pequeña violación del límite, es decir, $e_1 \approx e_0$, $q(e_1) \approx 1$. En este caso, suponemos que la frecuencia de las autooscilaciones del sistema es igual a la frecuencia en el límite de la región de estabilidad. Para determinar la relación entre e_1 y A_1 tenemos

$$e_1 = -\frac{1}{T_p p + 1} \sum_{\Pi} W_{\Pi}(p) \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \delta} \Delta\delta + \frac{\partial \Pi}{\partial E} \Delta E \right). \qquad (2\text{-}31)$$

Expresando ΔE por $\Delta\delta$, obtenemos

$$e_1(t) = e_1(p)\, \Delta\delta(t) \qquad (2\text{-}32)$$

donde

$$e_1(p) = -\frac{1}{T_p p + 1} \sum_{\Pi} W_{\Pi}(p) \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \delta} - \frac{\partial \Pi}{\partial E} \frac{T_J p^2 + C}{B} \right). \qquad (2\text{-}33)$$

Ya que se considera el régimen de las oscilaciones establecidas

$$e_1(t) \approx e_0 \operatorname{sen}(\omega t + \theta);\ \Delta\delta = A_1 \operatorname{sen} \omega t,$$

entonces

$$e_0 = |e_1(j\omega)|\, A_1$$

ó

$$A_1 = \frac{e_0}{|e_1(j\omega)|}. \qquad (2\text{-}34)$$

Al variar el ajuste, que conduce a la transferencia del régimen de marcha a lo largo del límite de la región de estabilidad hacia el lado de las grandes frecuencias, la amplitud $|e_1(j\omega)|$ crece, mientras que la amplitud de las oscilaciones del ángulo δ disminuye. Al variar el ajuste, que conduce a la transferencia del régimen de marcha a lo largo del límite hacia el lado de las menores frecuencias, la amplitud $|e_1(j\omega)|$, por el contrario, disminuye, mientras que la amplitud de las oscilaciones del ángulo δ crece. El orden de la determinación de los límites peligrosos y seguros de la región de estabilidad es el siguiente:

1. Mediante la relación (2-29) se construyen las curvas de iguales amplitudes de las oscilaciones periódicas y se determina la parte del límite de la región de estabilidad cuya violación da lugar a las oscilaciones permanentes de amplitud $e_1 = e_0 + \Delta e$, donde Δe es pequeño.
2. Mediante la relación (2-34) se estima la región de pequeñas amplitudes de las autooscilaciones del ángulo δ.

3. Comparando los resultados del primero y del segundo punto, se debe considerar como límite peligroso aquel cuya violación da lugar a autooscilaciones permanentes de pequeña amplitud del ángulo ($A_1 \leqslant 0{,}1$ rd.)

§ 2-8. METODO SIMPLIFICADO DE DIVISION DE LOS LIMITES DE LA REGION DE ESTABILIDAD EN PELIGROSOS Y SEGUROS

Para determinadas tolerancias, las curvas de iguales amplitudes de las soluciones periódicas y, simultáneamente, la región de

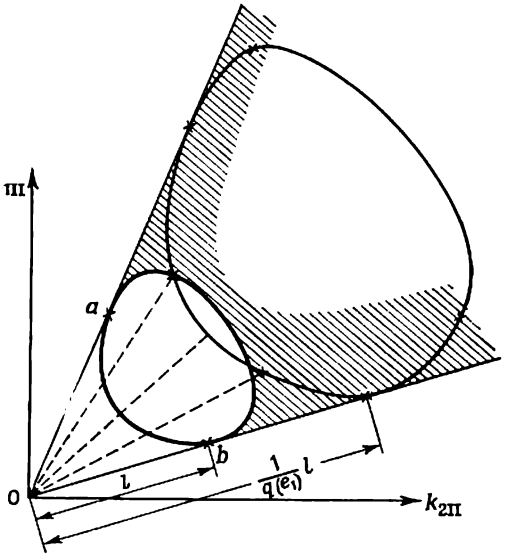


FIG. 2-9. Método simplificado de división de los límites de la región de estabilidad en peligrosos y seguros (está rayada la región de existencia de soluciones estables periódicas)

existencia de las autooscilaciones, se pueden obtener muy fácilmente de la región de la estabilidad estática antes construida. Supongamos, que

$$\left.\begin{aligned} F_1[k_{0\Pi}\, q(e_1), \omega] &\approx F_1(k_{0\Pi}, \omega) = k^0_{1\Pi}; \\ F_2[k_{0\Pi}\, q(e_1), \omega] &\approx F_2(k_{0\Pi}, \omega) = k^0_{2\Pi}. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}35)$$

El sentido de esta tolerancia se reduce a que la influencia del coeficiente de regulación $k_{0\Pi}$ sobre el límite de la región de estabilidad se considera pequeña.

De las expresiones (2-28), (2-29) y (2-35) tendremos

$$k^{e_1}_{1\Pi} = \frac{1}{q(e_1)}\, k^0_{1\Pi};\quad k^{e_1}_{2\Pi} = \frac{1}{q(e_1)}\, k^0_{2\Pi}. \qquad (2\text{-}36)$$

Las relaciones (2-36) reflejan la transformación de semejanza con centro en el origen de coordenadas y coeficiente de semejanza $\frac{1}{q(e_1)}$, es decir, las curvas de iguales amplitudes de las soluciones periódicas se obtienen del límite de la región de estabilidad por la transformación de semejanza, como se muestra en la fig. 2-9.

En este caso, la región de la existencia de soluciones estables periódicas se limita por dos tangentes trazadas desde el origen de coordenadas hacia la región de estabilidad y parte del límite de la región de estabilidad.

Por lo tanto, la división inicial de los límites se reduce al trazado de dos tangentes. Los puntos *a* y *b* (fig. 2-9) separan aproximadamente los límites de la región de estabilidad en peligrosos y seguros.

A continuación, al igual que en el caso anterior, es necesaria la verificación conforme a la amplitud de las oscilaciones A_1.

SUPLEMENTO 2-1

Algoritmo y esquema en bloque del programa de cálculo en la CN de los límites de *D*-división, curvas de amortiguamiento uniforme y frecuencia y características de frecuencia

Para la resolución, el problema se divide en dos algoritmos. Mediante el primer algoritmo se resuelve el problema de determinación del límite de estabilidad periódica y las curvas de amortiguamiento uniforme en coordenadas de dos parámetros de ajuste del RAE ($k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$) de la máquina sincrónica escogida. La curva de amortiguamiento uniforme, para $\alpha = 0$, es el límite de la *D*-división, que distingue en el plano de $k_{1\Pi}$, $k_{2\Pi}$, la pretendienta a la región de estabilidad.

Mediante el segundo algoritmo, para ajustes dados dentro de la región de estabilidad supuesta, se calculan las características de frecuencia del sistema: la curva característica que mediante el criterio de Mijáilov permite establecer que la pretendienta escogida es realmente la región de estabilidad; las características de amplitud-frecuencia y de frecuencia real.

En el segundo algoritmo se introducen en el programa los parámetros de ajuste de todos los RAE, mientras que en el primero todos, a excepción de los dos escogidos $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ del RAE de la *N*-ésima máquina sincrónica (generador equivalente o compensador sincrónico).

En ambos algoritmos se utilizan los métodos de frecuencia, para los cuales, en lugar del operador *p*, en las ecuaciones iniciales se pone $p = -\alpha + j\omega$ (en el primer algoritmo) o $p = j\nu$ (en el segundo algoritmo), y se calculan al variar la frecuencia o bien los valores de $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$, para un α dado (en el primer algoritmo) o bien los valores de $D(j\nu) = u(\nu) + jv(\nu)$ y $A(\nu) = \mathrm{Re}[A(\nu)] + j\mathrm{Im}[A(\nu)]$, para $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ dados (en el segundo algoritmo).

Las ecuaciones paramétricas de la curva de amortiguamiento uniforme,

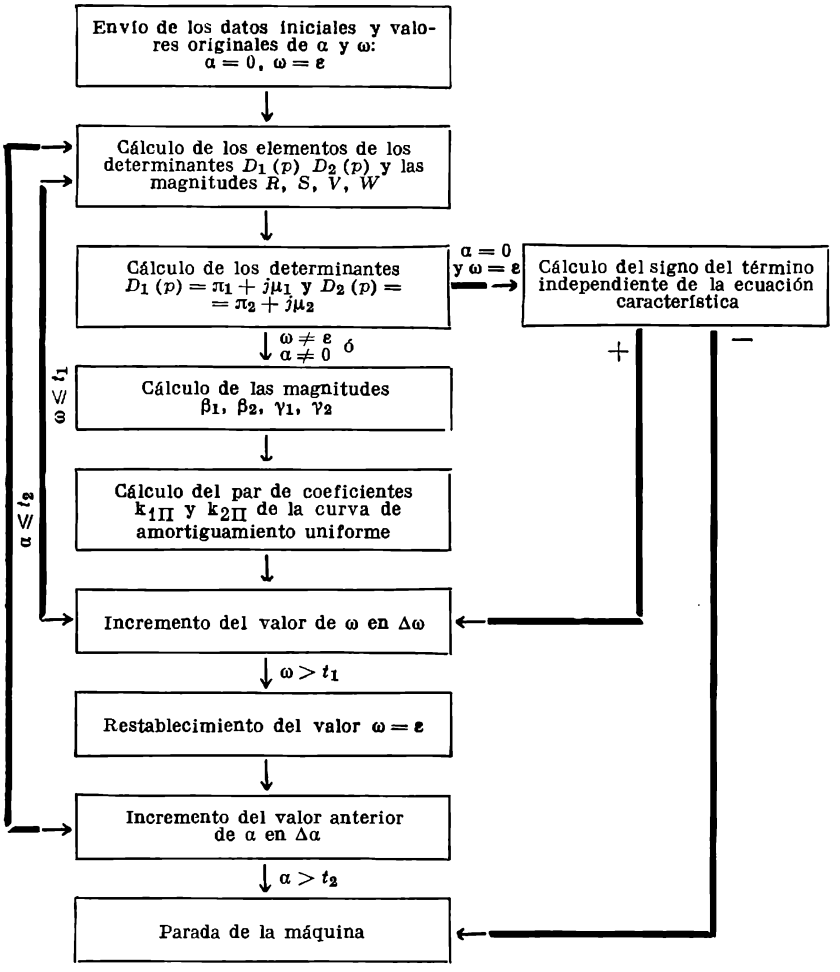


FIG. 2-10. Esquema en bloque del programa de cálculo del límite de la región de estabilidad estática y de las curvas de amortiguamiento uniforme para un sistema eléctrico complejo

utilizados en el primer algoritmo, tienen la siguiente forma

$$k_{1\text{II}} = \frac{\pi_1\gamma_2 - \mu_1\gamma_1}{\beta_1\gamma_2 - \gamma_1\beta_2}; \qquad k_{2\text{II}} = \frac{\mu_1\beta_1 - \pi_1\beta_2}{\beta_1\gamma_2 - \gamma_1\beta_2}, \tag{2-37}$$

donde

$$\beta_1 = V(\pi_2 R + \mu_2 S) - (\mu_2 R - \pi_2 S) W;$$
$$\beta_2 = V(\mu_2 R - \pi_2 S) + (\pi_2 R + \mu_2 S) W;$$
$$\gamma_1 = (V^2 - W^2)(\pi_2 R + \mu_2 S) - 2VW(\mu_2 R - \pi_2 S);$$
$$\gamma_2 = (V^2 - W^2)(\mu_2 R - \pi_2 S) + 2VW(\pi_2 R + \mu_2 S).$$

Los restantes coeficientes de las expresiones dadas responden a las siguientes representaciones de los determinantes $D_1(p)$ (1-12) y $D_2(p)$ (1-13), respectivamente:

$$\mathrm{Re}\,[D_1(-\alpha+j\omega)]=\pi_1;\quad \mathrm{Im}\,[D_1(-\alpha+j\omega)]=\mu_1;$$
$$\mathrm{Re}\,[D_2(-\alpha+j\omega)]=\pi_2;\quad \mathrm{Im}\,[D_2(-\alpha+j\omega)]=\mu_2,$$

así como

$$\frac{1}{[(1-T_e\alpha)+jT_e\omega]\,[(1-\alpha T_p)+jT_p\omega]}=R-jS,$$

$$\frac{-\alpha+j\omega}{1-\alpha T_\partial+j\omega T_\partial}=V+jW.$$

El primer algoritmo se realiza de acuerdo al esquema en bloque de la fig. 2-10. Previamente se elige el paso y los valores máximos de $\omega=t_1$ y $\alpha=t_2$. Se calculan las magnitudes R, S, V, W; los determinantes $D_1(-\alpha+j\omega)=\pi_1+j\mu_1$ y $D_2(-\alpha+j\omega)=\pi_2+j\mu_2$, así como β_1, β_2, γ_1, γ_2, $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$.

El cálculo se comienza para los valores de $\omega=\varepsilon$ y $\alpha=0$ y se continúa con el crecimiento de ω. Para $\omega\geqslant t_1$, α crece y el cálculo se realiza nuevamente comenzando de $\omega=\varepsilon$. Los valores de $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ se obtienen impresos.

El algaritmo descrito permite variar simplemente los parámetros de los elementos del sistema, los parámetros constructivos del sistema de excitación, los parámetros de régimen, variando, en este caso, solamento los datos iniciales.

Descripción del programa de cálculo de la estabilidad estática (límite de estabilidad periódica) y selección de los parámetros de ajuste del RAE de una de las centrales del sistema, representado por dos centrales y la carga

Se considera el sistema eléctrico representado por dos máquinas sincrónicas equivalentes y la carga. Una de las máquinas sincrónicas posee el RAE de acción fuerte que regula por dos parámetros de régimen, con funciones de transferencia en cada uno de ellos

$$W_\Pi(p)=\frac{1}{(T_ep+1)\,(T_pp+1)}\left[k_{0\Pi}+\frac{k_{1\Pi}p}{T_\partial p+1}+\frac{k_{2\Pi}p^2}{(T_\partial p+1)^2}\right].$$

Los límites de la estabilidad periódica y las curvas de amortiguamiento uniforme se construyen en coordenadas de los coeficientes de regulación, conforme a las derivadas de $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ de acuerdo al algoritmo descrito para el sistema complejo.

En la máquina se introducen los datos iniciales

$$\left.\begin{array}{l} T_{J1},\ T_{J2},\ C_{11},\ C_{21},\ C_{22},\ C_{12},\ B_{11},\ B_{21},\ T_{d_0},\ T_e, T_p, T_\partial, \\ E^0_{11},\ E^0_{12},\ D^0_{11},\ \dfrac{\partial\Pi_1}{\partial\delta_1},\ \dfrac{\partial\Pi_1}{\partial\delta_2},\ \dfrac{\partial\Pi_1}{\partial E_{q1}},\ \dfrac{\partial\Pi_2}{\partial\delta_1}, \\ \dfrac{\partial\Pi_2}{\partial\delta_2},\ \dfrac{\partial\Pi_2}{\partial E_{q1}},\ k_{0\Pi_1},\ k_{0\Pi_2},\ k_{1\Pi_2},\ k_{2\Pi_2}. \end{array}\right\} \qquad (2\text{-}38)$$

Se toman los valores iniciales de $\omega = 1$ y $\alpha = 0$; el paso de variación de ω y α ($\Delta\omega$, $\Delta\alpha$) y sus valores límites t_1 y t_2. Al principio, con el propósito de economizar el tiempo de máquina, se calculan las magnitudes constantes, necesarias para el cálculo (por ejemplo: T_e^2, T_p^2, etc.).

Le sigue el cálculo del primer ciclo conforme a α, al final del cual se incrementa α en $\Delta\alpha$. Se calculan las expresiones (necesarias durante el cálculo) dependientes de α y no de ω. La extracción de estos cálculos fuera del ciclo de ω, economiza el tiempo de máquina. A continuación, para el primer valor de α comienza el primer ciclo conforme a ω, durante el cual se calculan los elementos de los determinantes $D_1(-\alpha + j\omega)$ y $D_2(-\alpha + j\omega)$ y los mismos determinantes, de acuerdo al método antes descrito, y, por último, los valores de $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$. Al terminar el primer ciclo se incrementa ω en un paso y se comienza el segundo, y así los ciclos siguientes. Para todos los ω, los valores de $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ se obtienen impresos.

Cuando $\omega > t_1$, se restablece el valor inicial de $\omega = 1$ y el incremento de α en $\Delta\alpha$ después del cual el cálculo se repite.

Conforme a los resultados de los cálculos se construye la serie de curvas de amortiguamiento uniforme, una de las cuales (para $\alpha = 0$) es el límite de D-división. La región limitada por la curva, con un pequeño valor de α, indica el ajuste del RAE, que asegura el mejor amortiguamiento de los procesos transitorios libres.

El cálculo y la impresión en la máquina «Ural-2» de cincuenta puntos de la curva de amortiguamiento uniforme dura 15 segundos.

De acuerdo con las ecuaciones del § 2-3, el segundo algoritmo permite calcular las características de amplitud-frecuencia para distintos puntos de aplicación de la fuerza perturbadora $f(t)$, con q_1 ajustes estudiados del RAE de acción fuerte (q_1 combinaciones de $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ dentro de la región de estabilidad).

En la máquina se introducen los datos iniciales y se calculan las expresiones que permanecen constantes durante todo el cálculo. El ciclo comienza con el envío, al elemento de trabajo, de los valores de $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$ del primer ajuste estudiado. Después se calculan los elementos de los determinantes, los mismos determinantes, las magnitudes $A = \mathrm{Re}[A] + j\mathrm{Im}[A]$ para distintos valores de ν, comenzando de $\nu = 1$ hasta $\nu = 30$.

El paso conforme a ν se toma variable. Al alcanzar la parte de resonancia de la característica de amplitud-frecuencia, éste disminuye automáticamente, para calcular con mayor exactitud la amplitud de resonancia A_{res}. Para ello, la máquina cuida del signo de la diferencia

$$(A)^2_{\nu_k} - (A)^2_{\nu_{k-1}}. \qquad (2\text{-}39)$$

Cuando el signo de (2-39) es positivo, el paso conforme a ν se toma igual a la unidad. Para (2-39) de signo negativo, ν_{k+1} disminuye en dos (es decir, el cálculo repetido comienza con el valor de ν_{k-1}) y el intervalo de ν_{k-1} a ν_{k+1} se calcula reduciendo 5 veces el paso conforme a ν, igual a 0,2. Siendo $\nu = \nu_{k+1}$, el paso por ν crece nuevamente hasta la unidad y permanece constante hasta el paso por la segunda cresta de resonancia, si ésta existe. Se obtienen impresos: los valores de ν_1, $|A|$ y $\mathrm{Re}[A]$, para todos los ajustes y todos los puntos de aplicación de la acción perturbadora $f(t)$.

SUPLEMENTO 2-2

Algoritmo y esquema en bloque del programa de cálculo del proceso transitorio en el sistema eléctrico después del salto o impulso

El programa está realizado en la CN «Ural-2» para el sistema compuesto de dos centrales y carga, con RAE de acción fuerte en una de las centrales. El programa está compuesto para 3 casos de aplicación de las acciones perturbadoras: en el árbol de la turbina de la primera o segunda central, en el sistema de excitación de la primera, en la central a regular.
El proceso transitorio del movimiento mutuo de los rotores de las dos centrales, después de la acción perturbadora en forma de salto único, está descrito por la fórmula

$$\Delta\delta_{12}(t)=\frac{2}{\pi}\int\limits_{0t>0}^{\infty}\frac{P(\omega)}{\omega}\operatorname{sen}\omega t\,d\omega \tag{2-40}$$

donde $P(\omega)$ es la característica de frecuencia real, cuyo algoritmo y esquema en bloque del programa de cálculo para el sistema eléctrico regulado automáticamente, están descritos en el suplemento 2-1.
Se define por salto único la perturbación del tipo

$$f(t)=\begin{cases}1 \text{ para } t\geqslant 0;\\ 0 \text{ para } t<0.\end{cases} \tag{2-41}$$

La derivada con respecto al tiempo del ángulo mutuo

$$\Delta\dot{\delta}_{12}(t)=\frac{2}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}P(\omega)\cos\omega t\,d\omega \tag{2-42}$$

es al mismo tiempo la ecuación del proceso transitorio después de la acción perturbadora en forma de impulso único que se determina por la derivada del salto único

$$\eta(t)=\dot{f}(t)=\begin{cases}\infty \text{ para } t=0;\\ 0 \text{ para } t\neq 0.\end{cases} \tag{2-43}$$

Para el cálculo de la integral (2-42) se aplica el método de trapecio:

$$\Delta\dot{\delta}_{12}(t)=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{2}{\pi}\int\limits_{\omega_i}^{\omega_{i+1}}\left[P(\omega_i)+\frac{P(\omega_{i+1}-P(\omega_i)}{\Delta\omega}(\omega-\omega_i)\right]\cos\omega t\,d\omega=$$

$$=\frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{\infty}\left[P(\omega_{i+1})\frac{\operatorname{sen}\omega_{i+1}t}{t}-P(\omega_i)\frac{\operatorname{sen}\omega_i t}{t}+\right.$$

$$\left.+\frac{P(\omega_{i+1})-P(\omega_i)}{\Delta\omega}\left(\frac{\cos\omega_{i+1}t-\cos\omega_i t}{t^2}\right)\right]. \tag{2-44}$$

Los valores de $\Delta\delta_{12}(t)$ se calculan por la fórmula de Simpson:

$$\Delta\delta_{12}(t)=\int\limits_{0}^{t}\Delta\dot{\delta}_{12}(t)\,dt=\frac{t}{6n}\sum_{j=0}^{n}[\Delta\dot{\delta}_{12}(tj)+4\Delta\dot{\delta}_{12}(t_{j+\frac{1}{2}})+\Delta\dot{\delta}_{12}(t_{j+1})]. \tag{2-45}$$

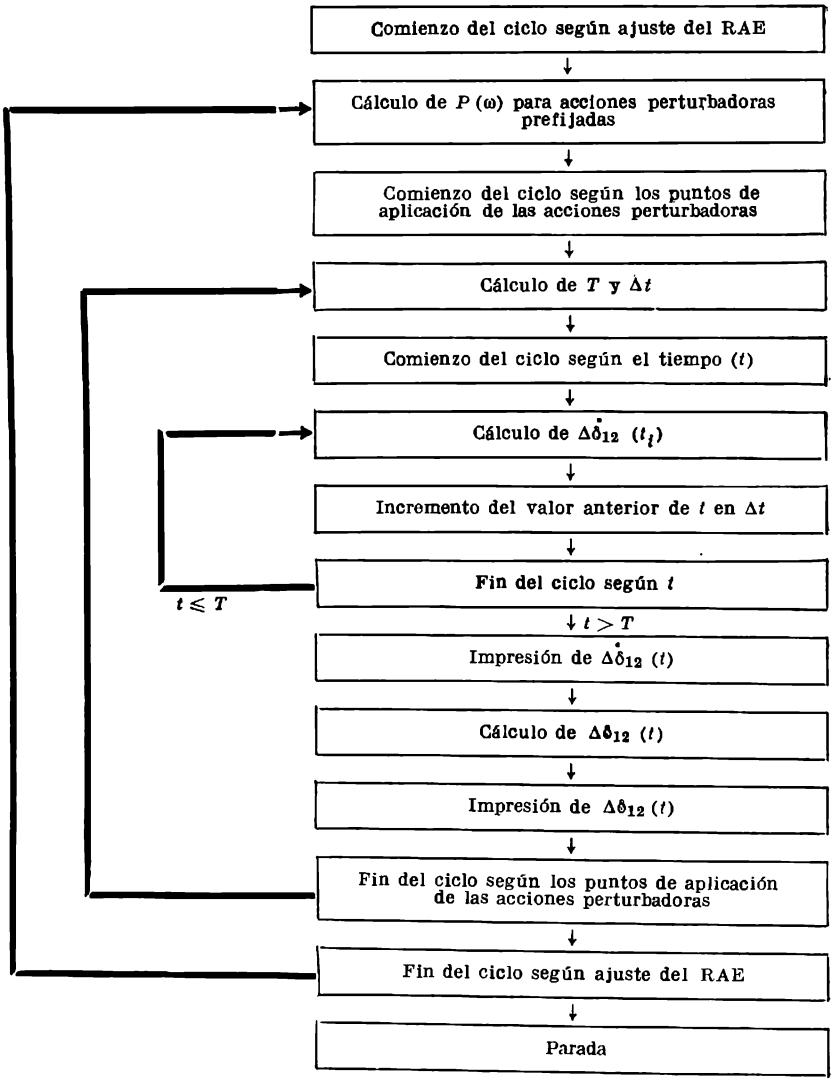


FIG. 2-11. Esquema en bloque del programa de cálculo del proceso transitorio en el sistema eléctrico después del salto o impulso

En la fig. 2-11 se muestra el esquema en bloque del programa de cálculo por el algoritmo antes expuesto. Al calcular $\Delta\dot{\delta}_{12}(t)$ por (2-44), es necesario detenerse en $i = k$ final, pero suficientemente grande. Esto equivale a la omisión de la parte final de la característica de frecuencia real, lo que sólo introduce un error en la etapa inicial del proceso transitorio.

La característica de frecuencia real $P(\omega)$ se calcula con paso constante $\Delta\omega = 0{,}2$. El intervalo de cálculo de la característica $(0 \div \omega_k)$ se toma de manera que para $\omega > \omega_k$ sea $P(\omega) < 0{,}1P(0)$.

Partiendo del tiempo de regulación $t_r > \frac{4\pi}{\omega_k}$, el cálculo del proceso transitorio se realiza para el intervalo t, igual a $0 \div T$; donde $T = \frac{8\pi}{\omega_k}$. El paso con respecto al tiempo se toma igual a $\Delta t = \frac{T}{100}$.

Los datos iniciales introducidos en la máquina son los mismos que los del programa de cálculo de las características de amplitud-frecuencia (suplemento 2-1). El programa ocupa en la CN «Ural-2» 750 elementos incompletos.

El tiempo de cálculo de las curvas del proceso transitorio $\Delta\delta_{12}$ y $\Delta\dot{\delta}_{12}$ para un punto de aplicación de la acción perturbadora o un ajuste del RAE es, aproximadamente, de 9 minutos.

El tiempo de cálculo de las curvas del proceso transitorio (a diferencia de otros métodos numéricos de cálculo de los sistemas de ecuaciones diferenciales) depende poco de la complejidad del sistema, puesto que el tiempo fundamental se emplea en el cálculo de $\Delta\dot{\delta}_{12}(t)$ por (2-44), el que no depende de la complejidad del sistema.

Este es el mérito del algoritmo realizado para el cálculo de los procesos transitorios en sistemas eléctricos complejos.

CAPITULO 3

AUTOEXCITACION Y AUTOOSCILACION

INTRODUCCION

Se denomina *autoexcitación* la forma de inestabilidad electromagnética del régimen del sistema eléctrico. Al originarse este régimen, el personal de la central pierde totalmente o en grado considerable la posibilidad de regular la tensión permanente.
Se denomina *autooscilación* la forma de inestabilidad electromecánica periódica del sistema, cuando el rotor de la máquina sincrónica realiza oscilaciones espontáneas, que terminan por desincronizar la máquina, o bien, establecer cierto ciclo límite de oscilaciones que impiden el trabajo normal del sistema.
La autoexcitación y *la autooscilación* pueden originarse juntas. Así, el aumento del grado de compensación capacitiva y longitudinal puede provocar la autoexcitación y la autooscilación. Sin embargo, la verificación del sistema respecto a la ausencia de autoexcitación y autooscilación es conveniente realizarla por separado.
El estudio de los problemas de autoexcitación y autooscilación, en el presente capítulo, tiene como objeto exponer brevemente los métodos fundamentales de cálculo de los fenómenos señalados.

§ 3-1. AUTOEXCITACION EN UN SISTEMA ELEMENTAL

Autoexcitación de la máquina sincrónica de polos salientes sin amortiguadores

Para la máquina sincrónica no saturada de polos salientes sin RAE, que trabaja para barras de tensión permanente a través de la capacidad (x_c), la inductancia externa (x_{ext}) y la resistencia óhmica (R) (fig. 3-1), en condiciones de constancia de la excitación de la máquina (U_f = constante) y de la velocidad del rotor ($p\gamma = 1$), es válido el sistema de ecuaciones diferenciales lineales

heterogéneas (3-1):

$$\left.\begin{aligned} i_d\,[x_d(p) - p^2 x_d(p) - pR - x_c] - i_q\,[2px_q(p) + R] = \\ = U_f\,[p^2 G(p) - G(p)] + U_q; \\ - i_d\,[2px_d(p) + R] + i_q\,[p^2 x_q(p) - x_q(p) + pR + x_c = \\ = 2pG(p)\,U_f + U_d. \end{aligned}\right\} \quad (3\text{-}1)$$

La resolución del sistema de ecuaciones (3-1), respecto a las variables i_d e i_q, nos da

$$i_q(p) = \frac{D_2(p)}{D(p)}; \quad i_d(p) = \frac{D_1(p)}{D(p)}$$

donde $D(p)$ es el determinante principal del sistema.

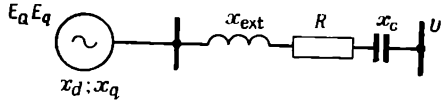


FIG. 3-1. Circuito equivalente del sistema

La ecuación característica (3-2) del sistema, hallada por la condición $D(p) = 0$, es de quinto grado respecto al operador p

$$a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 = 0. \quad (3\text{-}2)$$

Los coeficientes de la ecuación característica expresados por los parámetros del sistema, están dados en el suplemento 3-1.

La posibilidad de aparición de la autoexcitación se determina por la existencia de las raíces de parte real positiva en la ecuación característica (3-2), lo que se produce de acuerdo al criterio de Hurwitz, al cumplirse las desigualdades

$$\begin{aligned} a_5 &< 0 \\ \Delta_4 &< 0 \text{ para } a_0 > 0. \end{aligned} \quad (3\text{-}3)$$

La primera condición de (3-3) denota la existencia de una raíz positiva real en la ecuación característica del sistema y caracteriza la zona de autoexcitación sincrónica. La segunda condición de (3-3) denota la aparición en la ecuación característica de un par de raíces complejas conjugadas de parte real positiva y caracteriza las zonas de autoexcitación asincrónica II y III.

El límite de las regiones (zonas) de autoexcitación se obtiene de las condiciones:

$a_5 = 0$ para la zona I de autoexcitación sincrónica,

$\Delta_4 = 0$ para las zonas II y III de autoexcitación asincrónica.

En el límite de la zona de autoexcitación sincrónica, la ecuación característica contiene una raíz cero.

La zona I de autoexcitación sincrónica en función de los parámetros R y x_c está limitada por la semicircunferencia, cuyo centro

se encuentra sobre el eje x_c y se halla desplazado en la magnitud $\frac{x_d+x_q}{2}$ respecto al origen de coordenadas * (fig. 3-2). La circunferencia indicada corta al eje de coordenadas en los puntos $x_c = x_d$ y $x_c = x_q$, es decir, para $R = 0$ la zona de autoexcitación sincrónica se determina por los valores de la capacitancia de la red exterior, conforme a la desigualdad

$$x_q < x_c < x_d. \qquad (3\text{-}4)$$

El radio de la circunferencia $a_5 = 0$ se determina por el valor máximo de

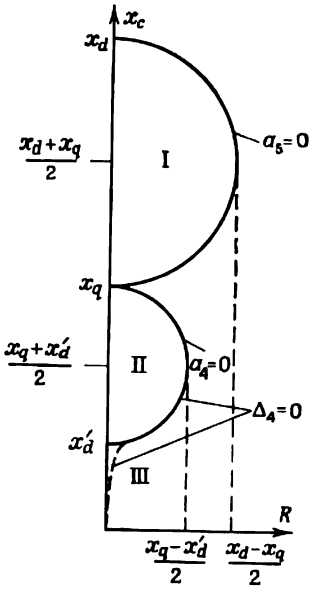


FIG. 3-2. Zonas de autoexcitación de la máquina de polos salientes sin amortiguadores

la resistencia que corresponde a la posible aparición de la autoexcitación sincrónica

$$R_{\text{máx}} = \frac{x_d - x_q}{2}, \qquad (3\text{-}5)$$

Siendo $R > R_{\text{máx}}$, la autoexcitación sincrónica no se produce para cualquier valor de x_c. El límite de la zona de autoexcitación sincrónica I no depende de la magnitud de la constante de tiempo del devanado de excitación T_{d0}, y, por lo tanto, esta forma de autoexcitación surge tanto con el devanado de excitación cerrado como abierto. En la zona de autoexcitación I la velocidad del rotor es igual a la frecuencia del campo electromagnético creado por las corrientes del estator que aparecen con la autoexcitación.

Las zonas de autoexcitación II y III, limitadas por la curva $\Delta_4 = 0$ (véase la fig. 3-2), se denominan zonas de autoexcitación asincrónica. En la parte considerable de la zona II y en la zona III, la velocidad del rotor no es igual a la frecuencia de las oscilaciones en los circuitos del estator, es decir, el campo del estator se desliza respecto al rotor. La autoexcitación en las zonas II y III se hace posible con el devanado de excitación cerrado.

---

* Aquí, y en adelante, si esto no está especificado, en las resistencias de las máquinas x_d; x_q; x'_d está incluida la resistencia exterior de la red x_{ext}.

La autoexcitación asincrónica surge al variar la capacitancia de la red exterior de 0 a x_q * (véase la fig. 3-2).

La zona de autoexcitación III de una máquina sin devanados amortiguadores, cuando $x_c < x'_d$, es estrecha y está limitada por los valores de la resistencia óhmica, que se encuentran en los límites de las resistencias óhmicas de la máquina sincrónica, transformadores, línea de transmisión y otros elementos del sistema; por eso, en una serie de casos se lo puede despreciar.

Al proyectar y en los cálculos de explotación, el límite de la autoexcitación asincrónica frecuentemente se determina aproximadamente sólo por la zona II de la condición de igualdad a cero del penúltimo coeficiente de la ecuación característica (3-2)

$$a_4 = 0. \tag{3-6}$$

Para las constantes de tiempo realmente existentes del devanado de excitación $T_{d0} \geqslant 4$s, se puede admitir que la zona de autoexcitación asincrónica II se limita por la semicircunferencia cuyo radio es igual a $\frac{x_q - x'_d}{2}$. El centro de la circunferencia se encuentra sobre el eje x_c a la distancia $\frac{x_q - x'_d}{2}$ del origen de coordenadas. El valor máximo de la resistencia óhmica de la zona II, en este caso, es igual a

$$R_{\text{máx}} = \frac{x_q - x'_d}{2}. \tag{3-7}$$

La circunferencia $a_4 = 0$ corta al eje de ordenadas en el punto $x_c = x_q$ y $x_c = x'_d$; por lo tanto, la zona próxima de autoexcitación asincrónica II, para R pequeño, corresponde a la desigualdad

$$x'_d < x_c < x_q.$$

Para pequeños valores de la constante de tiempo del devanado de excitación de la máquina ($T_{d0} \leqslant 1$s), las zonas de excitación asincrónica II y III se distorsionan y se deben hallar por el exacto criterio $\Delta_4 = 0$. La autoexcitación asincrónica es la más peligrosa para los sistemas eléctricos, debido a que las oscilaciones de la corriente y la tensión crecen muy rápidamente hasta el valor máximo, mientras que los reguladores automáticos de excitación existentes no están en condiciones de contener este veloz proceso.

---

* Dentro de la zona asincrónica de autoexcitación II se puede separar una región más, en cuyo límite las raíces complejas se transforman en dos raíces múltiples reales y el deslizamiento es igual a cero. Esta parte de la zona de autoexcitación asincrónica se denomina, a veces, región de autoexcitación «sincrónica de repulsión».

Autoexcitación de la máquina sincrónica provista de amortiguador transversal-longitudinal

La ecuación característica de una máquina sincrónica con rotor de amortiguador total transversal-longitudinal, supuesta constante la velocidad del rotor ($p\gamma = 1$), es de séptimo grado

$$a_0 p^7 + a_1 p^6 + a_2 p^5 + a_3 p^4 + a_4 p^3 + a_5 p^2 + a_6 p + a_7 = 0. \qquad (3\text{-}8)$$

Las expresiones de los coeficientes (factores) de la ecuación (3-8) se encuentran en el suplemento 3-2.

Del análisis de la ecuación característica (3-8) se determinan las zonas de autoexcitación de la máquina con amortiguadores totales. La existencia de amortiguadores cerrados en los ejes longitudinal y transversal del rotor no influye en el límite de la zona de autoexcitación sincrónica, influye poco en la zona II y extiende considerablemente la zona III.

La zona de autoexcitación sincrónica I se encuentra de igual modo que en el caso de la máquina sin amortiguadores [la condición $a_7 = 0$ coincide con la condición $a_5 = 0$ de la ecuación (3-2)].

La zona de autoexcitación asincrónica II en los límites de x_q y x'_d, para valores reales de la constante del devanado de excitación ($T_{d0} \geqslant 4$s) y habitual construcción de los devanados amortiguadores, se determina con bastante exactitud por la semicircunferencia con centro en el eje de ordenadas, a la distancia de $\frac{x_q + x'_d}{2}$ del origen de coordenadas y radio $\frac{x_q - x'_d}{2}$ (obtenido de la condición $a_6 = 0$). Para pequeños valores de T_{d0}, al igual que para una construcción especial de los devanados amortiguadores con las constantes de tiempo muy aumentadas, la zona de autoexcitación asincrónica II se determina utilizando el criterio de Hurwitz,

$$\Delta_6 = 0. \qquad (3\text{-}9)$$

La construcción de la zona de autoexcitación asincrónica III ($x_c < x'_d$) se realiza por el criterio (3-9) o cualquier otro criterio análogo de estabilidad.

En particular, para los cálculos en computadoras numéricas lo más conveniente es el empleo del criterio de Routh.

La zona de autoexcitación III puede ser construida aproximadamente por el método de frecuencia, reemplazando la máquina sincrónica por la asincrónica con características de frecuencia media en los ejes d y q:

$$jx(-j\omega) = \frac{j}{2}[x_d(-j\omega) + x_q(-j\omega)] =$$

$$= \frac{1}{2}[R_d(\omega) + R_q(\omega)] + \frac{j}{2}[X_d(\omega) + X_q(\omega)].$$

Las características de frecuencia de una máquina sincrónica pueden obtenerse experimentalmente o calcularse por las expresiones de las resistencias operadoras $x_d\,(p)$ y $x_q\,(p)$.

La posibilidad de tal representación de una máquina sincrónica está basada en que, al deslizarse $\omega > 0{,}2$, las características de frecuencia de la máquina con devanados amortiguadores en los ejes d y q prácticamente coinciden, es decir, la máquina sincrónica aparenta ser simétrica, próxima a la asincrónica. La representación de la máquina sincrónica en forma asincrónica con resistencia equivalente, igual a

$$Z_g(\omega) = \frac{1}{2}(1-\omega)\,[R_d(\omega) + R_q(\omega)] + \\ + \frac{j}{2}(1-\omega)\,[X_d(\omega) + X_q(\omega)], \qquad (3\text{-}10)$$

transforma el sistema dinámico que incluye la máquina sincrónica en el circuito estático (fig. 3-3), mientras que el cálculo de

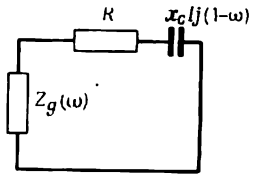


FIG. 3-3. Circuito equivalente del sistema para determinar los límites de la zona de autoexcitación III por el método de frecuencia

la región de autoexcitación asincrónica III, permite determinar la resonancia en este circuito, lo que facilita considerablemente el cálculo.

Los límites de la región de autoexcitación III corresponden a la condición de origen de las oscilaciones libres en el circuito estático de corriente alterna con frecuencia $(1 - \omega)$ (véase la fig. 3-3) y se hallan de acuerdo a las expresiones

$$R = -\operatorname{Re}[Z_g(\omega)] = -\operatorname{Re}(1-\omega)\left[\frac{jx_d(-j\omega) + jx_q(-j\omega)}{2}\right]; \\ x_c = (1-\omega)\operatorname{Im}[Z_g(\omega)], \qquad (3\text{-}10a)$$

donde ω es la frecuencia de las oscilaciones libres en el rotor, y $(1 - \omega)$, en el circuito considerado (véase la fig. 3-3).

En la autoexcitación ω varía de 0 a 1. Para los cálculos ω toma los valores dentro de los límites indicados y para cada valor del mismo se halla al principio $Z_g\,(\omega)$, y después, por las fórmulas (3-10a), se determinan R y x_c. El cálculo se continúa hasta obtener la curva que limita la zona de autoexcitación III. Los

límites de las regiones de autoexcitación II y III se conjugan por una curva suave (fig. 3-4).

Las zonas de autoexcitación I, II, III de la máquina sincrónica, equipada con devanado amortiguador longitudinal-transversal, se muestra en la fig. 3-4. Para determinar el límite de la zona de autoexcitación I se utiliza el criterio $a_7 = 0$; para la zona asincrónica, la igualdad $a_8 = 0$ y para la zona asincrónica III, la relación (3-10a).

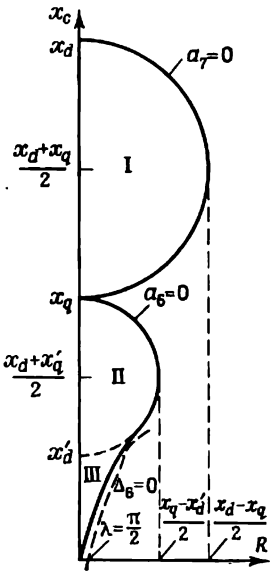


FIG. 3-4. Zonas de autoexcitación de la máquina de polos salientes provista de amortiguador longitudinal-transversal: la zona *III*

——— sin considerar la distribución de los parámetros de la LTE; —·—·— considerando la distribución

La zona de autoexcitación asincrónica III de tal máquina se caracteriza por el 5-10% de la resistencia óhmica y es real para el origen de la autoexcitación, especialmente en el circuito con compensación capacitiva longitudinal. La mayor ampliación de la zona está condicionada por el devanado amortiguador que actúa en ambos ejes del rotor. Mediante la correspondiente selección de los parámetros del amortiguador se puede reducir la zona de autoexcitación III. Al respecto, lo mejor es la máquina asincrónica-sincronizada simétrica en los ejes d y q, con grandes constantes de tiempo $T'_d = T'_q$. Para tal máquina, la zona de autoexcitación III es casi tan estrecha como para la máquina sin devanados amortiguadores.

Autoexcitación de máquinas eléctricas de polos no salientes (motores asincrónicos y generadores, turbogeneradores sincrónicos).

Los procesos transitorios en la máquina asincrónica que trabajan a través de la capacidad y la resistencia óhmica en las barras de tensión permanente, con velocidad constante del rotor, se describen por la siguiente ecuación

$$\dot{U} = R\dot{I} + \frac{x_c}{p + j\gamma}\dot{I} + (p + j\gamma)\dot{\psi}. \qquad (3\text{-}11)$$

En ésta

$$\dot{\Psi} = x(p)\dot{I}; \quad x(p) = \frac{x + pTx'}{1 + pT}$$

donde γ es la velocidad del rotor de la máquina asincrónica en unidades relativas.

La ecuación característica del sistema se obtiene de (3-11). Después de reemplazar en la misma $p = -j\omega$, obtenemos* el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas x_c y R, es decir:

$$Tx'\omega^3 - 2\gamma Tx'\omega^2 - (R + Tx_c - T\gamma^2 x')\,\omega + \gamma R = 0;$$
$$-(TR + x)\,\omega^2 + \gamma\,(TR + 2x)\,\omega + x_c - \gamma^2 x = 0. \qquad (3\text{-}12)$$

La resolución del sistema (3-12) para distintos valores de ω (frecuencia de las oscilaciones libres en los circuitos del rotor)** da la relación entre R y x_c en el límite de estabilidad para una determinada velocidad del rotor de la máquina asincrónica γ, previamente dada.

Las zonas de autoexcitación asincrónica de las máquinas asincrónicas se determinan por (3-12). La autoexcitación de las máquinas asincrónicas se observa cuando en el circuito del estator hay una capacitancia limitada por las magnitudes

$$0 < x_c < x \quad (\text{para } \gamma = 1).$$

El método simple de construcción de la zona de autoexcitación de una máquina asincrónica está basado en dejar de considerar los procesos transitorios en los circuitos del estator. En este caso, el límite de la zona de autoexcitación corresponde a la ecuación

$$\frac{\left[x_c - \gamma^2\left(\frac{x' + x}{2}\right)\right]^2}{\gamma^4\left(\frac{x - x'}{2}\right)^2} + \frac{R^2}{\gamma^2\left(\frac{x - x'}{2}\right)} = 1. \qquad (3\text{-}13)$$

En las coordenadas x_c y R la región de autoexcitación de la máquina asincrónica se representa por una elipse***, cuyo centro se encuentra sobre el eje de ordenadas, a la distancia $\gamma^2\left(\frac{x + x'}{2}\right)$ del origen de coordenadas. Los semiejes de la elipse son iguales a $\gamma\frac{x - x'}{2}$ y $\gamma^2\left(\frac{x - x'}{2}\right)$.

Los límites de autoexcitación determinados corresponden a cada valor de γ, conforme a R y x_c. Para $\gamma = \gamma_0 = 1$ la región

---

* En el presente caso ω (frecuencia de las oscilaciones libres respecto a los ejes d y q, estrechamente relacionados con el rotor) debe tener un valor negativo, ya que al originarse la inestabilidad electromagnética, el vector ψ, que la refleja, tiene una velocidad de rotación menor que la velocidad del rotor, es decir, $j\gamma_\psi = (j\gamma + p)$, si $p = -j\omega$, entonces $j\gamma_\psi = j\,(\gamma - \omega)$.

** En este caso, ω varía de 0 a 1.

*** La región de autoexcitación de la máquina asincrónica para todos los valores de γ en los ejes de coordenadas $\frac{x_c}{\gamma^2}$ y $\frac{R}{\gamma}$ se representa por una circunferencia.

de autoexcitación degenera en una circunferencia, cuya ecuación es

$$(x_c - x)(x_c - x') + R^2 = 0.$$

Por lo tanto, para la velocidad sincrónica del rotor de la máquina asincrónica, los límites de la zona de autoexcitación asincrónica se determinan por las correlaciones

$$x' < x_c < x \quad \text{y} \quad R_{\text{máx}} = \frac{x - x'}{2}.$$

El criterio (3-13) no permite hallar la parte inferior de la zona de autoexcitación ($x_c < x'$). Para construirla se utiliza el método de frecuencia. Las condiciones que permiten determinar el límite de la parte inferior de la zona de autoexcitación asincrónica ($x_c < x'$) se hallan, en este caso, de la ecuación (3-11), y se escriben:

$$R = (\gamma - \omega)\frac{\omega T (x - x')}{1 + \omega^2 T^2};$$

$$x_c = (\gamma - \omega)^2 \frac{x + \omega^2 T^2 x'}{1 + \omega^2 T^2}. \qquad (3\text{-}14)$$

Tomando distintos valores de ω, se halla la parte inferior de la región de autoexcitación, correspondiente a una magnitud dada de γ (velocidad de rotación del rotor). Los criterios (3-13) y (3-14) determinan en conjunto la zona total de autoexcitación de la máquina sincrónica (fig. 3-5, *a*).

Dando distintos valores a γ, de 0 a la velocidad del rotor de la máquina asincrónica en régimen permanente, se puede hallar también la serie de zonas de autoexcitación del motor asincrónico durante su arranque.

Para las máquinas que poseen rotor macizo, cuya acción es equivalente a un número considerable de circuitos amortiguadores en los ejes *d* y *q*, habitualmente se realizan cálculos simples introduciendo los circuitos equivalentes conforme a los ejes *d* y *q*.

Los turbogeneradores no poseen zonas de autoexcitación sincrónica. La zona de autoexcitación asincrónica de los turbogeneradores se halla por las correlaciones (3-13) y (3-14), después de reemplazar en ellas x, x', T y γ, respectivamente por x_d, x'_d, T_{d0}, $\gamma_0 = 1$.

La región aproximada de la zona de autoexcitación del turbogenerador está limitada por la semicircunferencia que corta al eje de ordenadas en los puntos x_d y x'_d. Esta región de autoexcitación, para $R = 0$, responde a la desigualdad $x'_d < x_c < x_d$. La zona de autoexcitación, cuando $x_c < x'_d$, en los turbogeneradores es considerablemente más amplia que en los generadores hidroeléctricos, debido a la capacidad de los primeros de desarrollar un

gran momento asincrónico. Parte de la zona de autoexcitación asincrónica, donde $x_c < x'_d$, se calcula por el método de frecuencia, conforme al criterio (3-14). En la fig. 3-5, *b* se muestra la región de autoexcitación del turbogenerador.

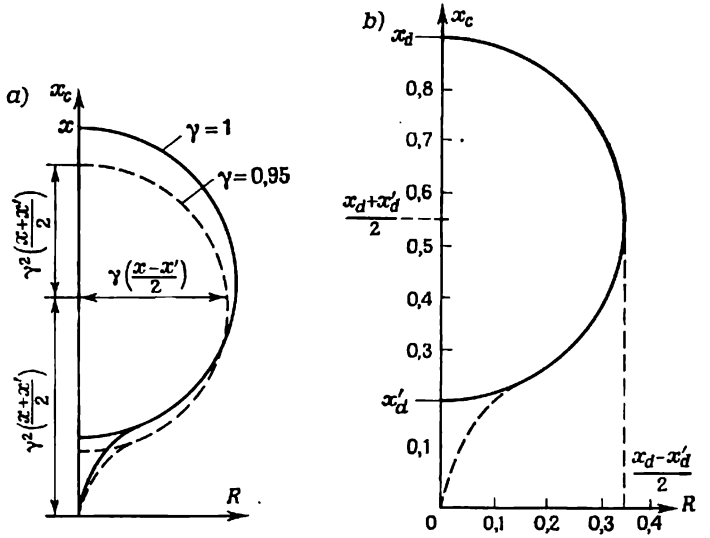


FIG. 3-5. Zonas de autoexcitación de máquinas de polos no salientes:
a) del motor asincrónico; b) generador sincrónico de polos no salientes (turbogenerador)

Verificación de la posibilidad de eliminar la autoexcitación de la máquina sincrónica que trabaja en el sistema «central-barras» de tensión permanente mediante reguladores automáticos de excitación

El proceso transitorio en la excitatriz se refleja por la ecuación general

$$\Delta U_e = U_f (T_e p + 1).$$

Al regular conforme a la desviación de tensión, por sus derivadas primera y segunda

$$\Delta U_e = -\left[\frac{1}{T_p p+1}\left(\frac{k_0 U}{T_u p+1}+\frac{p k_{1U}}{T_\partial p+1}+\frac{p^2 k_{2U}}{(T_\partial p+1)^2}\right)\right]\Delta U_g.$$

En ésta, k_{0U}; k_{1U} y k_{2U} son los coeficientes totales de amplificación de todo el sistema de regulación por desviación, conforme a las derivadas primera y segunda del parámetro regulado.

El regulador de excitación debe evitar la autoexcitación en su etapa inicial; por eso, en el sistema de ecuaciones (3-1) no se considera la variación de la velocidad del rotor ($p\gamma = 1$).

La ecuación de los procesos transitorios en la máquina sincrónica regulada sin devanados amortiguadores, se reduce al despreciar el retardo en los elementos diferenciadores del regulador, a la ecuación característica de séptimo grado

$$a_0p^7 + a_1p^6 + a_2p^5 + a_3p^4 + a_4p^3 + a_5p^2 + a_6p + a_7 = 0. \quad (3\text{-}15)$$

Si se admite que en la ley de regulación no entran las derivadas de las magnitudes reguladas, entonces, para verificar el signo necesario de estabilidad del sistema, se analizan los coeficientes a_5, a_6 y a_7 de la ecuación (3-15), dado que los restantes son magnitudes esencialmente positivas para todos los valores de los parámetros que entran en ellas.

La condición $a_6 = 0$ determina los valores de la constante de tiempo de la excitatriz T_e, mientras que las condiciones $a_5 = 0$ y $a_7 = 0$ determina los valores del coeficiente de amplificación k_{0U} necesarios para eliminar la autoexcitación.

La verificación de las condiciones suficientes que aseguran la eliminación de la autoexcitación por regulación de la excitación de la máquina sincrónica, se realiza mediante el cálculo de las regiones de estabilidad de trabajo en las coordenadas k_{0U} y T_e, cuya construcción se recomienda por el método de D-división. Habitualmente, para eliminar la autoexcitación de la zona sincrónica, no es necesario que el regulador de excitación satisfaga exigencias especiales.

La exigencia de que los coeficientes a_5 y a_7 sean positivos en la zona de autoexcitación asincrónica se puede satisfacer sólo en una pequeña gama del límite de la región correspondiente a $x_c = x_d$. Las magnitudes máximas de los coeficientes de amplificación correspondiente a esta zona, se determinan por la condición $a_7 = 0$. Las regiones de estabilidad en las coordenadas T_e y k_{0U} ($T_p = 0$), existen sólo para T_{d0} del orden de algunas decenas de radianes. Las constantes de tiempo de los sistemas de excitación existentes superan en decenas de veces las magnitudes límites indicadas, lo que no crea posibilidades reales de influir en el proceso de autoexcitación asincrónica desarrollado intensivamente. La introducción de las derivadas en la ley de regulación no da resultados importantes desde el punto de vista de la eliminación de la autoexcitación asincrónica.

En presencia de reguladores de excitación, que reaccionan a la desviación de la corriente longitudinal, sus derivadas primera y segunda, la ecuación característica resultante del sistema es también de séptimo grado.

Para prevenir la autoexcitación por regulación de la excitación conforme a la desviación de corriente, es necesario un regulador especial de excitación cuya ley de regulación sea

$$\Delta U_e = -k_{0I}\Delta I_d.$$

Prácticamente es imposible regular de esta forma para eliminar la autoexcitación asincrónica.

Para tal RAE, el papel de las derivadas también es pequeño.

Por lo tanto, los tipos de RAE existentes sólo pueden evitar la autoexcitación sincrónica.

La medida efectiva que contribuye a contener cualquier forma de autoexcitación es la regulación de la excitación de la máquina autoexcitada, basada en el principio de imanación de la culata del estator.

Consideración de la distribución de los parámetros de la línea al determinar las condiciones de autoexcitación de las máquinas que trabajan en la LTE extendida

Al poner de manifiesto las condiciones de autoexcitación de las máquinas eléctricas que trabajan en la LTE extendida, se considera de uno u otro modo la distribución de sus parámetros.

Los límites de las zonas de autoexcitación de la máquina conectada a una línea de transmisión de 1000—1100 km de longitud, se hallan representando la línea por el circuito equivalente en T o Π, cuyos parámetros se calculan teniendo en cuenta los factores de corrección k_r; k_x y k_c (dados en la introducción). Al construir las zonas de autoexcitación se utilizan las correlaciones (3-3) y (3-9). La consideración de la distribución extiende algo la zona de autoexcitación III.

Habitualmente, la zona III de autoexcitación asincrónica se calcula despreciando las pérdidas en la línea. En este caso, se utilizan las características de frecuencia previamente conocidas de la máquina $x_d(\omega)$; $x_q(\omega)$; $R_d(\omega)$; $R_q(\omega)$ y las correlaciones

$$Z_c \operatorname{ctg}(1-\omega)\lambda = jx_{ent} = j(1-\omega)X(\omega);$$
$$R = (1-\omega)R(\omega),$$

donde

$$Z_c = \sqrt{\frac{x_0}{b_0}}; \qquad \lambda = \sqrt{x_0 b_0}\, l;$$
$$X(\omega) = \frac{x_d(\omega) + x_q(\omega)}{2};$$
$$R(\omega) = \frac{R_d(\omega) + R_q(\omega)}{2}.$$

La primera ecuación determina la frecuencia de resonancia ω en los circuitos del rotor. La misma se resuelve gráficamente. Para ello, se construyen las curvas $(1-\omega)X(\omega)$ y $z_c \operatorname{ctg}(1-\omega)\lambda = x_{ent}$ de la frecuencia de las oscilaciones libres para distintas longitudes previamente fijadas de las líneas. El punto de intersección de estas curvas determina la frecuencia de resonancia, correspondiente a cada una de las longitudes de línea l (λ) adoptadas, conociendo la cual se puede hallar el correspondiente valor límite de R mediante la segunda ecuación.

La construcción de la zona III determina las condiciones necesarias para la aparición de la autoexcitación del sistema. La condición suficiente es la posición del punto que caracteriza los parámetros de la línea de transmisión dentro de una de las zonas de autoexcitación.

Las coordenadas del punto se determinan por

$$R = R_{LTE} + R_{gen} + R_{trans};$$
$$x = z_c \operatorname{ctg}(1-\omega)\lambda + x_{trans},$$

además, ω se conoce de los cálculos anteriores.

Para determinar R_{LTE} se emplea la siguiente relación

$$Z_{ent}[j(1-\omega)] = R_{LTE}(1-\omega) + jx_{LTE}(1-\omega) =$$
$$= \frac{\sqrt[4]{R_0^2 + (1-\omega)^2 x_0^2}}{2\sqrt{(1-\omega)b_0}} \left\{ \left[\cos\frac{\theta}{2} \frac{\operatorname{sh} 2U}{\operatorname{sh}^2 U + \operatorname{sen}^2 \lambda} + \right.\right.$$
$$\left. + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \frac{\operatorname{sen} 2\lambda}{\operatorname{sh}^2 U + \operatorname{sen}^2 \lambda} \right] +$$
$$\left. + j \left[\cos\frac{\theta}{2} \frac{\operatorname{sen} 2\lambda}{\operatorname{sh}^2 U + \operatorname{sen}^2 \lambda} + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} \frac{\operatorname{sh}^2 U}{\operatorname{sh}^2 U + \operatorname{sen}^2 \lambda} \right] \right\},$$

donde

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{R_0}{-(1-\omega)\,x_0}\ (\theta < 0); \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{-R_0}{(1-\omega)\,x_0}\ (\varphi = \pi + \theta);$$

$$U = \beta_0 l = \sqrt{(1-\omega)\,b_0}\cdot \sqrt[4]{R_0^2 + (1-\omega)^2 x_0^2}\cos\frac{\varphi}{2}\,l;$$

$$\lambda = \alpha_0 l = \sqrt{(1-\omega)\,b_0}\cdot \sqrt{R_0^2 + (1-\omega)^2 x_0}\,\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}\,l.$$

Si se conocen previamente las características de frecuencia de la LTE (línea de transmisión eléctrica): x_{LTE}, R_{LTE} o Z_c en función de ω, entonces, conociendo la frecuencia de resonancia para la línea estudiada se hallan sus parámetros.
Las zonas de autoxcitación del generador que trabaja en la LTE extendida, están representadas en la fig. 3-4.
Al estudiar la autoexcitación pueden usarse otros métodos de cálculo de distribución de la LTE.

Autoexcitación del sistema en regímenes de trabaio no simétricos. Habitualmente, las condiciones de autoexcitación en estos regímenes no se verifican, si ésta es imposible por las circunstancias de trabajo en condiciones de simetría.

§ 3-2. AUTOEXCITACION EN SISTEMAS COMPLEJOS

Autoexcitación en sistemas que contienen varias centrales generadoras conectadas a una red de cualquier configuración

Las regiones de autoexcitación en los sistemas complejos son mayores que en el sistema «central-barras». Esto se debe a que las potencias reactivas y asincrónicas, capaces de originar la autoexcitación, se crean en tales sistemas por todas las máquinas sincrónicas que entran en su composición.
Verificación de la autoexcitación del sistema complejo. Para cada elemento del sistema se escriben las ecuaciones operacionales completas que caracterizan el proceso transitorio ocurrido en él. Las ecuaciones de los circuitos estáticos del sistema conviene referirlas a los ejes d y q de la central, a la que éstos están conectados. Las ecuaciones diferenciales de las máquinas sincrónicas se escriben referidas a los ejes d y q del generador dado. Así escritas, las ecuaciones de los procesos transitorios en las máquinas, deben ser completadas con las ecuaciones de relación entre los sistemas de coordenadas de todas las máquinas.
En este caso, el estudio de la ecuación característica obtenida de la estabilidad permite construir las zonas de autoexcitación en el sistema considerado. El análisis de la ecuación característica del sistema complejo, a fin de construir las zonas de autoexcitación, ofrece una serie de dificultades que exige el uso de computadoras.

Métodos simples de cálculo de las regiones de autoexcitación I, II, III en sistemas complejos se basan en el examen de los momentos electromagnéticos (de potencias) que actúan en la etapa inicial de desarrollo del proceso de autoexcitación en distintas zonas.

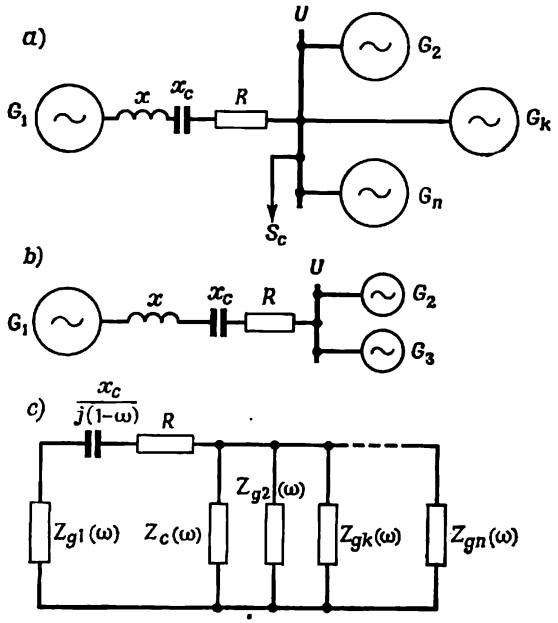


FIG. 3-6. Circuito para el cálculo de autoexcitaciones:
a, en el sistema con n máquinas sincrónicas; *b*, en el sistema con tres máquinas sincrónicas; c, de la zona asincrónica III para n máquinas asincrónicas

Construcción de la zona de autoexcitación sincrónica I. En el límite de la región de autoexcitación sincrónica I del sistema complejo (fig. 3-6, *a*) comienza el régimen sincrónico permanente descrito por las ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{E}_{Q1} - Y_{12}\dot{E}_{Q2} - \ldots - Y_{1n}\dot{E}_{Qn};\\
\dot{I}_2 &= -Y_{21}\dot{E}_{Q1} + Y_{22}\dot{E}_{Q_2} - \ldots - Y_{2n}\dot{E}_{Qn};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\dot{I}_n &= -Y_{n1}\dot{E}_{Q1} - Y_{n2}\dot{E}_{Q2} - \ldots + Y_{nn}\dot{E}_{Qn}.
\end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}16)$$

En ésta, Y_{ik} (i, $k = 1, 2, \ldots n$) son las conductibilidades propias y mutuas determinadas por el circuito equivalente

del sistema, en el que los generadores sincrónicos se introducen mediante las reactancias transversales x_q.

Teniendo en cuenta la disposición mutua de los rotores en el espacio, de (3-16) se pueden obtener las expresiones de las componentes longitudinales de las corrientes de máquinas, en forma de matriz

$$\begin{bmatrix} I_{d1} \\ I_{d2} \\ \cdot\ \cdot \\ I_{dn} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & -y_{12}\operatorname{sen}(\varphi_{12}+\delta_{12}) & \ldots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & y_{22}\operatorname{sen}\varphi_{22} & \ldots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n}) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot \\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & -y_{n2}\operatorname{sen}(\varphi_{n2}+\delta_{n2}) & \ldots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} E_{Q1} \\ E_{Q2} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ E_{Qn} \end{bmatrix}, \qquad (3\text{-}17)$$

donde $y_{ik}\,(i,\ k=1,\ 2,\ \ldots\ n)$ son los módulos de las conductibilidades propias y mutuas, mientras que φ_{ik}, sus argumentos.

Al revelar los límites de la región de autoexcitación I, se considera el régimen de las oscilaciones electromagnéticas libres sin perturbaciones externas, es decir, para

$$E_{q1} = E_{q2} = \ldots = E_{qn} = 0.$$

Entonces, la relación entre la f.e.m. E_Q y las componentes longitudinales de las corrientes de máquinas, puede ser representada por

$$\begin{bmatrix} E_{Q1} \\ E_{Q2} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ E_{Qn} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x_{d1}-x_{q1} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & x_{d2}-x_{q2} & \ldots & 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot \\ 0 & 0 & & x_{dn}-x_{qn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{d1} \\ I_{d2} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ I_{dn} \end{bmatrix} \qquad (3\text{-}18)$$

Eliminando de las ecuaciones (3-17) y (3-18) E_{Q1}; E_{Q2}; ...; E_{Qn}, obtenemos la ecuación matriz que tendrá una solución no trivial sólo si su determinante característico (3-19) se iguala a cero

$$\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & -y_{12}\operatorname{sen}(\varphi_{12}+\delta_{12}) & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & y_{22}\operatorname{sen}\varphi_{22} & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}); & -y_{n2}\operatorname{sen}(\varphi_{n2}+\delta_{n2}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} x_{d1}-x_{q1} & 0 & & 0 \\ 0 & x_{d2}-x_{q2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & & x_{dn}-x_{qn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} = 0. \qquad (3\text{-}19)$$

Se puede demostrar que la ecuación (3-19) corresponde estrictamente a la igualdad a cero del término independiente de la ecuación característica del sistema, deducida de las ecuaciones completas de Park-Gorev, y determina la zona de autoexcitación sincrónica.

Para el circuito representado en la fig. 3-6, *b*, donde la central distante G_1 trabaja a través de la línea de transmisión con compensación capacitiva longitudinal en el sistema receptor con dos centrales (cada una de las cuales se representa por la máquina sincrónica equivalente G_2 y G_3), el determinante característico puede ser escrito del siguiente modo:

$$Ax_c^2 + Bx_c + AR^2 + D = 0. \qquad (3\text{-}19a)$$

donde

$$A = x_{d2}x_{q2} + x_{d3}x_{q3} + (x_{d2}x_{d3} + x_{q2}x_{q3})\operatorname{sen}^2\delta_{23} + (x_{d2}x_{q3} + x_{d3}x_{q2})\cos^2\delta_{23};$$

$$B = -[A(x_{d1}-x_{q1}) + x_{d2}x_{d3}(x_{q2}+x_{q3}) + x_{q2}x_{q3}(x_{d2}+x_{d3})];$$

$$D = Ax_{d1}x_{q1} + x_{d2}x_{d3}x_{q2}x_{q3} + x_{d2}x_{d3}x_{q2}(x_{d1}\operatorname{sen}^2\delta_3 + x_{q1}\cos^2\delta_3) + x_{d2}x_{q2}x_{q3}(x_{q1}\operatorname{sen}^2\delta_3 + x_{d1}\cos^2\delta_3) + x_{d2}x_{d3}x_{q3}(x_{d1}\operatorname{sen}^2\delta_2 + x_{q1}\cos^2\delta_2) + x_{d3}x_{q2}x_{q3}(x_{d1}\cos^2\delta_2 + x_{q1}\operatorname{sen}^2\delta_2).$$

La ecuación (3-19a) determina el límite de la zona de autoexcitación sincrónica de los generadores de la central distante en las coordenadas R y x_c, cuando todos los restantes parámetros del sistema y su régimen (ángulos relativos) son conocidos. El límite de la zona de autoexcitación sincrónica (3-19a) es una semicircunferencia cuyo centro se encuentra sobre el eje de las ordenadas x_c, a la distancia $\left|\frac{B}{2A}\right|$ del origen de coordenadas. El radio de la circunferencia se determina por la expresión

$$\sqrt{\frac{B^2-4AD}{4A^2}}.$$

Por lo ranto, el método de determinación del límite de la región de autoexcitación I consiste en lo siguiente:

1. Se compone el circuito equivalente del sistema considerado, en el que las máquinas de polos salientes se representan con las resistencias x_q. En primera aproximación, la carga del sistema puede reemplazarse por resistencias constantes, o en general, no considerarse. Conforme al circuito equivalente se determinan las conductibilidades propias y mutuas (sus módulos y argumentos).
2. Se escribe el determinante característico del sistema de la forma (3-19).
3. Se conoce el régimen del sistema (ángulos relativos δ). Se desarrolla el determinante característico (3-19) y se obtiene la ecuación del tipo (3-19a) en forma numérica.
4. Por la ecuación de tipo (3-19a) se construye la zona de autoexcitación I, para la cual se determinan dos valores x_{c1} y x_{c2}, para $R = 0$. La zona I está limitada por la semicircunferencia con centro sobre el eje de ordenadas, a la distancia $\frac{x_{c1}+x_{c2}}{2}$, y de radio igual a $\frac{x_{c1}+x_{c2}}{2}$.
5. Se consideran otros regímenes típicos del sistema para los cuales se repiten los cálculos.

Construcción del límite de la zona de autoexcitación asincrónica II. En el límite de la región de autoexcitación asincrónica II se establece un régimen casi sincrónico con pequeño deslizamiento del campo del estator respecto al rotor. Al existir el deslizamiento, los devanados de excitación de una, dos, $n - 1$, o de todas las máquinas, se pueden tomar como superconductores.

La condición para la determinación del límite de la zona de autoexcitación II, que pertenece al equilibrio de las potencias generada y consumida del sistema, para los devanados de excitación superconductores de todas las máquinas del sistema (véase la fig. 3-6, *a*), se escribe de la siguiente forma

$$\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots \\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn} \end{bmatrix} \times \right.$$

$$\left. \times \begin{bmatrix} x'_{d1}-x_{q1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x'_{d2}-x_{q2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & x'_{dn}-x_{qn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \right| = 0. \quad (3\text{-}20)$$

La ecuación (3-20) se diferencia de la (3-19) en que las resistencias sincrónicas x_d de todas las maquinas que poseen, de acuerdo con la condición antes aceptada, devanados de excitación superconductores, se sustituyen por resistencias transitorias en el eje longitudinal x'_d. Esta ecuación no determina la zona completa de autoexcitación asincrónica II, ya que es posible aún toda una serie de combinaciones $(n - 1)$ de los circuitos superconductores de los devanados de excitación de las máquinas (si no todos los devanados de excitación son superconductores). El límite de la zona total de autoexcitación asincrónica II se determina por el equilibrio de las potencias en todas las combinaciones posibles de los circuitos superconductores de los rotores de las máquinas del sistema.

Las constantes de tiempo de los devanados de excitación de las máquinas que componen el sistema, no son iguales. El efecto de superconductividad aparece, antes que nada, en la máquina de gran constante de tiempo T_{d0}, puesto que los procesos transitorios en ella se amortiguan lentamente. Por eso, es necesario tener en cuenta que la diferencia de las constantes de tiempo influye en las condiciones de autoexcitación.

Considerando lo dicho, para determinar el límite de autoexcitación II se componen aún $(n - 1)$ ecuaciones, en las que se introducen las constantes de tiempo de los circuitos del rotor.

Dos ecuaciones, de las $n - 1$ que faltan para la construcción de la zona total de autoexcitación II, precisamente la (3-21) y (3-22), están dadas más adelante.

Al escribir la ecuación (3-21) se ha supuesto que pueden ser superconductores los devanados de excitación de la primera, segunda, ...k-ésima, ...n-ésima máquinas sucesivamente. Esto último se refleja en el determinante característico, donde en las máquinas con devanados superconductores, las resistencias x_d están sustituidas por x'_d

$$T_{d10}\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots \\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn} \end{bmatrix}\right| \times$$

$$\times \begin{bmatrix} x'_{d1}-x_{q1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & x_{d2}-x_{q2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & x_{dn}-x_{qn} \end{bmatrix} +$$

$$+ \left|\begin{bmatrix} 1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 1 \dots 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots 1 \end{bmatrix}\right| +$$

$$+T_{d20}\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots \\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn} \end{bmatrix}\times\right.$$

$$\times\begin{bmatrix} x_{d1}-x_{q1} & 0 & 0 \\ 0 & x'_{d2}-x_{q2}\dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots\ x_{dn}-x_{qn} \end{bmatrix}+$$

$$\left.+\begin{bmatrix} 1 & 0\dots 0 \\ 0 & 1\dots 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0\dots 1 \end{bmatrix}\right|+$$

$$+\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots+$$

$$+T_{dn0}\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots \\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn} \end{bmatrix}\times\right.$$

$$\times\begin{bmatrix} x_{d1}-x_{q1} & 0 & 0 \\ 0 & x_{d2}-x_{q2}\dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots\ x'_{dn}-x_{qn} \end{bmatrix}+$$

$$\left.+\begin{bmatrix} 1 & 0\dots 0 \\ 0 & 1\dots 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0\dots 1 \end{bmatrix}\right|=0. \qquad (3\text{-}21)$$

La ecuación (3-22) considera todas las combinaciones posibles de dos devanados de excitación superconductores de n máquinas

$$T_{d10}T_{d20}\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n}) \\ \dots & \dots & \dots \\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn} \end{bmatrix}\times\right.$$

$$\times\begin{bmatrix} x'_{d1}-x_{q1} & 0 & 0 \\ 0 & x'_{d2}-x_{q2}\dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots\ x_{dn}-x_{qn} \end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}1 & 0\dots 0\\ 0 & 1\dots 0\\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\\ 0 & 0\dots 1\end{bmatrix}\Bigg| +$$

$$+\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots +$$

$$+T_{d10}T_{dn0}\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n})\\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n})\\ \dots & \dots & \dots\\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn}\end{bmatrix}\times$$

$$\times\begin{bmatrix} x'_{d1}-x_{q1} & 0 & 0\\ 0 & x_{d2}-x_{q2}\dots & 0\\ \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & x'_{dn}-x_{qn}\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}1 & 0\dots 0\\ 0 & 1\dots 0\\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\\ 0 & 0\dots 1\end{bmatrix}\Bigg| +$$

$$+\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots +$$

$$+T_{d(n-1)0}T_{dn0}\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & \dots & -y_{1n}\operatorname{sen}(\varphi_{1n}+\delta_{1n})\\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & \dots & -y_{2n}\operatorname{sen}(\varphi_{2n}+\delta_{2n})\\ \dots & \dots & \dots\\ -y_{n1}\operatorname{sen}(\varphi_{n1}+\delta_{n1}) & \dots & y_{nn}\operatorname{sen}\varphi_{nn}\end{bmatrix}\times$$

$$\times\begin{bmatrix} x_{d1}-x_{q1}\dots & 0 & 0\\ \dots & \dots & \dots\\ 0 & x'_{d(n-1)}-x_{q(n-1)} & 0\\ 0 & 0 & x'_{dn}-x_{qn}\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}1\dots 0 & 0\\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\\ 0\dots 1 & 0\\ 0\dots 0 & 1\end{bmatrix}\Bigg| = 0. \qquad (3\text{-}22)$$

Las restantes (n — 3) ecuaciones que faltan para poner de manifiesto la región completa de autoexcitación II del sistema, se escriben análogamente a las ecuaciones (3-21) y (3-22). En cada una de ellas se considera que pueden ser sucesivamente superconductores 3, 4, 5, . . . n — 1 circuitos de excitación, en todas las combinaciones posibles.

Si hay deslizamiento entre el campo del estator y el rotor se origina en el circuito una f.e.m. suplementaria de la forma $I_d\ (x'_d - x_d)$ que no depende de la existencia de circuitos amortiguadores en el rotor de la máquina. Por lo tanto, con un enfoque simple, el límite de la zona de autoexcitación asincrónica II, en el sistema complejo, puede determinarse al igual que en el caso elemental, cuando no se tienen en cuenta los circuitos amortiguadores de las máquinas.

Para el circuito representado en la fig. 3-6, *b*, la ecuación (3-20) tiene la siguiente forma

$$[(x'_{d1}-x_c)(x_{q1}-x_c)+R^2]\,[x'_{d2}x_{q2}+x'_{d3}x_{q3}+(x'_{d2}x'_{d3}+x_{q2}x_{q3})\times$$
$$\times\operatorname{sen}^2(\delta_2-\delta_3)+(x'_{d2}x_{q3}+x'_{d3}x_{q2})\cos^2(\delta_2-\delta_3)]+x'_{d2}x'_{d3}x_{q2}x_{q3}+$$
$$+(x'_{d1}-x_c)\,[x'_{d2}x'_{d3}x_{q2}\operatorname{sen}^2\delta_3+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_3+x'_{d2}x'_{d3}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2+$$
$$+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_2]+(x_{q1}-x_c)\,[x'_{d2}x'_{d3}x_{q2}\cos^2\delta_3+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_3+$$
$$+x'_{d2}x'_{d3}x_{q3}\cos^2\delta_2+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2]=0.$$

Esta ecuación determina parte de la zona de autoexcitación asincrónica II en las coordenadas R y x_c. El límite de esta parte de la zona es una semicircunferencia cuya construcción tan sólo requiere hallar dos valores de x_c para $R=0$. La ecuación (3-21), correspondiente al mismo circuito se representa en forma desarrollada del siguiente modo

$$T_{d10}\{[x'_{d1}-x_c)(x_{q1}-x_c)+R^2]\,[x_{d2}x_{q2}+x_{d3}x_{q3}+(x_{d2}x_{d3}+x_{q2}x_{q3})\times$$
$$\times\operatorname{sen}^2(\delta_2-\delta_3)+(x_{d2}x_{q3}+x_{d3}x_{q2})\cos^2(\delta_2-\delta_3)]+x_{d2}x_{d3}x_{q2}x_{q3}+$$
$$+(x'_{d1}-x_c)\,[x_{d2}x_{d3}x_{q2}\operatorname{sen}^2\delta_3+x_{d2}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_3+x_{d2}x_{d3}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2+$$
$$+x_{d3}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_2]+(x_{q1}-x_c)\cdot[x_{d2}x_{d3}x_{q2}\cos^2\delta_3+$$
$$+x_{d2}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_3+x_{d2}x_{d3}x_{q3}\cos^2\delta_2+x_{d3}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2]\}+$$
$$+T_{d20}\{[(x_{d1}-x_c)(x_{q1}-x_c)+R^2]\,[x'_{d2}x_{q2}+x_{d3}x_{q3}+$$
$$+(x'_{d2}x_{d3}+x_{q2}x_{q3})\operatorname{sen}^2(\delta_2-\delta_3)+$$
$$+(x'_{d2}x_{q3}+x_{d3}x_{q2})\cos^2(\delta_2-\delta_3)]+x'_{d2}x_{d3}x_{q2}x_{q3}+$$
$$+(x_{d1}-x_c)\,[x'_{d2}x_{d3}x_{q_2}\operatorname{sen}^2\delta_3+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_3+x'_{d2}x_{d3}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2+$$
$$+x_{d3}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_2]+(x_{q1}-x_c)\,[x'_{d2}x_{d3}x_{q2}\cos^2\delta_3+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_3+$$
$$+x'_{d2}x_{d3}x_{q3}\cos^2\delta_2+x_{d3}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2]\}+$$
$$+T_{d30}\{[(x_{d1}-x_c)(x_{q1}-x_c)+R^2]\,[x_{d2}x_{q2}+x'_{d3}x_{q3}+$$
$$+(x_{d2}x'_{d3}+x_{q2}x_{q3})\operatorname{sen}^2(\delta_2-\delta_3)+(x_{d2}x_{q3}+x'_{d3}x_{q2})\cos^2(\delta_2-\delta_3)]+$$
$$+x_{d2}x'_{d3}x_{q2}x_{q3}+(x_{d1}-x_c)\,[x_{d2}x'_{d3}x_{q2}\operatorname{sen}^2\delta_3+$$
$$+x_{d2}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_3+x_{d2}x'_{d3}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2+$$
$$+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_2]+(x_{q1}-x_c)\,[x_{d2}x'_{d3}x_{q2}\cos^2\delta_3+$$
$$+x_{d2}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_3+x_{d2}x'_{d3}x_{q_3}\cos^2\delta_2+$$
$$+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2]\}=0. \qquad (3\text{-}21a)$$

La ecuación (3-22), en el caso considerado, será igual a:

$$T_{d10}T_{d20}\{[(x'_{d1}-x_c)(x_{q1}-x_c)+R^2][x'_{d2}x_{q2}+x_{d3}x_{q3}+$$
$$+(x'_{d2}x_{d3}+x_{q2}x_{q3})\operatorname{sen}^2(\delta_2-\delta_3)+$$
$$+(x'_{d2}x_{q3}+x_{d3}x_{q2})\cos^2(\delta_2-\delta_3)]+x'_{d2}x_{d3}x_{q2}x_{q3}+$$
$$+(x'_{d1}-x_c)[x'_{d2}x_{d3}x_{q2}\operatorname{sen}^2\delta_3+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_3+x'_{d2}x_{d3}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2+$$
$$+x_{d3}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_2]+(x_{q1}-x_c)[x'_{d2}x_{d3}x_{q2}\cos^2\delta_3+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_3+$$
$$+x'_{d2}x_{d3}x_{q3}\cos^2\delta_2+x_{d3}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2]\}+T_{d10}T_{d30}\{[(x'_{d1}-x_c)\times$$
$$\times(x_{q1}-x_c)+R^2][x_{d2}x_{q2}+x'_{d3}x_{q3}+(x_{d2}x'_{d3}+x_{q2}x_{q3})\operatorname{sen}^2(\delta_2-\delta_3)+$$
$$+(x_{d2}x_{q3}+x'_{d3}x_{q2})\cos^2(\delta_2-\delta_3)]+x_{d2}x'_{d3}x_{q2}x_{q3}+$$
$$+(x'_{d1}-x_c)[x_{d2}x'_{d3}x_{q2}\operatorname{sen}^2\delta_3+x_{d2}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_3+x_{d2}x'_{d3}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2+$$
$$+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_2]+(x_{q1}-x_c)[x_{d2}x'_{d3}x_{q2}\cos^2\delta_3+x_{d2}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_3+$$
$$+x_{d2}x'_{d3}x_{q3}\cos^2\delta_2+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2]\}+T_{d20}T_{d30}\{[(x_{d1}-x_c)\times$$
$$\times(x_{q1}-x_c)+R^2][x'_{d2}x_{q2}+x'_{d3}x_{q3}+(x'_{d2}x'_{d3}+x_{q2}x_{q3})\operatorname{sen}^2(\delta_2-\delta_3)+$$
$$+(x'_{d2}x_{q3}+x'_{d3}x_{q2})\cos^2(\delta_2-\delta_3)]+x'_{d2}x'_{d3}x_{q2}x_{q3}+$$
$$+(x_{d1}-x_c)[x'_{d2}x'_{d3}x_{q2}\operatorname{sen}^2\delta_3+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_3+$$
$$+x'_{d2}x'_{d3}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\cos^2\delta_2]+(x_{q1}-x_c)[x'_{d2}x'_{d3}x_{q2}\cos^2\delta_3+$$
$$+x'_{d2}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_3+x'_{d2}x'_{d3}x_{q3}\cos^2\delta_2+x'_{d3}x_{q2}x_{q3}\operatorname{sen}^2\delta_2]\}=0. \qquad (3\text{-}22a)$$

Las últimas dos ecuaciones permiten calcular otras dos partes de la zona II de autoexcitación asincrónica, también en forma de semicircunferencias. Por la tanto, para hallar la zona total II de autoexcitación asincrónica de los generadores que trabajan en el sistema de tres centrales, se aceptan las condiciones de que los tres devanados de excitación sean superconductores; sucesivamente, uno de los tres devanados sea superconductor, y, sucesivamente todas las combinaciones posibles de dos de los tres circuitos de los rotores de los generadores sean superconductores.

De este modo, el método de cálculo de la región de autoexcitación asincrónica II consiste en lo siguiente:

1. Se escriben los valores de los módulos y argumentos de las resistencias propias y mutuas obtendidos del punto 1 del cálculo de la zona de autoexcitación sincrónica.
2. Se toman por superconductores los devanados de los rotores de todas las máquinas y se escribe el determinante característico de la forma (3-20), donde las resistencias x_d de todas las máquinas se sustituyen por x'_d.
3. Se desarrolla el determinante, se dan los regímenes de trabajo del sistema (ángulos relativos δ), se hallan la posición del centro de la semicircunferencia y su radio, tal como se procedió en el caso del cálculo de la zona de autoexcitación sincrónica. Así se obtiene una parte de la zona de autoexcitación II.
4. Se toman sucesivamente como superconductores los devanados de la primera, segunda, tercera, etc. máquina y se escribe el de-

terminante característico de la forma (3-21). En este caso, en las máquinas con devanados de excitación superconductoras, la resistencia x_d se sustituye por x'_d.

La segunda parte de la zona II se construye del modo indicado en el p. 3.

5. Se consideran todas las combinaciones de dos, tres, . . . $(n-1)$ circuitos de rotor superconductores de las n posibles, y se escriben las correspondientes ecuaciones (3-22), etc. Como antes, todas las máquinas con circuitos superconductores se encuentran representadas en ellas por las resistencias x'_d. La solución de estas ecuaciones por los métodos conocidos nos da la parte restante de la zona de autoexcitación asincrónica II en forma de semicircunferencias. La zona completa de autoexcitación asincrónica II, hallada por el método simplificado está representada por n semicircunferencias, la posición de cuyos centros y radios varían conforme al régimen adoptado del sistema.

Construcción de la zona de autoexcitación asincrónica III. Esta zona se halla por el método de frecuencia, sustituyendo todas las máquinas sincrónicas por asincrónicas cuyas características de frecuencia media se encuentran en los ejes d y q. En este caso, el sistema dinámico complejo (véase la fig. 3-6, *a*) se transforma en un circuito de elementos estáticos (véase la fig. 3-6, *c*). Los límites de la zona de autoexcitación asincrónica III del circuito complejo se determina por las ecuaciones

$$\left.\begin{aligned} R &= -\operatorname{Re}\left[Z_{g1}(\omega) + Z_{g2}(\omega) \parallel Z_c(\omega) \parallel \ldots Z_{gn}(\omega)\right]; \\ x_c &= (1-\omega)\operatorname{Im}\left[Z_{g1}(\omega) + Z_{g2}(\omega) \parallel Z_c(\omega) \parallel \ldots Z_{gn}(\omega)\right], \end{aligned}\right\} \quad (3\text{-}23)$$

que corresponden a las condicones de aparición de las oscilaciones libres en el circuito estático (véase la fig. 3-6, *c*)

En el caso de autoexcitación, la frecuencia de las oscilaciones libres ω se halla en el intervalo de 0 a -1, lo que corresponde al trabajo en régimen generador de las máquinas sincrónicas.

Al límite de la zona de autoexcitación asincrónica III del circuito de tres centrales (véase la fig. 3-6, *b*) le corresponden las ecuaciones

$$R = -\operatorname{Re}\left[Z_{g1}(\omega) + \frac{Z_{g2}(\omega)\, Z_{g3}(\omega)}{Z_{g2}(\omega) + Z_{g3}(\omega)}\right];$$

$$x_c = (1-\omega)\operatorname{Im}\left[Z_{g1}(\omega) + \frac{Z_{g2}(\omega)\, Z_{g3}(\omega)}{Z_{g2}(\omega) + Z_{g3}(\omega)}\right],$$

donde $Z_{g1}(\omega)$; $Z_{g2}(\omega)$; $Z_{g3}(\omega)$ se determinan de acuerdo con la expresión (3-10).

Por lo tanto, el método de cálculo de la zona de autoexcitación asincrónica III consiste en lo siguiente:

1. Se compone el circuito equivalente del sistema, en el que todos los generadores se dan con sus características de frecuencia. En primera aproximación la carga puede representarse con resisten-

cias óhmicas y reactancias permanentes, si no se conocen sus características de frecuencia.

2. Conforme a las expresiones correspondientes se hallan las características de frecuencia de los generadores, si las mismas no se conocen previamente. En este caso, la frecuencia ω varía de 0 a —1. Las resistencias equivalentes de cada máquina se determinan de acuerdo con la expresión (3-10).

3. Para cada valor de ω, tomado en el intervalo de 0 —1, por las expresiones (3-23) se hallan los valores de R y x_c que limitan la zona de autoexcitación asincrónica III.

Construcción de las zonas de autoexcitación de un sistema de dos centrales (fig. 3-7, *a*). A la zona de autoexcitación sincrónica I le corresponde la ecuación

$$\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & -y_{12}\operatorname{sen}(\varphi_{12}+\delta_{12}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & y_{22}\operatorname{sen}\varphi_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{d1}-x_{q1} & 0 \\ 0 & x_{d2}-x_{q2} \end{bmatrix}+\right.$$
$$\left.+\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right|=0. \qquad (3\text{-}24)$$

Esta ecuación está compuesta de modo análogo a la (3-19). A la zona de

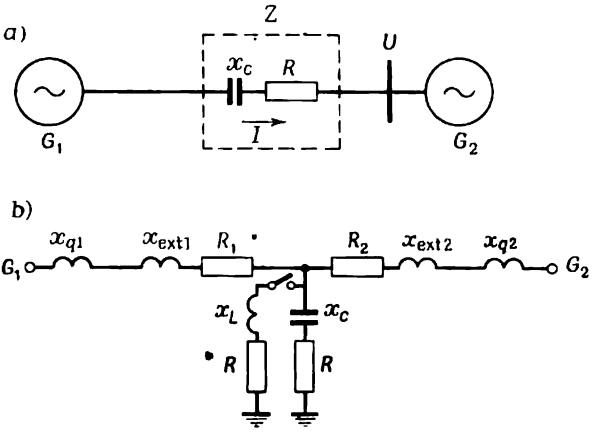


FIG. 3-7. Circuito equivalente del sistema compuesto de dos generadores conectados a la LTE con compensación capacitiva longitudinal:

a) para el régimen de marcha en vacío; b) para los regímenes de carga

autoexcitación asincrónica II le corresponden las dos ecuaciones

$$T_{d10}\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & -y_{12}\operatorname{sen}(\varphi_{12}+\delta_{12}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & y_{22}\operatorname{sen}\varphi_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x'_{d1}-x_{q1} & 0 \\ 0 & x_{d2}-x_{q2} \end{bmatrix}+\right.$$
$$\left.+\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right|+T_{d20}\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & -y_{12}\operatorname{sen}(\varphi_{12}+\delta_{12}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & y_{22}\operatorname{sen}\varphi_{22} \end{bmatrix}\times\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} x_{d1}-x_{q1} & 0 \\ 0 & x'_{d2}-x_{q2} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right|=0; \qquad (3\text{-}25)$$

$$\left|\begin{bmatrix} y_{11}\operatorname{sen}\varphi_{11} & -y_{12}\operatorname{sen}(\varphi_{12}+\delta_{12}) \\ -y_{21}\operatorname{sen}(\varphi_{21}+\delta_{21}) & y_{22}\operatorname{sen}\varphi_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x'_{d1}-x_{q1} & 0 \\ 0 & x'_{d2}-x_{q2} \end{bmatrix}+\right.$$

$$\left.+\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right|=0. \qquad (3\text{-}26)$$

En la ecuación (3-25) se admite que cada uno de los dos devanados puede ser superconductor. La misma corresponde a la ecuación (3-21). La ecuación (3-26) corresponde a la ecuación (3-20) en la que se admite que los devanados de todas las máquinas son superconductores. En el circuito de dos máquinas no habrá ecuaciones del tipo (3-22).

Las conductibilidades propias y mutuas del esquema de la fig. 3-7, *a*, se escriben de la siguiente forma

$$y_{11}=y_{12}=y_{22}\frac{1}{\sqrt{(x_{q1}+x_{q2}-x_c)^2+R^2}};$$

$$\varphi_{11}=\varphi_{12}=\varphi_{22}\operatorname{arctg}\frac{x_{q1}+x_{q2}-x_c}{R}.$$

Después de las transformaciones, la ecuación (3-24) tiene la forma siguiente

$$\frac{1}{(x_{q1}+x_{q2}-x_c)^2+R^2}\left[x_{d1}x_{q1}+x_{d2}x_{q2}+x_c^2+\right.$$

$$+R^2-x_c(x_{d1}+x_{d2}+x_{q1}+x_{q2})+(x_{q1}x_{d2}+x_{d1}x_{q2})\cos^2\delta_{12}+$$

$$\left.+(x_{d1}x_{d2}+x_{q1}x_{q2})\operatorname{sen}^2\delta_{12}\right]=0.$$

que coincide completamente con la expresión del término independiente a'_6 de la ecuación característica simplificada del circuito de dos máquinas que determina la zona de autoexcitación sincrónica I.

Las ecuaciones (3-25) y (3-26) también corresponden a los coeficientes a'_5 y a'_4 de la ecuación característica simplificada. Por lo tanto, la construcción de las regiones de autoexcitación I y II de los sistemas complejos se realiza partiendo de las ecuaciones de las zonas particulares correspondientes a igualar a cero los coeficientes de la ecuación característica del sistema, sin considerar los procesos transitorios en los circuitos de estator y la existencia de devanados amortiguadores en los rotores de las máquinas. En este caso, los límites de las zonas de autoexcitación I y II son semicircunferencias, cuya construcción sólo requiere determinar dos valores de x_c, para $R = 0$.

Al límite de la zona de autoexcitación asincrónica III del circuito (véase la fig. 3-7, *a*), le corresponde el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} R &= -(1-\omega)\operatorname{Re}\left[\frac{jx_{d1}(\omega)+jx_{q1}(\omega)}{2}+\frac{jx_{d2}(\omega)+jx_{q2}(\omega)}{2}\right]; \\ x_c &= (1-\omega)^2\operatorname{Im}\left[\frac{jx_{d1}(\omega)+jx_{q1}(\omega)}{2}+\frac{jx_{d2}(\omega)+jx_{q2}(\omega)}{2}\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}27)$$

Las ecuaciones (3-27) obtenidas a partir del circuito con elementos estáticos en el que las máquinas sincrónicas están representadas por asincrónicas con características de frecuencias medias en los ejes *d* y *q*.

En la fig. 3-8 están representadas las regiones de autoexcitación del circuito de dos máquinas construidas mediante el método simplificado, conforme a las ecuaciones (3-24)—(3-27).

En la misma figura, las curvas punteadas muestran las regiones de autoexcitación que se han obtenido por el método de frecuencia, basándose en el análisis de la ecuación característica completa del sistema. El error condicionado por el uso del método simplificado de cálculo de las regiones de autoexcitación, es pequeñísimo.

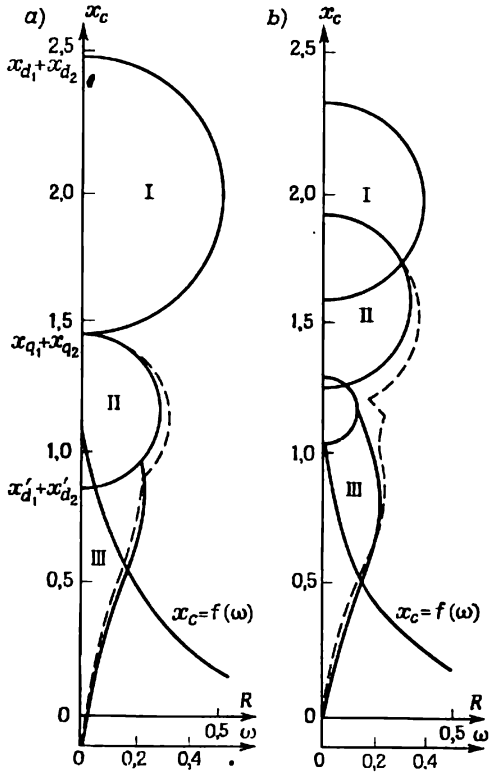


FIG. 3-8. Zonas de autoexcitación para los circuitos de la fig. 3-7:

a, $\delta_{12}=0°$; *b*, $\delta_{12}=90°$; —— construidas por el método simplificado; — — — construidas por el método de frecuencia basándose en el análisis de la ecuación característica completa

El método de cálculo propuesto para las zonas de autoexcitación del sistema complejo es simple, pues no exige deducir la ecuación característica y, a la vez permite determinar la región de autoexcitación en sistemas complejos con un número arbitrario de máquinas, con poca pérdida de tiempo.

Autoexcitación de una máquina que trabaja en un sistema potente a través de una red compleja (fig. 3-9, *a*).

El circuito a analizar es un caso particular de un sistema de dos centrales. Para determinar las zonas de autoexcitación I y II de una máquina que trabaja a través de una red compleja en un sistema potente, se utilizan las ecuaciones de matrices (3-24), (3-25), (3-26), suponiendo previamente que

$$x_{d2}=x_{q2}=x'_{d2}=0.$$

En este caso, las zonas de autoexcitación I y II se determinan respectivamente por las ecuaciones

$$1+(x_{d1}-x_{q1})\,y_{11}\,\text{sen}\,\varphi_{11}=0;$$
$$1+(x'_{d1}-x_{q1})\,y_{11}\,\text{sen}\,\varphi_{11}=0.$$

Estas ecuaciones pueden ser transformadas en

$$(x_d+\Delta x-x_c)(x_q+\Delta x-x_c)+(R+\Delta R)^2=0;$$
$$(x'_d+\Delta x-x_c)(x_q+\Delta x-x_c)+(R+\Delta R)^2=0,$$

donde Δx y ΔR dependen del circuito de la red exterior. (Los valores de Δx y ΔR para el circuito de la fig. 3-9, *b* están dados en el suplemento 3-3).

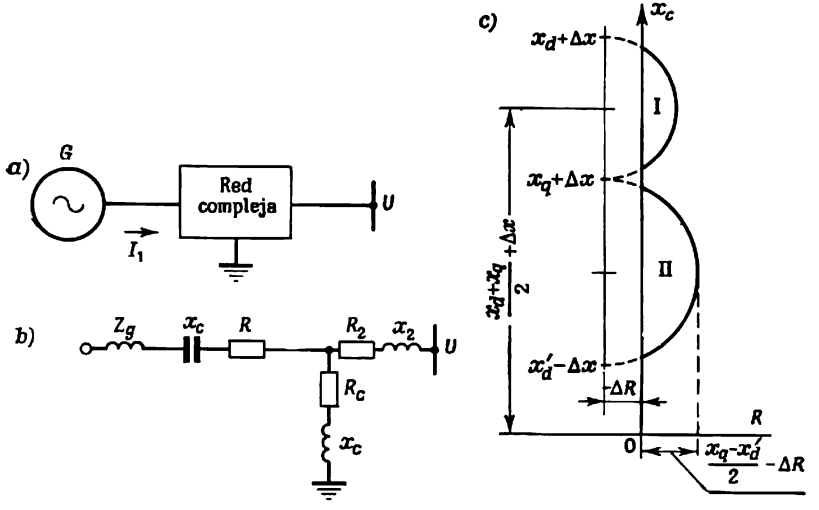


FIG. 3-9. Para determinar las zonas de autoexcitación en el sistema «máquina sincrónica — red exterior compleja-barras de tensión permanente»:

a) circuito del sistema; b) circuito equivalente al representar las cargas por reactancias y resistencias óhmicas constantes; c) zonas de autoexcitación I y II en el circuito (*b*)

El límite de la zona de autoexcitación asincrónica III se halla por el método de frecuencia antes expuesto.

En la fig. 3-9, *c* están dadas las zonas de autoexcitación I y II, cuando se tiene en cuenta la red exterior representada en la fig. 3-9, *b*. El límite de estas zonas de autoexcitación se describen por los sectores de las circunferencias cuyos centros se encuentran respectivamente a las distancias $\frac{x_d+x_q}{2}+\Delta x$ y $\frac{x'_d+x_q}{2}+\Delta x$ del eje de las abscisas y distantes del eje de ordenadas en la magnitud ΔR. En consecuencia, para una red externa compleja, la capacitancia x_c, por la cual es posible la autoexcitación, se incrementa en la magnitud Δx, mientras que la resistencia óhmica que limita las zonas de autoexcitación I y II, se reduce en la magnitud ΔR.

Autoexcitación en el sistema de dos centrales que trabajan sobre una carga común

Si la central distante está conectada a la LTE extendida de tensión extraalta con sistema de potencia conmensurable, es posible que en tal sistema aparezca la autoexcitación en los regímenes de carga.

La verificación se realiza del siguiente modo. Todos los generadores del sistema receptor se representan por un solo generador equivalente. Se compone el circuito equivalente de un sistema tal que en él los generadores hidroeléctricos se representan por la resistencia transversal x_q; los turbogeneradores, por la resistencia x_d, y la carga por la resistencia óhmica y la reactancia cambiándolas en correspondencia con la variación de la carga. A continuación, el circuito equivalente del sistema, de todos los regímenes considerados se lleva a la forma T (véase la fig. 3-7, *b*).

Si la reactancia del shunt tiene un carácter inductivo, no es necesario verificar el sistema a la autoexcitación.

Si entre los circuitos equivalentes del sistema se tienen aquellos en los que la reactancia en shunt posee un carácter capacitivo, en este régimen pueden observarse fenómenos originados por la autoexcitación.

Para todos los regímenes del sistema, susceptibles de la autoexcitación, se construyen las zonas I, II y III en las coordenadas R y x_c.

El límite de la zona I se halla por la ecuación

$$(x_c^2 + R^2)\,[(R_1 + R_2)^2 + (x_{d\Sigma 1} + x_{d\Sigma 2})\,(x_{q\Sigma 1} + x_{q\Sigma 2}) +$$
$$+ (x_{d1} - x_{q1})\,(x_{d2} - x_{q2})\,\mathrm{sen}^2\,\delta_{12}] - x_c\,[(x_{d\Sigma 1} + x_{q\Sigma 1})\,(R_2^2 + x_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2}) +$$
$$+ (x_{d\Sigma 2} + x_{q\Sigma 2})\,(R_1^2 + x_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})] + R\,[2R_1\,(R_2^2 + x_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2}) +$$
$$+ 2R_2\,(R_1^2 + x_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})] + (R_1^2 + x_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})\,(R_2^2 + x_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2}) = 0.$$

Todos los parámetros de esta ecuación se toman del circuito equivalente (véase la fig. 3-7, *b*); excepto x_c y R, en cuyo plano se construye la zona de autoexcitación.

El ángulo δ_{12} se toma considerando para este régimen los medios posibles de distribución de la carga entre generadores de la central transmisora y el sistema receptor. Esto último no tiene valor si la central transmisora y el sistema receptor poseen sólo turbogeneradores.

La zona de autoexcitación I es una semicircunferencia, para cuya construcción se calculan dos valores de x_c, para $R = 0$.

Al límite de la zona II de autoexcitación asincrónica le corresponden dos ecuaciones:

$$T_{d10}\,\{(x_c^2 + R^2)\,[(R_1 + R_2)^2 + (x'_{d\Sigma 1} + x_{d\Sigma 2})\,(x_{q\Sigma 1} + x_{q\Sigma 2}) +$$
$$+ (x_{d1} - x_{q1})\,(x_{d2} - x_{q2})\,\mathrm{sen}^2\,\delta_{12}] - x_c\,[(x'_{d\Sigma 1} + x_{q\Sigma 1})\,(R_2^2 + x_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2}) +$$

$$+(x_{d\Sigma 2}+x_{q\Sigma 2})(R_1^2+x'_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})]+$$
$$+R[2R_1(R_2^2+x_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})+2R_2(R_1^2+x'_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})]+$$
$$+(R_1^2+x'_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})(R_2^2+x_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})\}+$$
$$+T_{d20}\{(x_c^2+R^2)[(R_1+R_2)^2+(x_{d\Sigma 1}+x'_{d\Sigma 2})(x_{q\Sigma 1}+x_{q\Sigma 2})+$$
$$+(x_{d1}-x_{q1})(x'_{d2}-x_{q2})\operatorname{sen}^2\delta_{12}]-$$
$$-x_c[x_{d\Sigma 1}+x_{q\Sigma 1})(R_2^2+x'_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})+(x'_{d\Sigma 2}+x_{q\Sigma 2})(R_1^2+x_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})]+$$
$$+R[2R_1(R_2^2+x'_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})+2R_2(R_1^2+x_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})]+$$
$$+(R_1^2+x_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})(R_2^2+x'_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})\}=0;$$
$$(x_c^2+R^2)[(R_1+R_2)^2+(x'_{d\Sigma 1}+x'_{d\Sigma 2})(x_{q\Sigma 1}+x_{q\Sigma 2})+$$
$$+(x'_{d1}-x_{q1})(x'_{d2}-x_{q2})\operatorname{sen}^2\delta_{12}]-x_c[(x'_{d\Sigma 1}+x_{q\Sigma 1})\times$$
$$\times(R_2^2+x'_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})+(x'_{d\Sigma 2}+x_{q\Sigma 2})(R_1^2+x'_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})]+$$
$$+R[2R_1(R_2^2+x'_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})+2R_2(R_1^2+x'_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})]+$$
$$+(R_1^2+x'_{d\Sigma 1}x_{q\Sigma 1})(R_2^2+x'_{d\Sigma 2}x_{q\Sigma 2})=0.$$

Al deducir la primera ecuación se admite que los devanados de excitación de cada una de las máquinas equivalentes pueden ser sucesivamente superconductores. La segunda ecuación corresponde a la condición de superconductibilidad de los devanados de excitación de ambas máquinas.

La zona II de autoexcitación asincrónica se limita por dos semicircunferencias cuyos diámetros y centros se hallan del mismo modo que al construir la zona I.

El límite de la zona III de autoexcitación asincrónica se determina por el método de frecuencia mediante las ecuaciones:

$$R=\frac{R_{1\Sigma}(\omega)\,z_{2\Sigma}^2(\omega)+R_{2\Sigma}(\omega)\,z_{1\Sigma}^2(\omega)}{[R_{1\Sigma}(\omega)+R_{2\Sigma}(\omega)]^2+[x_{1\Sigma}(\omega)+x_{2\Sigma}(\omega)]^2};$$

$$x_c=(1-\omega)\frac{x_{1\Sigma}(\omega)\,z_{2\Sigma}^2(\omega)+x_{2\Sigma}(\omega)\,z_{1\Sigma}^2(\omega)}{[R_{1\Sigma}(\omega)+R_{2\Sigma}(\omega)]^2+[x_{1\Sigma}(\omega)+x_{2\Sigma}(\omega)]^2}$$

donde

$$R_{1\Sigma}(\omega)=(1-\omega)\frac{R_{d1}(\omega)+R_{q1}(\omega)}{2}-R_1;$$

$$R_{2\Sigma}(\omega)=(1-\omega)\frac{R_{d2}(\omega)+R_{q2}(\omega)}{2}-R_2;$$

$$x_{1\Sigma}(\omega)=(1-\omega)\frac{x_{d1\Sigma}(\omega)+x_{q1\Sigma}(\omega)}{2};$$

$$x_{2\Sigma}(\omega)=(1-\omega)\frac{x_{d2\Sigma}(\omega)+x_{q2\Sigma}(\omega)}{2};$$

$$z_{1\Sigma}^2(\omega) = R_{1\Sigma}^2(\omega) + x_{1\Sigma}^2(\omega);$$
$$z_{2\Sigma}^2(\omega) = R_{2\Sigma}^2(\omega) + x_{2\Sigma}^2(\omega);$$
$$x_{d\Sigma} = x_d + x_{\text{ext}};$$
$$x_{q\Sigma} = x_q + x_{\text{ext}}.$$

Al determinar el límite de la región III, ω varía de 0 a 1. Después de construir la zona de autoexcitación en el plano x_c y R, sobre el mismo se señala el punto de los parámetros de la red exterior que caracteriza el régimen estudiado (x_{cr} y R_r).

Si el punto de la red exterior del régimen estudiado está en el interior de una de las zonas de autoexcitación, entonces es posible la perturbación de la estabilidad del sistema electromagnético, siendo necesario prever las medidas que aseguren la conservación de la estabilidad del régimen, por ejemplo, la instalación de reactores.

§ 3-3. AUTOOSCILACION EN SISTEMAS ELECTRICOS SIMPLES Y COMPLEJOS

Autooscilación en esquemas simples

La autooscilación se estudia y se calcula, al igual que la autoexcitación, basándose en las ecuaciones de Park-Gorev, pero teniendo en cuenta la ecuación del movimiento relativo del rotor de la máquina.

La ecuación característica del sistema (véase la fig. 3-1), suponiendo la ausencia del RAE y de los devanados amortiguadores en la máquina, así como de los procesos transitorios en la capacidad, es de quinto grado

$$a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5 = 0. \qquad (3\text{-}28)$$

Las expresiones para los coeficientes $a_0 \div a_5$ están dadas en el suplemento 3-4.

Al deducir las ecuaciones (3-28) se admitió, tal como se hace habitualmente, la constancia del momento mecánico de la turbina al variar la velocidad. En realidad, el momento mecánico de la turbina depende linealmente, en primera aproximación, de la velocidad del rotor y disminuye con su crecimiento. En este caso, la ecuación del movimiento del rotor, con pequeñas desviaciones, tiene la forma

$$T_J p^2 \Delta\delta + mp\Delta\delta + (\psi_{d0} - i_{d0} x_q)\,\Delta i_q + [i_{q0} x_d(p) - \psi_{q0}]\,\Delta i_d = 0.$$

La consideración de la característica de velocidad-momento conduce a la aparación de la componente del momento amortiguador de la forma $mp\Delta\delta$ en la ecuación del movimiento, donde m es un coeficiente que refleja el grado de reducción del momento mecánico de la turbina al crecer la velocidad de su rotor.

La consideración de la característica natural de velocidad-momento de la turbina no modifica el orden de la ecuación característica (3-28), pero conduce

a la aparación de las componentes esencialmente positivas proporcionales a m, en los coeficientes a_1; a_2; a_3; a_4. En este caso, las regiones de autooscilación se contraen. Habitualmente, la magnitud del coeficiente estabilizador se encuentra entre los límites $m = 0{,}1 - 0{,}3$. Para tales valores de m, la contracción de la región de autooscilación es pequeña y, por eso, en lo sucesivo no se tendrá en cuenta la influencia de las características naturales de velocidad-momento.

El análisis de la ecuación característica, a fin de determinar las condiciones de aparición de la inestabilidad periódica del sistema a cargas pequeñas, indica que en estos regímenes los coeficientes $a_0 \div a_5$ son positivos.

Es conveniente determinar el límite de la región de autooscilación utilizando el criterio de Routh, tomando como variables independientes $\frac{E_q}{U}$ y δ, ó $\frac{E_q}{U}$ y δ.

La autooscilación se desarrolla a consecuencia de la aparición del momento amortiguador negativo. Esto se produce al trabajar las máquinas a través de la red de resistencia óhmica relativamente grande.

Para determinar las regiones de autooscilación del sistema (véase la fig. 3-1) pueden ser utilizados los métodos simplificados, basados en que se dejan fuera de la consideración los procesos transitorios en el estator (suplemento 3-4). Las condiciones de aparición de la autooscilación se determinan por las desigualdades

$$\left.\begin{aligned} \delta &\leqslant \operatorname{arctg} \frac{R}{x_{q\Sigma}} = \alpha_{11Q} = \alpha_Q; \\ \frac{E_Q}{U} &\leqslant -\frac{z}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} (\delta - \alpha_Q + \beta), \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}29)$$

donde

$$x_{q\Sigma} = x_q + x_{\text{ext}} - x_c; \quad z_{q\Sigma} = \sqrt{x_{q\Sigma}^2 + R^2};$$

$$z = \sqrt{(x_d - x_q)^2 + \left(\frac{x_{d\Sigma} x_{q\Sigma} + R^2}{2R}\right)^2};$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{2R (x_d - x_q)}{x_{d\Sigma} x_{q\Sigma} + R^2}.$$

Para construir las regiones de autooscilación del sistema (véase la fig. 3-1), las magnitudes $x_{q\Sigma}$; $x_{d\Sigma}$; R se hallan por el circuito equivalente, mientras que $z_{q\Sigma}$; z; α_Q; β se calculan por las correspondientes expresiones.

La región de autooscilación en las coordenadas $\frac{E_Q}{U}$ y δ, obtenida de acuerdo al criterio (3-29), se muestra punteada en la fig. 3-10, *a*. El límite superior de la región no depende de la excitación de la máquina, sino, precisamente, de la relación $\frac{E_Q}{U}$. El mismo límite

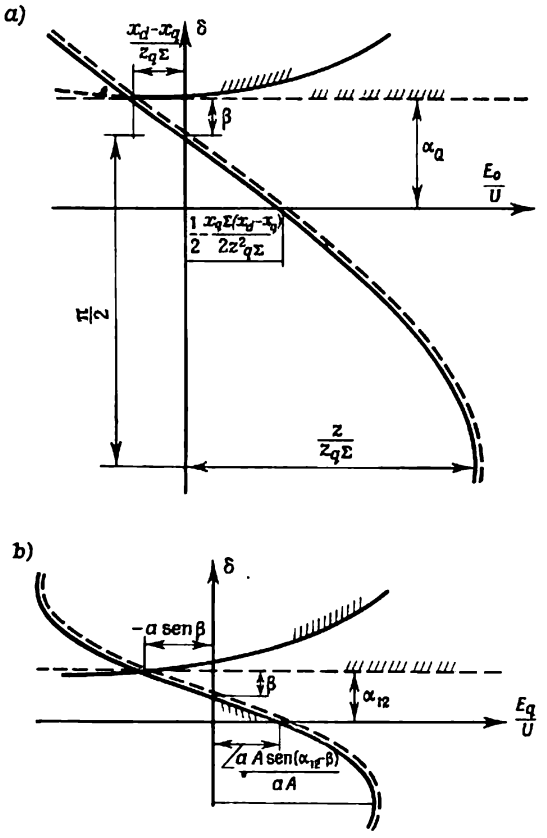


FIG. 3-10. Regiones de autooscilación de la máquina sincrónica que trabaja en un sistema potente:

a) para el circuito de la fig. 3-1; b) para el circuito de la fig. 3-9, *a*; ——— hallada por el criterio de Routh; — — — calculada de acuerdo a la expresión (3-29)

hallado por el criterio de Routh, varía con la variación de $\frac{E_Q}{U}$ (fig. 3-10, *a*). La diferencia entre los límites superiores de las zonas de autooscilación de los generadores, obtenidos por los métodos exacto y aproximado, es aproximadamente proporcional a $\left(\frac{E_Q}{U}\right)^2$. Tomando esto en consideración, el límite superior de la región de autooscilación se determina utilizando el coeficiente de corrección K, el que así considerado permite representar el límite de la región de autooscilación por:

$$\delta = \delta_{\text{lím}}\left[1 + K\left(\frac{E_Q}{U}\right)^2\right] \qquad (3\text{-}30)$$

donde

$$\delta_{\text{lím}} = \alpha_Q = \text{arctg}\,\frac{R}{x_{q\Sigma}}.$$

El coeficiente K depende, fundamentalmente, de los parámetros

$$T_{d0},\ T_J,\ \frac{R}{x_{q\Sigma}}\ \text{y}\ \frac{x_d - x'_d}{z_{q\Sigma}}\ \text{(fig. 3-11).}$$

Si en el sistema analizado, estos parámetros se diferencian de los iniciales para la fig. 3-11, entonces, en la expresion (3-30) en

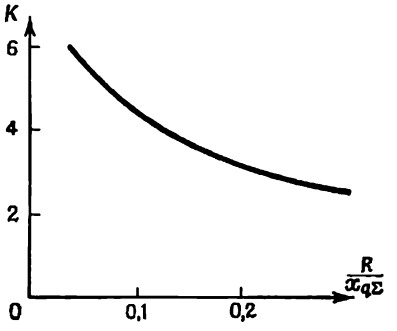


FIG. 3-11. Coeficiente de corrección K en función de los parámetros del sistema: $T_J = 6{,}25$ s; $T_{d0} = 5{,}5$ s; $\frac{E_Q}{U} = 1$; $\frac{x_d - x'_d}{z_{q\Sigma}} = 0{,}213$

lugar de K se introduce el coeficiente de corrección

$$K' = 0{,}242K\,\frac{T_{d0}}{T_J}\cdot\frac{z_{q\Sigma}}{x_d - x'_d}. \qquad (3\text{-}31)$$

Después de determinar K, la región de autooscilación del sistema se construye de acuerdo con la expresión (3-30) (límite superior de la zona) y (3-29) (límite inferior).

La consideración de los procesos transitorios en la instalación de compensación longitudinal capacitiva extiende la región de autooscilación, lo que también se considera por la correspondiente corrección. La expresión del coeficiente de corrección al existir en el sistema la instalación de compensación longitudinal capacitiva (icc), tiene la forma:

$$K_{\text{icc}} = K'\left[1 + \frac{2\,(x'_d - x_q - 2x_c)\,x_c}{(x'_{d\Sigma} - x_c)\,(x_{q\Sigma} - x_c) - R^2}\right].$$

En ésta, K' se ha hallado de acuerdo con la expresión (3-31) y la fig. 3-11.

Existiendo en los sistemas las instalaciones de compensación longitudinal capacitiva, el límite superior de la región de autooscilación corresponde a la igualdad

$$\delta = \delta_{\text{lím}} \left[1 + K_{\text{icc}} \left(\frac{E_Q}{U} \right)^2 \right].$$

Seleccionando los parámetros de los devanados amortiguadores se puede excluir la autooscilación.

El devanado amortiguador longitudinal que, para pequeños ángulos, al igual que el devanado de excitación, crea un momento amortiguador negativo, no puede eliminar la autooscilación.

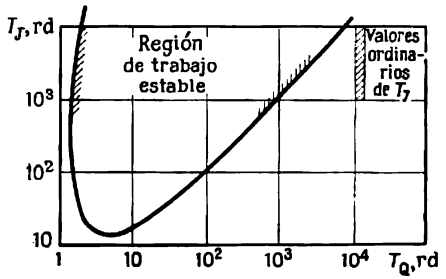


FIG. 3-12. Región de estabilidad del sistema para el régimen de marcha en vacío, en las coordenadas T_J y T_Q:

$$\frac{E_Q}{U} = 1; \quad \delta = 0$$

El devanado amortiguador longitudinal juega un importante papel en la eliminación de la autooscilación de las máquinas, dado que el mismo crea un momento longitudinal amortiguador positivo para pequeñas cargas (ángulos).

La constante de tiempo del circuito amortiguador tiene una gama definida de valores para la cual se elimina la autooscilación de las máquinas en el régimen de marcha en vacío (fig. 3-12). En la fig. 3-12 se ha construido la región de estabilidad del sistema en las coordenadas T_J y T_Q, obtenida del análisis de las ecuaciones diferenciales completas de Park-Gorev para el sistema elemental, teniendo en cuenta los devanados amortiguadores de los generadores de la central transmisora. Este método de análisis es complejo y exige considerable tiempo.

El valor aproximado de la constante de tiempo T_Q que asegura la eliminación de la autooscilación en el régimen de marcha en vacío, el que en este sentido es el más difícil, puede determinarse, en ausencia de la ICC, por la condición

$$T_Q \geqslant \frac{T_J E_Q^2 R^2 (x_d - x'_d)(x'_{d\Sigma} x_{q\Sigma} + R^2)}{T_{do} x'^3_{d\Sigma} (x_q - x''_q)} + \frac{R (x'^2_d - R^2)}{x'^2_{d\Sigma} (x_q - x''_q)}. \qquad (3\text{-}32)$$

Si en el sistema se tiene una instalación de compensación longitudinal capacitiva, entonces, las exigencias a los parámetros del devanado amortiguador, aumentan y la eliminación de la autooscilación se logra sólo en aquel caso en que la constante de tiempo del circuito amortiguador satisface la condición

$$T_{QICG} \geqslant \frac{T_J E_Q^2 R^2 (x_d - x'_d)[(x'_{d\Sigma} - x_c)(x_{q\Sigma} - x_c) + R^2] + R\{[(x'_{d\Sigma} - x_c)^2 - R^2](x'_{d\Sigma} - x_c) + 4x_c (x'_{d\Sigma} - x_c)^2\}}{(x'_{d\Sigma} - x_c)^3 (x_q - x''_q)}. \quad (3\text{-}32a)$$

Las expresiones establecidas para T_Q permiten, simplemente y con el grado de precisión necesario en la práctica, hallar las condiciones bajo las cuales se excluye la posibilidad de autooscilación en el sistema. En este caso, comúnmente es necesario tener un T_Q de 4-5 a 400-500 rd, lo que no es difícil asegurar por diseño.

La presencia del devanado amortiguador longitudinal en el rotor de una máquina sincrónica puede eliminar la autooscilación, siendo una de las causas por la que no existe la autooscilación de las máquinas en los grandes sistemas eléctricos.

Sin embargo, en una serie de casos, puede ocurrir que el devanado amortiguador longitudinal no esté en condiciones de eliminar la autooscilación.

Influencia de la regulación automática de la máquina sobre la eliminación de la autooscilación.

El estudio analítico de la posibilidad de eliminar la autooscilación en el sistema elemental mediante el RAE, puede realizarse basándose en las ecuaciones linealizadas en el punto del régimen inicial de Park-Gorev:

$$p\Delta\Psi_d + \Delta\Psi_q + R\Delta I_d + (\Psi_{q0} p - U\cos\delta_0)\Delta\delta = 0;$$
$$\Delta\Psi_d - p\Delta\Psi_q - R\Delta I_q + (\Psi_{d0} p + U\,\mathrm{sen}\,\delta_0)\Delta\delta = 0;$$
$$T_J p^2 \Delta\delta + \Delta\Psi_d I_{q0} - I_{d0}\Delta\Psi_q - \Psi_{q0}\Delta I_d + \Psi_{d0}\Delta I_q = 0;$$
$$\Delta\Psi_d = x_d(p)\,\Delta I_d + G(p)\,\Delta U_f;$$
$$\Delta\Psi_q = x_q(p)\,\Delta I_q;$$
$$\Delta U_f = W(p)\,\Delta\Pi$$

donde $W(p) = \frac{1}{(T_e p + 1)(T_p p + 1)}[k_{0\Pi} + k_{1\Pi} p + k_{2\Pi} p^2]$.

La ecuación característica de una máquina sincrónica regulable sin devanados amortiguadores, se escribe del siguiente modo

$$D(p) = (T_e p + 1)(T_p p + 1)(a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5) +$$
$$+ [(b_0 p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4) M(p) +$$
$$+ (c_0 p^2 + c_1 p + c_2) N(p) + (d_0 p^2 + d_1 p + d_2) L(p)] \times$$
$$\times [k_{0\Pi} + k_{1\Pi} p + k_{2\Pi} p^2]. \quad (3\text{-}33)$$

Las expresiones de los coeficientes de la ecuación (3-33) están dados en los suplementos 3-4 y 3-5.

El análisis de la ecuación (3-33) se reduce a determinar el ajuste óptimo del regulador de excitación que garantice la estabilidad del sistema en todos los regímenes de marcha posibles.

Existiendo en los generadores un sistema de compoundaje que permita eliminar la autooscilación de las máquinas, es necesario ajustar el regulador al coeficiente de amplificación negativo. Esto significa que, al aumentar la corriente del estator, el regulador reduce la corriente de excitación. En este caso, la tensión de la central transmisora cae no sólo debido a la caída de tensión en la resistencia de la máquina sincrónica, sino también a consecuencia de la disminución de la excitación, lo que naturalmente desfavorece el trabajo de la carga alimentada por las barras de la central, así como contradice a las condiciones de ajuste del RAE que garantiza la estabilidad del sistema para grandes ángulos δ.

El regulador de tensión de válvula iónica elimina la autooscilación del generador.

El estudio de la posibilidad de eliminar la autooscilación mediante el RAE de acción fuerte se reduce a buscar las regiones de estabilidad conforme a los coeficientes de amplificación $k_{1\Pi}$ y $k_{2\Pi}$.

En la fig. 3-13 están dadas las regiones de ajuste del RAE de acción fuerte por la corriente, en las coordenadas k_{1I} y k_{2I} para asegurar el trabajo estable de los generadores en la zona de autooscilación.

El RAE de acción fuerte según corriente y ángulo (frecuencia), elimina la autooscilación. Las regiones de ajuste de los reguladores de este tipo, para eliminar la autooscilación son suficientemente grandes y pueden ser garantizadas por los reguladores existentes. En este caso, no hay necesidad de modificar sus construcciones.

Lo importante es poner de manifiesto la posibilidad de un ajuste general de los reguladores que satisfaga la conservación de la estabilidad del trabajo del sistema tanto al transmitir la potencia máxima, como en la región de autooscilación. Habitualmente, para los regímenes normales de explotación no es difícil hallar un ajuste común de los reguladores, que asegure el trabajo estable del sistema para ángulos de 0 a 90° entre tensiones en los terminales de transmisión (fig. 3-14).

La sucesión de las operaciones que permiten verificar la autooscilación del sistema elemental (fig. 3-1) por el método simplificado, es la siguiente:

1. Se construye el circuito equivalente del sistema y se determinan sus parámetros.
2. Se construyen las zonas de autooscilación utilizando los criterios (3-29) para trazar el límite inferior de la región y el (3-30) para el límite superior.
3. No habiendo condiciones de autooscilación del sistema se interrumpe el cálculo.

Si se encuentra que es posible el trabajo de los generadores en la región de autooscilación, entonces, se prevén las medidas que eliminen esta forma de inestabilidad. Se realizan los cálculos conforme a los puntos 4 y 5.

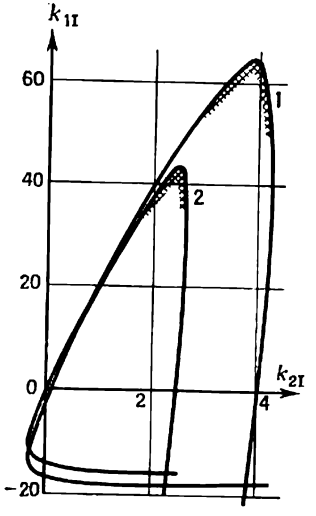


FIG. 3-13. Regiones de estabilidad en las coordenadas k_{1I} y k_{2I} que permiten elegir el ajuste del RAE, que asegura la eliminación de la autooscilación:
1, $\delta_0 = 10°$; *2*, $\delta_0 = 16{,}5°$;
$\frac{E_Q}{U} = 1$; $T_e = 0$; $k_{0I} = 0$

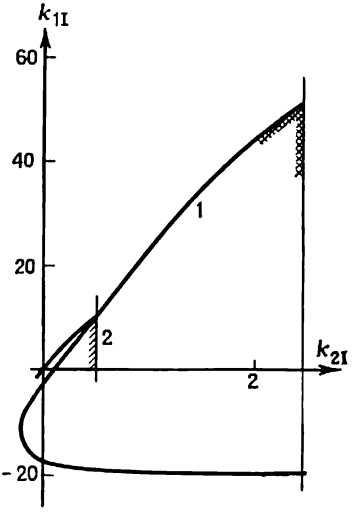


FIG. 3-14. Regiones de estabilidad en las coordenadas k_{1I} y k_{2I} para los regímenes de marcha:
1, $\delta = 10°$, es posible la autooscilación; *2*, $\delta = 112°$ corresponde al ángulo de 90° entre las tensiones en las terminales de la transmisión; $k_{0I} = 0{,}465$; $T_e = 0$

4. De acuerdo con los criterios (3-32) o (3-32a) se determinan los parámetros necesarios del devanado amortiguador en el eje transversal T_Q.
5. Se determina el ajuste del RAE que asegure la eliminación de la autooscilación y se verifica si lo admiten las condiciones de trabajo del sistema en regímenes próximos al límite.
En los casos dudosos, se verifica la autooscilación del sistema teniendo en cuenta las características naturales de velocidad-momento de la turbina.

Establecimiento de las condiciones de autooscilación de una máquina que trabaja en barras de tensión permanente a través de una red compleja

Al igual que en el sistema elemental, en este caso se utilizan los métodos simplificados basados en la omisión de los procesos transitorios en el estator. Estos últimos se toman en consideración introduciendo el coeficiente de corrección.

Para determinar la región de autooscilación se construye el circuito equivalente del sistema, en el que la máquina de polos salientes se represanta por medio de la reactancia transversal x_q, y la carga por la reactancia y la resistencia óhmica.

De acuerdo con el circuito equivalente se hallan las conductibilidades propias y mutuas y_{11} e y_{12}; los ángulos α_{11} y α_{12};

$$\left(a_{11} = \operatorname{arctg} \frac{R_{11}}{x_{11}}, \quad \alpha_{12} = \operatorname{arctg} \frac{R_{12}}{x_{12}}\right);$$

$$\cos \alpha_{11}, \ \operatorname{sen} \alpha_{11}.$$

La región de autooscilación se construye en las coordenadas $\frac{E_q}{U}$ y δ_{12}.

El límite inferior de la región de autooscilación se halla por la relación

$$\frac{E_q}{U} = -aA \operatorname{sen} (\delta_{12} - \alpha_{12} + \beta).$$

El límite superior de la región de autooscilación responde a la igualdad

$$\frac{E_q}{U} = a\left[\sqrt{\frac{1}{K'}\left(\frac{\delta_{12}}{\alpha_{12}} - 1\right)} - b \cos (\delta_{12} - \alpha_{12})\right].$$

En las ecuaciones antes establecidas se han admitido las notaciones

$$a = 1 + (x_d - x_q)\, y_{11} \cos \alpha_{11}; \quad A = \sqrt{b^2 + c^2};$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{b}{c};$$

$$b = \frac{y_{12}}{\dfrac{1}{x_d - x_q} + y_{11} \cos \alpha_{11}}; \quad c = \frac{y_{12}}{2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11}}.$$

El coeficiente de corrección K' se calcula por la (3-31) teniendo en cuenta la fig. 3-11.

Para determinar los límites de la región de autooscilación se le asigna a $\frac{E_q}{U}$ una serie de valores y, según las igualdades antes establecidas, se halla δ_{12}. La región de autooscilación se encuentra entre los límites hallados (véase la fig. 3-10, *b*).

Autooscilación en sistemas eléctricos complejos

Al estudiar la autooscilación de las máquinas de sistemas complejos, los generadores de cada central se representan por un generador equivalente. A continuación, se verifica la posibilidad de autooscilación de cualquier generador equivalente del sistema complejo, fijando la tensión en los bornes de las restantes máquinas. El método de análisis de la autooscilación en tal circuito se ha expuesto antes. Si se encuentra, que en el régimen de pequeñas cargas ninguna de las centrales se verá expuesta a la autooscilación, como regla, el sistema complejo estudiado trabajará como un todo estable. Si cualquiera de las centrales puede resultar inestable (en regímenes próximos a la marcha en vacío), entonces, es necesario precisar los cálculos teniendo en cuenta la regulación automática de la excitación, los devanados amortiguadores de los generadores, los reguladores de velocidad de las turbinas y, en caso de establecer la posibilidad de autooscilación, prever las medidas especiales que eliminen esta forma de inestabilidad.

§ 3-4. ESTUDIO CONJUNTO DE LA AUTOEXCITACION Y LA AUTOOSCILACION EN EL SISTEMA ELEMENTAL

La autoexcitación y la autooscilación pueden manifestarse conjuntamente. Las condiciones en las cuales surgen simultáneamente ambas formas de inestabilidad, han de conocerse para prever las medidas capaces de eliminar tanto la inestabilidad electromagnética como la electromecánica, y con ello permitir en estos casos el trabajo normal del sistema.

Para establecer las condiciones en las que se perturba la estabilidad electromagnética y electromecánica del sistema, se analiza conjuntamente la ecuación (3-1) y la ecuación del movimiento del rotor del generador equivalente. En este caso, el determinante característico del sistema tiene la forma

$$D(p) = \Delta_1(p)\,\Delta_2(p). \tag{3-34}$$

El segundo miembro de la ecuación (3-34) está representado en forma de dos factores. Al representar de este modo el determinante característico del sistema, su análisis, a fin de establecer las condiciones de perturbación de la estabilidad, se reduce al estudio de dos ecuaciones:

$$\Delta_1(p) = 0;$$
$$\Delta_2(p) = 0.$$

La igualdad $\Delta_1(p) = 0$ es la ecuación característica de un sistema si la velocidad del rotor de la máquina es constante, es decir, caracteriza la condición de estabilidad del sistema electromagnético. El análisis de $\Delta_1(p) = 0$ por uno de los métodos expuestos

en § 3-1, permite hallar las zonas de autoexcitación I, II, III de los generadores, en las coordenadas R y x_c, lo que no presenta dificultad conociendo todos los parámetros del sistema.
La segunda condición corresponde a la ecuación del movimiento del rotor del generador

$$\Delta_2(p) = T_J p^2 + \frac{\Delta M_{\text{eléc}}(p)}{\Delta\delta}. \qquad (3\text{-}35)$$

El análisis de la ecuación $\Delta_2(p) = 0$, para la cual es cómodo aplicar el método de frecuencia, permite hallar las condiciones de aparición de la autooscilación en el sistema.
De la ecuación (3-35) se puede obtener la siguiente igualdad:

$$\Delta_2(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega),$$

los coeficientes de $X(\omega)$ e $Y(\omega)$ se expresan por las componentes del momento electromagnético del generador (momento sincronizante, momento que es proporcional a la aceleración del rotor del generador, y momento de amortiguamiento) en función de la frecuencia de oscilaciones libres ω del sistema electromecánico.
Sobre la estabilidad del sistema electromecánico se juzga por el signo del momento de amortiguamiento $M_d(\omega)$. En el límite de estabilidad el valor del momento de amortiguamiento sobre la frecuencia resonante de las oscilaciones del sistema electromecánico ω_0 es igual a cero.
La magnitud de la frecuencia resonante del sistema se halla por la ecuación

$$\omega_0^2 = \frac{1}{2T_J T_d'^2}\left(a + \sqrt{a^2 + b}\right),$$

donde

$$a = T_d'^2 - T_J - \frac{RT_d'}{x_{d\Sigma}' x_{q\Sigma} + R^2} c_1;$$

$$b = 4T_J T_d'^2 c_1.$$

A continuación, tomando $\omega = \omega_0$, se determina el $M_d(\omega_0)$ de acuerdo con la expresión

$$M_d(\omega) = \frac{T_d'(c_2 - c_1)}{1 + \omega^2 T_d'^2} - \frac{\omega^2 T_d'^2}{1 + \omega^2 T_d'^2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{R(x_q - x_d')^2 (x_{q\Sigma}^2 - R^2)}{(x_{d\Sigma}' x_{q\Sigma} + R^2)^2 (x_{q\Sigma}^2 + R^2)} U \operatorname{sen}(\delta - \alpha_Q) \times \right.$$

$$\times [2E_{Q0} \operatorname{sen} \alpha_Q + U \operatorname{sen}(\delta - \alpha_Q)] + \frac{RE_{Q0}^2}{(x_{d\Sigma}' x_{q\Sigma} + R^2)(x_{q\Sigma}^2 + R^2)^2} \times$$

$$\left. \times [(x_{q\Sigma}^2 + R^2)(x_{q\Sigma} x_{d\Sigma}' - R^2) - 2x_{q\Sigma} R^2 (x_q - x_d')] \right\}.$$

Los cálculos relacionados con la determinación de M_d se realizan para cualquier régimen previamente determinado por completo. En este caso, se determina sólo el signo de $M_d(\omega_0)$. El sistema es estable para $M_d(\omega_0) > 0$.

Si se verifica la autooscilación del sistema para la serie de regímenes (δ, E_q; E_Q; U; c_1) o de los parámetros del sistema (longitud de la línea de transmisión, x_c, R, x_{ext}), entonces, para cada uno de ellos se halla la frecuencia resonante y el valor del momento de amortiguamiento, o se construyen las regiones de autooscilación en las coordenadas $\frac{E_Q}{U}$, δ.

Al determinar los regímenes admisibles de trabajo del sistema, cuyos parámetros se encuentran dentro de las zonas de autoexcitación, es indefectible la verificación de la autooscilación.

§ 3-5. EMPLEO DE LA CN PARA LOS CALCULOS DE LA AUTOEXCITACION Y LA AUTOOSCILACION EN SISTEMAS COMPLEJOS

La deducción de la ecuación característica para el estudio de la autoexcitación y la autooscilación en sistemas complejos es laborioso, y su análisis, en forma general, es prácticamente irrealizable.

Los cálculos exactos de la autoexcitación y la autooscilación en los sistemas complejos son realizables sólo con empleo de la CN.

El algoritmo, conveniente a utilizar en este caso, está dado en la fig. 3-15. En esta ocasión, no hay necesidad de obtener la ecuación característica en forma desarrollada. Para realizar el algoritmo es suficiente poseer la ecuación que describa los procesos transitorios en cada elemento del sistema, todas las ecuaciones de relación que permiten escribir, en forma general, el determinante característico del sistema $D(p)$ y conocer el orden de la ecuación característica.

El estudio de la autoexcitación y la autooscilación en la CN se realiza mediante cuatro subprogramas.

1. Subprograma (subrutina) de cálculo de los elementos del determinante característico, para $p = p_i$, cuando $i = 0,1, \ldots, n$ (n es el orden de la ecuación característica).
2. Subprograma de diagonalización y cálculo del determinante característico.
3. Subprograma de determinación de los coeficientes de la ecuación característica por la fórmula de interpolación de Lagrange.
4. Subprograma de cálculo de los elementos de la tabla de Routh.

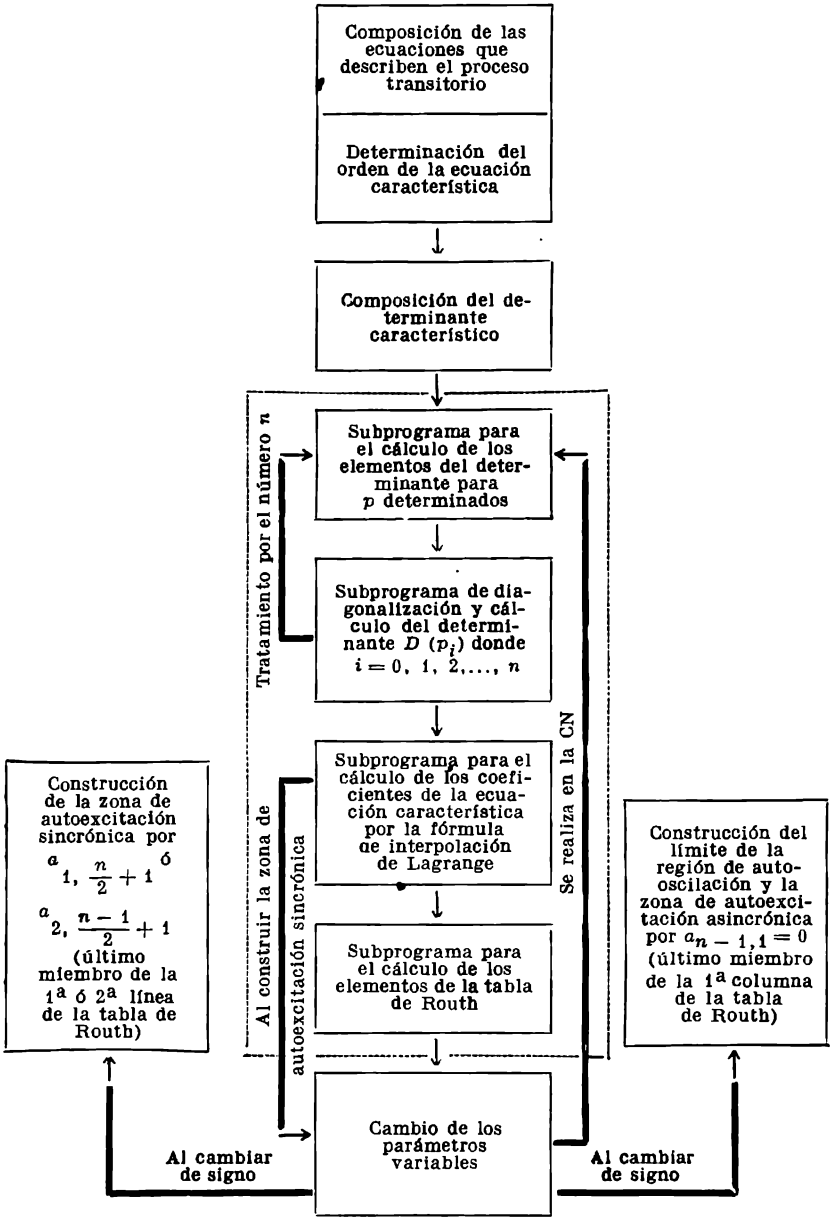


FIG. 3-15. Esquema en bloque del programa de cálculo de la autoexcitación y la autooscilación en sistemas eléctricos

El subprograma de cálculo de los elementos del determinante característico no puede ser normalizado (cualquiera que sea el tipo de inestabilidad), pues el mismo depende de la forma de sus elementos. El último, se determina con el planteamiento del problema y la forma en que se hayan escrito las ecuaciones iniciales.

Al analizar la autoexcitación y la autooscilación en sistemas complejos, este subprograma tiene cuatro variantes normalizadas:

1) dos para determinar las condiciones de autoexcitación y autooscilación de grupo de máquinas, con respecto al sistema en conjunto;

2) y dos para determinar las mismas condiciones con respecto a las máquinas del grupo considerado.

El segundo subprograma es normalizado. Por el mismo se calculan las magnitudes del determinante característico para distintos $p = p_i$ (aquí p_i son números arbitrarios mediante los cuales se halla el valor numérico del determinante característico, $i = 0, 1, \ldots, n$, siendo n el orden de la ecuación característica).

El algoritmo del tercer subprograma es normalizado. Como resultado de este subprograma normalizado se obtienen los coeficientes de la ecuación característica, los que, por ser positivos, permiten juzgar el cumplimiento de las condiciones necesarias de estabilidad correspondientes a los parámetros del sistema y su régimen, previamente adoptados.

El cumplimiento de las condiciones suficientes de la estabilidad se verifica conforme al cuarto subprograma normalizado, escribiendo la tabla de Routh, conforme a los coeficientes previamente hallados de la ecuación característica. Al completar la tabla de Routh, las dos primeras líneas las ocupan estos coeficientes a_0, a_2, a_4, ... y a_1, a_3, a_5... El cálculo de los restantes elementos de la tabla se realiza en la CN. Si se designan por j las líneas de la tabla de Routh y por i a sus columnas, el cálculo se inicia del elemento en que $j = 3$; $i = 1$. Para componer el algoritmo general es conveniente utilizar la variante más difundida de la tabla de Routh y escribir la misma como se indica en la tabla de la pag. 172.

En la última columna, cuando la ecuación característica es de orden par, $n_1 = n$; si es impar, $n_1 = n - 1$. El algoritmo de cálculo de los elementos se expresa así:

$$a_{ji} = \frac{a_{j-1,\,1}a_{j-2,\,i+1} - a_{j-2,\,1}a_{j-1,\,i+1}}{a_{j-1,\,1}}.$$

El esquema en bloque está representado en la fig. 3-16. El cálculo se inicia determinando los elementos de la línea $j = 3$,

Línea j	Columna i				
	1	2	3	4	$\frac{n_1}{2}+1$
1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	$a_{1,\frac{n_1}{2}+1}$
2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	$a_{2,\frac{n_1}{2}+1}$
. . . $n-1$	$a_{n-1,1}$	$a_{n-1,2}$			
n	$a_{n,1}$				

para $i = 1, 2...$ y se continúa hasta que uno de los elementos a_{3i} no se iguale a cero. Para $a_{3i}=0$, se comienza el cálculo de la siguiente línea a_{4i}, etc. El cálculo se detiene una vez obtenida la última línea, en la que haya sólo un elemento $a_{n,1}$ (es decir, el término independiente de la ecuación característica) distinto de cero.

El subprograma ocupa 60 elementos incompletos de una máquina «Ural-2», y puede ser utilizado si el orden de la ecuación característica no es superior a 33.

Veamos como ejemplo la construcción del límite de la región de autooscilación de un grupo de máquinas eléctricas respecto a un sustema potente, en el plano de los dos parámetros (E_Q y δ).

Se asignan varios valores a E_Q y de δ entre los límites que interesan. Utilizando los subprogramas considerados se obtienen los coeficientes de la tabla de Routh $a_{n-1,1}$ y $a_{n,1}$ para un solo valor de E_Q y varios valores de δ. El paso por cero (intersección con el eje de abscisas) de la característica $a_{n-1\,1} = f(\delta)$ se fija en la máquina como aparición de la inestabilidad periódica y corresponde a un punto del límite de la región de autooscilación en el plano de los parámetros E_Q y δ.

Repitiendo análogos cálculos para los otros valores de F_Q se obtiene el límite de la región de autooscilación.

El tiempo total del cálculo de un punto del límite de la región de autooscilación es la suma de los tiempos empleados en realizar cada subprograma por separado. Así, el tiempo del cálculo

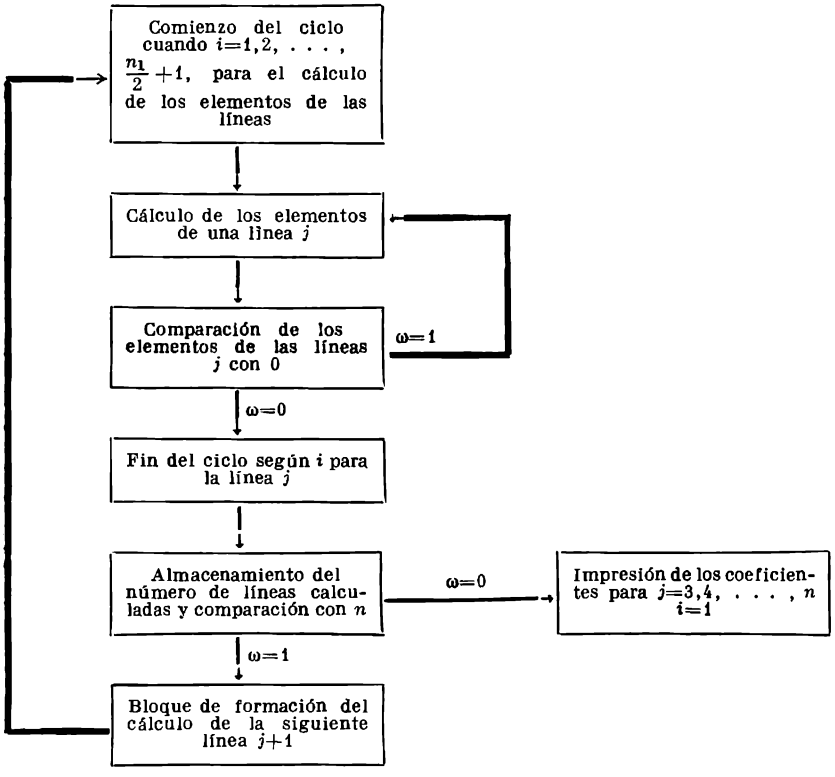


FIG. 3-16. Esquema en bloque del cálculo de los elementos de la tabla de Routh

de un punto del límite de la región de estabilidad del sistema, cuyo estado está descrito por una ecuación característica del 7° al 10° orden, es de 1,5-2 minutos.

Al construir las zonas de autoexcitación se dan una serie de valores de x_c y, para cada uno de ellos, se toman varios valores de R. El cálculo del límite de la zona de autoexcitación asincrónica no se diferencia en nada del previamente descrito. La zona de autoexcitación sincrónica se determina basándose en que el término independiente de la ecuación característica $\left(a_{1,\frac{n}{2}+1}=0\right.$ ó $\left.a_{2,\frac{n-1}{2}+1}=0\right)$ debe igualarse a cero cuando varían x_c y R.

SUPLEMENTO 3-1

Expresiones de cálculo para el análisis de la autoexcitación y la autooscilación

$$a_0 = T_{d0} x_q x'_d;$$

$$a_1 = T_{d0} R (x_q + x'_d) + x_q x_d;$$

$$a_2 = T_{d0} (2 x_q x'_d + x_c x'_d + x_q x_c) + T_{d0} R^2 + R (x_q + x_d);$$

$$a_3 = x_c x_d + x_c x_q + 2 x_q x_d + R^2 + T_{d0} R (2 x_c + x_q + x'_d);$$

$$a_4 = T_{d0} (x_c - x_q) (x_c - x'_d) + T_{d0} R^2 + R (2 x_c + x_q + x_d);$$

$$a_5 = (x_c - x_d) (x_c - x_q) + R^2.$$

SUPLEMENTO 3-2

$$a_0 = T_{d0} T_{Q0} T_2 x''_q x''_d;$$

$$a_1 = T_{d0} T_{Q0} T_2 R (x''_q + x''_d) + T_{d0} T_{Q0} x'_d x''_q + T_{D0} T_{Q0} x''_q x_1 + T_{d0} T_2 x_q x''_d;$$

$$a_2 = T_{d0} T_{Q0} T_2 (x_c x''_d + x_c x''_q + 2 x''_q x''_d + R^2) + T_{d0} T_{Q0} R (x''_q + x'_d) +$$

$$+ T_{d0} T_2 R (x''_d + x_q) + T_{Q0} T_{D0} R (x''_q + x_1) + T_{d0} x_q x'_d + T_{Q0} x_d x''_q + T_{D0} x_q x''_d;$$

$$a_3 = T_{d0} T_{Q0} T_2 R (x''_d + x''_q + 2 x_c) + T_{d0} T_{Q0} (x_c x'_d + x_c x''_q + 2 x'_d x''_q + R^2) +$$

$$+ T_{d0} T_2 (x_c x''_d + 2 x_q x''_d + x_q x_c + R^2) + T_{Q0} T_{D0} (x_c x''_q + x_c x_1 + 2 x''_q x_1 + R^2) +$$

$$+ T_{d0} R (x_q + x'_d) + T_{D0} R (x_q + x_1) + T_{Q0} R (x_d + x''_d) + x_d x_q;$$

$$a_4 = T_{d0} T_{Q0} T_2 (x''_q - x_c) (x''_d - x_c) + T_{d0} T_{Q0} T_2 R^2 +$$

$$+ T_{d0} T_{Q0} R (x''_q + x'_d + 2 x_c) + T_{d0} T_2 (x_q + x''_d + 2 x_c) R +$$

$$+ T_{D0} T_{Q0} R (x''_q + x_1 + 2 x_c) + T_{d0} (x_c x'_d + x_q x_c + 2 x_q x'_d + R^2) +$$

$$+ T_{D0} (x_q x_c + x_1 x_c + 2 x_1 x_q + R^2) + T_{Q0} (x_c x''_q + x_c x_d + 2 x_d x''_q + R^2) + R (x_q + x_d);$$

$$a_5 = T_{d0} T_{Q0} (x'_d - x_c) (x''_q - x_c) + T_{d0} T_{Q0} R^2 + T_{d0} T_2 (x''_d - x_c) (x_q - x_c) +$$

$$+ T_{d0} T_2 R^2 + T_{Q0} T_{D0} R^2 + T_{Q0} T_{D0} (x_1 - x_c) (x''_q - x_c) +$$

$$+ T_{d0} R (x_q + x'_d + 2 x_c) + T_{D0} R (x_q + x_1 + 2 x_c) +$$

$$+ T_{Q0} R (x_d + x''_q + 2 x_c) + x_q x_c + 2 x_q x_d + x_c x_d + R^2;$$

$$a_6 = T_{d0} (x'_d - x_c) (x_q - x_c) + T_{d0} R^2 + T_{D0} (x_q - x_c) (x_1 - x_c) +$$

$$+ T_{D0} R^2 + T_{Q0} (x_d - x_c) (x''_q - x_c) + T_{Q0} R^2 + R (x_q + x_d + 2 x_c);$$

$$a_7 = (x_d - x_c) (x_q - x_c) + R^2,$$

donde

$$x_1 = x_d - \frac{x_{ad}}{x_{11d}}; \qquad T_{d0} = \frac{x_{ffd}}{R_{fd}}; \qquad T_{Q0} = \frac{x_{11q}}{R_{1q}};$$

$$T_{D0} = \frac{x_{11d}}{R_{1d}}: \qquad T_2 = \frac{x_{11d} - \frac{x_{ad}}{x_{ffd}}}{R_{1d}}.$$

SUPLEMENTO 3-3

$$\Delta R = \frac{(R_2 + R_c) R_2 R_c + R_2 x_c^2 + R_c x_2^2}{(R_2 + R_c)^2 + (x_2 + x_c)^2};$$

$$\Delta x = \frac{R_2^2 x_c + R_c^2 x_2 + (x_2 + x_c) x_2 x_c}{(R_2 + R_c)^2 + (x_2 + x_c)^2}.$$

Si $R_2 = 0$, entonces,

$$\Delta R = \frac{R_c x_2^2}{R_c^2 + (x_2 + x_c)^2};$$

$$\Delta x = x_2 \frac{R_c^2 + x_c^2 + x_c x_2}{R_c^2 + (x_2 + x_c)^2}.$$

SUPLEMENTO 3-4

$$a_0 = T_J T_{d0} x'_{d\Sigma} x_{q\Sigma};$$

$$a_1 = T_J [x_{d\Sigma} x_{q\Sigma} + T_{d0} R (x'_{d\Sigma} + x_{q\Sigma})];$$

$$a_2 = T_J [R (x_{d\Sigma} + x_{q\Sigma}) + T_{d0} (x'_{d\Sigma} x_{q\Sigma} + R^2)] +$$

$$+ T_{d0} \left\{ x'_{d\Sigma} E_{Q0} \left[R \frac{E_{Q0}}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} \alpha_{11Q} + x_{q\Sigma} \frac{U}{z_{q\Sigma}} \cos (\delta_0 - \alpha_{11Q}) \right] + \right.$$

$$\left. + x_{q\Sigma}^2 (x_{q\Sigma} - x'_{d\Sigma}) \left[\frac{E_{Q0}}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} \alpha_{11Q} + \frac{U}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} (\delta_0 - \alpha_{11Q}) \right]^2 \right\};$$

$$a_3 = T_J (x_{d\Sigma} x_{q\Sigma} + R^2) + T_{d0} \left\{ (R^2 - x'_{d\Sigma} x_{q\Sigma}) \frac{E_{Q0}^2}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} \alpha_{11Q} + \right.$$

$$+ R (x'_{d\Sigma} + x_{q\Sigma}) \frac{E_{Q0} U}{z_{q\Sigma}} \cos (\delta_0 - \alpha_{11Q}) +$$

$$\left. + 2 (x_{q\Sigma} - x'_{d\Sigma}) R x_{q\Sigma} \left[\frac{E_{Q0}}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} \alpha_{11Q} + \frac{U}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} (\delta_0 - \alpha_{11Q}) \right]^2 \right\} +$$

$$+ \left\{ x_{d\Sigma} E_{Q0} \left[R \frac{E_{Q0}}{z_{q\Sigma}} \operatorname{sen} \alpha_{11Q} + x_{q\Sigma} \frac{U}{z_{q\Sigma}} \cos (\delta_0 - \alpha_{11Q}) \right] - \right.$$

$$-x_{q\Sigma}^2(x_{d\Sigma}-x_{q\Sigma})\left[\frac{E_{Q0}}{z_{q\Sigma}}\operatorname{sen}\alpha_{11Q}+\frac{U}{z_{q\Sigma}}\operatorname{sen}(\delta_0-\alpha_{11Q})\right]^2\Big\};$$

$$a_4=T_{d0}(x'_{d\Sigma}x_{q\Sigma}+R^2)c_2+$$

$$+\left[(R^2-x_{d\Sigma}x_{q\Sigma})\frac{E_{Q0}^2}{z_{q\Sigma}}\operatorname{sen}\alpha_{11Q}+R(x_{d\Sigma}+x_{q\Sigma})\frac{E_{Q0}U}{z_{q\Sigma}}\cos(\delta_0-\alpha_{11Q})\right]-$$

$$-2x_{q\Sigma}(x_{d\Sigma}-x_{q\Sigma})R\left[\frac{E_{Q0}}{z_{q\Sigma}}\operatorname{sen}\alpha_{11Q}+\frac{U}{z_{q\Sigma}}\operatorname{sen}(\delta_0-\alpha_{11Q})\right]^2;$$

$$a_5=(x_{d\Sigma}x_{q\Sigma}+R^2)c_1,$$

donde

$$c_1=\frac{E_QU}{z_{q\Sigma}}\cos(\delta-\alpha_{11Q})-$$

$$-\frac{x_{d\Sigma}-x_{q\Sigma}}{x_{d\Sigma}x_{q\Sigma}+R^2}[2E_Q\operatorname{sen}\alpha_{11Q}+U\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{11Q})]U\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{11Q});$$

$$c_2=\frac{E_QU}{z_{q\Sigma}}\cos(\delta-\alpha_{11Q})-$$

$$-\frac{x'_{d\Sigma}-x_{q\Sigma}}{x'_{d\Sigma}x_{q\Sigma}+R^2}[2E_Q\operatorname{sen}\alpha_{11Q}+U\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{11Q})]U\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{11Q});$$

$$T'_d=T_{d0}\frac{x'_{d\Sigma}x_{q\Sigma}+R^2}{x_{d\Sigma}x_{q\Sigma}+R^2};$$

$$z_{q\Sigma}=\sqrt{x_{q\Sigma}^2+R^2};\qquad \alpha_{11Q}=\operatorname{arctg}\frac{R}{x_{q\Sigma}}.$$

Al despreciar los procesos transitorios en los circuitos del estator, las ecuaciones diferenciales linealizadas del sistema (véase la fig. 3-1) tienen las siguientes formas:

$$T_Jp^2\Delta\delta+\Delta P=0$$

$$\Delta P=c_1\Delta\delta+b_1\Delta E_q;$$

$$\Delta P=c_2\Delta\delta+b_2\Delta E'_q;$$

$$T_{d0}p\Delta E'_q+\Delta E_q=0.$$

La ecuación característica del sistema es

$$T_JT'_dp^3+T_Jp^2+T'_dc_2p+c_1=0.$$

A las desigualdades (3-29) les corresponde la condición

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} T_J & c_1 \\ T_JT'_d & T'_dc_2 \end{vmatrix}\leqslant 0.$$

Parámetro regulable	$M(p)$	$N(p)$	$L(p)$
ΔU_g	$-\left[(R+x_{ext}p)\times\right.$ $\times\left(\frac{U_{gd0}}{U_{g0}}\right)-$ $\left.-x_{ext}\left(\frac{U_{gq0}}{U_{g0}}\right)\right]$	$-\left[x_{ext}\left(\frac{U_{gd0}}{U_{g0}}+\right.\right.$ $+(R+x_{ext}p)\times$ $\left.\left.\times\left(\frac{U_{gq0}}{U_{g0}}\right)\right]\right.$	$-\left[(x_{ext}i_{q0}p-\right.$ $-U\cos\delta_0)\left(\frac{U_{gd0}}{U_{g0}}\right)-$ $-(x_{ext}i_{d0}p+$ $+U\operatorname{sen}\delta_0)\times$ $\left.\times\left(\frac{U_{gq0}}{U_{g0}}\right)\right]$
ΔI	$\frac{I_{d0}}{I_0}$	$\frac{I_{q0}}{I_0}$	0
$\Delta\delta$	0	0	1

$$b_0=T_J x_{q\Sigma};$$

$$b_1=T_J R;$$

$$b_2=T_J x_{q\Sigma}+[(\psi_{d0}-I_{d0}x_{q\Sigma})\,\psi_{q0}-\psi_{q0}^2;$$

$$b_3=-[(\psi_{d0}-I_{d0}x_{q\Sigma})\,\psi_{q0}+(\psi_{d0}+I_{q0}R)\,\psi_{q0}-$$

$$-(\psi_{d0}-I_{d0}x_{q\Sigma})\,U\operatorname{sen}\delta_0-\psi_{q0}U\cos\delta_0];$$

$$b_4=-[\psi_{q0}U\operatorname{sen}\delta_0-(\psi_{d0}-I_{d0}x_{q\Sigma}+I_{q0}R)\,U\cos\delta_0];$$

$$c_0=-T_J R+\psi_{d0}\psi_{q0};$$

$$c_1=RI_{q0}\psi_{d0}+\psi_{q0}U\operatorname{sen}\delta_0-\psi_{q0}^2;$$

$$c_2=I_{q0}\,(x_{q\Sigma}U\cos\delta_0+RU\operatorname{sen}\delta_0);$$

$$d_0=x_{q\Sigma}\psi_{q0};$$

$$d_1=2R\psi_{q0};$$

$$d_2=I_{q0}R^2+\psi_{q0}x_{q\Sigma}+R\,(\psi_{d0}-i_{d0}x_{q\Sigma}).$$

CAPITULO 4

ESTABILIDAD DINAMICA

§ 4-1. CORRIENTES Y MOMENTOS GENERADOS EN UNA MAQUINA SINCRONICA AL PERTURBARSE BRUSCAMENTE EL REGIMEN

Al variar el régimen del generador sobre el eje aparecen, además del momento fundamental, los siguientes momentos suplementarios originados por los campos electromagnéticos independientes de la máquina:

1. Momento de signo variable en el tiempo debido a la interacción de las corrientes periódicas del rotor con el flujo producido por la componente aperiódica de la corriente del estator. Este momento puede contener una serie ilimitada de armónicas pares e impares.

2. Momento aperiódico, debido a las pérdidas de la potencia en las resistencias óhmicas de los devanados del rotor.

Al variar los regímenes tanto del estator como del rotor surgen corrientes independientes y los correspondientes flujos magnéticos.
Al girar el rotor, su campo aperiódico corta el devanado cerrado del estator, lo que da lugar a la aparición de este momento aperiódico de signo invariable. La magnitud de este momento, en unidades relativas, numéricamente es igual a la magnitud de las pérdidas activas en la resistencia del estator de las componentes periódicas de la corriente de cortocircuito.

3. Momento aperiódico debido a las pérdidas de potencia en las resistencias óhmicas del circuito del rotor.

Como se indicó antes el campo aperiódico del estator se origina en caso de un cortocircuito. En este campo giran los circuitos cerrados del rotor, lo que conduce a la aparición del momento aperiódico de signo invariable. La magnitud de este momento, en unidades relativas, numéricamente es igual a las pérdidas de las componentes periódicas de la corriente del rotor en las resistencias de sus devanados. Por su naturaleza, este momento es análogo al momento anterior.

La influencia de los momentos enumerados sobre el carácter de los procesos transitorios electromecánicos depende del tipo,

lugar y duración del cortocircuito, así como de los parámetros del circuito y los parámetros del régimen inicial.
En la mayoría de los casos, al realizar los cálculos simplificados, se desprecian las componentes indicadas de los momentos. En los cálculos exactos, es necesario considerar las mismas; especialmente, al calcular los cortocircuitos próximos a las barras del generador.

§ 4-2. METODOLOGIA DE CALCULOS SIMPLIFICADOS DE LA ESTABILIDAD DINAMICA

En los cálculos simplificados se utilizan los métodos de integración numérica de las ecuaciones del movimiento relativo del rotor.
En el caso del circuito elemental («central-barras») la ecuación del movimiento relativo del rotor puede escribirse del siguiente modo

$$\alpha = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{360 f \Delta P}{T_J}$$

donde α es la velocidad angular, grad eléc/s^2;
f, la frecuencia de la corriente alterna en la red, Hz;
ΔP, la diferencia entre las potencias del motor primario (turbina) y del generador, unid. relat.;
T_J, la constante de inercia del grupo generador, s.
Para el cálculo de la dependencia $\delta = f(t)$, el proceso transitorio se divide en cortos períodos de tiempo Δt, durante los cuales la aceleración α se considera constante; además, los valores iniciales de las variables de los intervalos siguientes se toman iguales a los valores finales de los intervalos anteriores.
En el primer intervalo, la velocidad inicial relativa es igual a cero, y, para una aceleración α_0 constante, la variación del ángulo por intervalo es de

$$\Delta\delta_1 = 0{,}5\alpha_0\Delta t^2 = 0{,}5\frac{\Delta P_0}{T_J}360 f \Delta t^2.$$

Conociendo la variación del ángulo por intervalo, se puede hallar la variación de la potencia al final del intervalo ΔP_1, y, por el mismo, hallar la aceleración al final del primero o al comienzo del siguiente intervalo

$$\alpha_1 = \frac{\Delta P_1}{T_J}360 f.$$

El incremento del ángulo en el segundo intervalo puede ser hallado por la expresión

$$\Delta\delta_2 = \Delta\omega_1\Delta t + 0{,}5\alpha_1\Delta t^2.$$

La magnitud de $\Delta\omega_1$, a lo largo del intervalo, no es constante. La determinamos por la aceleración media al principio y al final del

intervalo

$$\Delta\omega_1 = 0{,}5\,(\alpha_0 + \alpha_1)\,\Delta t.$$

En este caso, la expresión que corresponde a $\Delta\delta_2$ puede escribirse del siguiente modo

$$\Delta\delta_2 = 0{,}5\alpha_0\Delta t^2 + \alpha_1\Delta t^2,$$

ó

$$\Delta\delta_2 = \Delta\delta_1 + \alpha_1\Delta t^2.$$

Análogamente se pueden obtener las expresiones del incremento del ángulo en todo intervalo posterior. Por lo tanto:

$$\Delta\delta_1 = k0{,}5\Delta P_0,$$
$$\Delta\delta_2 = \Delta\delta_1 + k\Delta P_1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + k\Delta P_{n-1}$$

donde $k = \frac{18000}{T_J}\,\Delta t^2$.

Cuando el régimen varía a saltos durante el proceso transitorio (al desconectarse parte de los generadores, de la línea deteriorada, etc.) y cuando el exceso de potencia, igual a ΔP_k, repentinamente varía hasta la magnitud $\Delta P'_k$, el incremento del ángulo en el intervalo $k+1$ se halla por la expresión

$$\Delta\delta_{k+1} = \Delta\delta_k + k0{,}5\,(\Delta P_k + \Delta P'_k).$$

En sistemas elementales, en los que no se consideran las resistencias óhmicas, el exceso de potencia en el intervalo n se determina por la expresión

$$\Delta P_n = P_{n\,\text{mec}} - P_{n\,\text{eléc}} = P_{n\,\text{mec}} - E_n U y_{12}\,\text{sen}\,\delta_{n-1},$$

donde E_n es el valor de la f. e.m. en el intervalo n, tomado para el cálculo;

U, la tensión en la terminal de la transmisión eléctrica;

y_{12}, la susceptancia inductora mutua de la derivación entre la f.e.m. E_n y la tensión U.

En los sistemas complejos, compuestos de varias centrales, el $P_{n\,\text{elé}}$ de cada central se determina por las conductibilidades propias y mutuas.

Al determinar la magnitud ΔP_n, el valor de la f.e.m. E_n se toma como constante ($E_n = E'_q \approx E'$) o se halla como función del ángulo y del tiempo $E_q = f\,(\delta,\ t)$ y $E_Q = \varphi\,(\delta,\ t)$.

El método de intervalos sucesivos también se emplea al considerar los procesos transitorios electromagnéticos que surgen por la acción de los dispositivos de regulación automática de excitación de los generadores. En este caso, a la ecuación diferencial del estado electromecánico de cada central se suman las ecuaciones diferencia-

les del estado electromagnético, es decir, las correlaciones entre la f.e.m. E'_q transitoria (ahora no constante), f.e.m. E_q o E_Q y los ángulos entre la f.e.m. de la central considerada y las otras (δ_{12} . . . δ_{1n}).

En este caso, el cálculo del proceso transitorio de una máquina de polos salientes se realiza en el orden siguiente:

1. En el régimen inicial se determinan los valores de la potencia P_0, del ángulo δ_0 de la f.e.m. E'_{q0} transitoria, la f.e.m. E_{q0}, y la tensión de la excitatriz U_e correspondiente.
2. Se determinan las conductibilidades propias y mutuas.
3. De acuerdo con las características de los reguladores y excitatrices se construyen las curvas de la tensión de la excitatriz U_e y de la correspondiente f.e.m. E_{qe} en función del tiempo.
4. Se determina la f.e.m. de la marcha en vacío correspondiente al primer momento de perturbación del régimen, por la fórmula

$$E_{q[0]} = \frac{E'_{q0} - U y_{12} (x_d - x'_d) \cos (\delta_0 - \alpha_{12})}{1 - y_{11} (x_d - x'_d) \cos \alpha_{11}} .$$

5. Se halla la variación de la f.e.m. transistoria en el curso del primer intervalo calculado

$$\Delta E'_{q1} = \frac{E'_{qe1} - E_{q[0]}}{T_{d0}} \Delta t,$$

donde E_{qe1} es el valor medio de E_{qe}, en el intervalo indicado.

6. Se determina el valor de E'_q al final del intervalo dado (comienzo del otro)

$$E'_{q1} = E'_{q0} + \Delta E'_{q1} .$$

7. Se determina la potencia activa del generador al comienzo del intervalo en cuestión

$$P_0 = E^2_{q[0]} y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} + E_{q[0]} U y_{12} \operatorname{sen} (\delta_0 - \alpha_{12}).$$

8. Se halla el desequilibrio entre las potencias mecánica y eléctrica del generador ΔP_0.

9. Se determina el incremento del ángulo $\Delta\delta_1$ y el ángulo al comienzo del siguiente intervalo.

Mediante estos cálculos se obtienen los valores de E'_q y δ al comienzo del intervalo siguiente, con los cuales se puede hallar de nuevo la magnitud de la f.e.m. E_q y repetir el cálculo correspondiente al nuevo intervalo.

En el caso de una máquina de polos salientes, el cálculo se complica un tanto debido a que ésta no puede representarse en forma de un circuito equivalente de sustitución. Habitualmente, en lugar de una máquina real se considera una máquina ficticia de idénticas resistencias en los ejes longitudinal y transversal, iguales a x_q y con f.e.m. E_Q ficticia.

La diferencia en el método de cálculo, en comparación con las máquinas de polos no salientes, consiste en que el valor E_q se halla por la fórmula

$$E_{q[0]} = E_{Q[0]} \frac{x_d - x'_d}{x_q - x'_d} - E'_{q0} \frac{x_d - x_q}{x_q - x'_d},$$

donde

$$E_{Q[0]} = \frac{E'_{q0} - U y_{12} (x_q - x'_d) \cos(\delta_0 - \alpha_{12})}{1 - y_{11} (x_q - x'_d) \cos \alpha_{11}}.$$

La potencia activa P se determina por la misma fórmula que la del generador de polos no salientes, sólo que en lugar de los valores de la f.e.m. E_q se ponen los valores de la f.e.m. E_Q ficticia.

El cálculo de los procesos transitorios en el sistema complejo en principio no se diferencia en nada del considerado. La sucesión del cálculo es, en este caso, la siguiente:

1. Al comienzo de cada intervalo n, conforme a los valores conocidos de los ángulos y de las f.e.m. transitorias, se hallan las f.e.m. $E_{Q1}, E_{Q2} \ldots E_{Qm}$ ficticias. En el caso general, para hallar estas f.e.m. en cada intervalo de tiempo deben ser resueltos sistemas de ecuaciones del tipo:

$$A_1 E'_{q1(n-1)} = a_{11} E_{Q1(n-1)} + a_{12(n-1)} E_{Q2(n-1)} + \ldots + a_{1m(n-1)} E_{Qm(n-1)},$$

$$A_2 E'_{q2(n-1)} = a_{21(n-1)} E_{Q1(n-1)} + a_{22} E_{Q2(n-1)} + \ldots + a_{2m(n-1)} E_{Qm(n-1)},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$A_m E'_{qm(n-1)} = a_{m1(n-1)} E_{Q1(n-1)} + a_{m2(n-1)} E_{Q2(n-1)} + \ldots + a_{mm} E_{Qm(n-1)},$$

donde

$$A_k = \frac{1}{x_{qk} - x'_{dk}}; \quad a_{kk} = \frac{1}{x_{qk} - x'_{dk}} - y_{kk} \cos \alpha_{kk};$$

$$a_{1k(n-1)} = y_{1k} \cos(\delta_{1k(n-1)} - \alpha_{1k});$$

$$a_{k1(n-1)} = y_{k1} \cos(\delta_{k1(n-1)} - \alpha_{k1}).$$

2. Se calculan las f.e.m. E_q por las expresiones:

$$E_{q1(n-1)} = E_{Q1(n-1)} \frac{x_{d1} - x'_{d1}}{x_{q1} - x'_{d1}} - E'_{q1(n-1)} \frac{x_{d1} - x_{q1}}{x_{q1} - x'_{d1}};$$

$$E_{q2(n-1)} = E_{Q2(n-1)} \frac{x_{d2} - x'_{d2}}{x_{q2} - x'_{q2}} - E'_{q2(n-1)} \frac{x_{d2} - x_{q2}}{x_{q2} - x'_{d2}};$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$E_{qm(n-1)} = E_{Qm(n-1)} \frac{x_{dm} - x'_{dm}}{x_{qm} - x'_{dm}} - E'_{qm(n-1)} \frac{x_{dm} - x_{qm}}{x_{qm} - x_{dm}}.$$

3. Se halla la variación de la f.e.m. E'_q por intervalo:

$$\Delta E'_{q1(n)} = \frac{E_{qe1(n)} - E_{q1(n-1)}}{T_{d01}} \Delta t;$$

$$\Delta E'_{q2(n)} = \frac{E_{qe2(n)} - E_{q2(n-1)}}{T_{d02}} \Delta t;$$

. . . . . .

$$\Delta E'_{qm(n)} = \frac{E_{qem(n)} - E_{qm(n-1)}}{T_{d0m}} \Delta t.$$

4. Se hallan nuevos valores de la f.e.m. E'_q al final del intervalo:

$$E'_{q1(n)} = E'_{q1(n-1)} + \Delta E'_{q1(n)};$$

$$E'_{q2(n)} = E'_{q2(n-1)} + \Delta E'_{q2(n)};$$

. . . . . .

$$E'_{qm(n)} = E'_{qm(n-1)} + \Delta E'_{qm(n)}.$$

5. Se determina la potencia entregada por cada máquina:

$$P_{1(n-1)} = E^2_{Q1(n-1)} y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} +$$

$$+ E_{Q1(n-1)} E_{Q2(n-1)} y_{12} \operatorname{sen} (\delta_{12(n-1)} - \alpha_{12}) + \ldots$$

$$\ldots + E_{Q1(n-1)} E_{Qm(n-1)} y_{1m} \operatorname{sen} (\delta_{1m(n-1)} - \alpha_{1m});$$

$$P_{2(n-1)} = E_{Q2(n-1)} E_{Q1(n-1)} y_{21} \operatorname{sen} (\delta_{21(n-1)} - \alpha_{21}) +$$

$$+ E^2_{Q2(n-1)} y_{22} \operatorname{sen} \alpha_{22} + \ldots$$

$$\ldots + E_{Q2(n-1)} E_{Qm(n-1)} y_{2m} \operatorname{sen} (\delta_{2m(n-1)} - \alpha_{2m});$$

. . . . . .

$$P_{m(n-1)} = E_{Qm(n-1)} E_{Q1(n-1)} y_{m1} \operatorname{sen} (\delta_{m1(n-1)} - \alpha_{m1}) +$$

$$+ E_{Qm(n-1)} E_{Q2(n-1)} y_{m2} \operatorname{sen} (\delta_{m2(n-1)} - \alpha_{m2}) + \ldots$$

$$\ldots + E^2_{Qm(n-1)} y_{mm} \operatorname{sen} \alpha_{mm}.$$

6. Se halla el exceso de potencia:

$$\Delta P_{1(n-1)} = P_{01} - P_{1(n-1)};$$

$$\Delta P_{2(n-1)} = P_{02} - P_{2(n-1)};$$

. . . . . .

$$\Delta P_{m(n-1)} = P_{0m} - P_{m(n-1)}.$$

7. Se hallan los desplazamientos angulares de los rotores:

$$\Delta \delta_{1(n)} = \Delta \delta_{1(n-1)} + k_1 \Delta P_{1(n-1)};$$

$$\Delta \delta_{2(n)} = \Delta \delta_{2(n-1)} + k_2 \Delta P_{2(n-1)};$$

. . . . . .

$$\Delta \delta_{m(n)} = \Delta \delta_{m(n-1)} + k_m \Delta P_{m(n-1)}.$$

Después de un cambio brusco de régimen, las variaciones de los ángulos en el intervalo se hallan por las fórmulas:

$$\Delta\delta_{1(k)} = \Delta\delta_{1(k-1)} + k_1 \frac{\Delta P'_{1(k-1)} + \Delta P_{1(k-1)}}{2};$$

$$\Delta\delta_{2(k)} = \Delta\delta_{2(k-1)} + k_2 \frac{\Delta P'_{2(k-1)} + \Delta P_{2(k-1)}}{2};$$

. . . . . .

$$\Delta\delta_{m(k)} = \Delta\delta_{m(k-1)} + k_m \frac{\Delta P'_{m(k-1)} + \Delta P_{m(k-1)}}{2}.$$

8. Se calculan nuevos valores de los ángulos:

$$\delta_{1(n)} = \delta_{1(n-1)} + \Delta\delta_{1(n)};$$
$$\delta_{2(n)} = \delta_{2(n-1)} + \Delta\delta_{2(n)};$$
. . . . . .
$$\delta_{m(n)} = \delta_{m(n-1)} + \Delta\delta_{m(n)}.$$

A continuación, se pasa al cálculo del intervalo siguiente.
Al calcular los procesos transitorios electromecánicos por el método de intervalos sucesivos, en caso de necesidad, se puede considerar la regulación del motor primario.

§ 4-3. METODOLOGIA DE LOS CALCULOS EXACTOS DE LA ESTABILIDAD DINAMICA POR EL METODO DE INTERVALOS SUCESIVOS

En los cálculos exactos es importante tener en cuenta la acción de los momentos suplementarios relacionados con la presencia de campos magnéticos independientes que se originan en el generador al perturbarse el régimen. La metodología de cálculo y las fórmulas necesarias para el cálculo de las componentes del momento en los intervalos está dado para el caso del cortocircuito simétrico (trifásico). Para perturbaciones asimétricas del régimen, el cálculo puede realizarse de modo análogo.

Metodología de la consideración de los momentos suplementarios

1. *Consideración del momento de signo variable*

Los momentos de signo variable de frecuencias básica y doble surgen con un cortocircuito trifásico.
El momento de frecuencia básico de un generador que trabaja en carga hasta el cortocircuito se determina por la ecuación

$$M_{\sim} = \left[\frac{E_q}{x_{d\Sigma}} + \left(\frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}} - \frac{E_q}{x_{d\Sigma}}\right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \left(\frac{E''_q}{x''_{d\Sigma}} - \frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}}\right) e^{-\frac{t}{T''_d}}\right] \times$$

$$\left. \times U_{cc} e^{-\frac{t}{T_a}} \operatorname{sen}(\omega t + \delta_{cc}) - \right.$$

$$- \left(\frac{E''_d}{x''_{q\Sigma}} - \frac{E''_d}{x_{q\Sigma}} \right) e^{-\frac{t}{T''_q}} U_{cc} e^{-\frac{t}{T_a}} \cos(\omega t + \delta_{cc}), \qquad (4\text{-}1)$$

donde E_q, E'_q, E''_q, E''_d son respectivamente las f.e.m. a continuación de las resistencias sincrónica x_d, transitoria x'_d y las inductancias supertransitorias x''_d y x''_q de los generadores, en unidades relativas;

$x_{d\Sigma}$, $x'_{d\Sigma}$, $x''_{d\Sigma}$, $x''_{q\Sigma}$ son las resistencias totales sincrónica, transitoria e inductancias supertransitorias, hasta el punto de cortocircuito, en unidades relativas;

T_a, T'_d, T''_d, T''_q son las constantes de tiempo de las componentes aperiódica, transitoria y supertransitorias de la corriente de cortocircuito, determinadas considerando las resistencias óhmicas y las inductancias hasta el punto de cortocircuito, en segundos;

U_{cc} es la tensión en el punto de cortocircuito hasta su origen, en unidades relativas;

δ_{cc} es el ángulo formado por el vector de la f.e.m. E_q y la tensión en el punto de cortocircuito U_{cc}, hasta el origen del cortocircuito, en grados.

Como ilustración, en la fig. 4-1 se muestra la curva del momento de signo variable de la frecuencia básica, en función del tiempo,

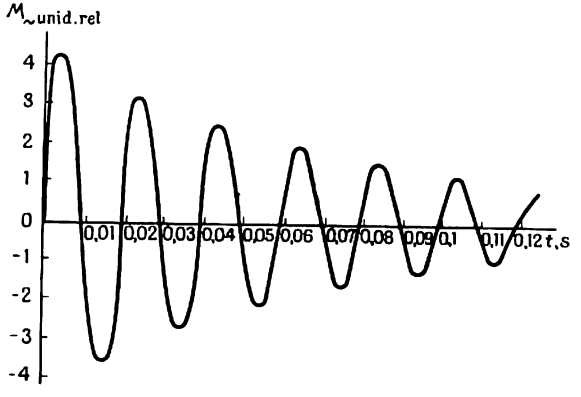


FIG. 4-1. Momento de signo variable de frecuencia básica

construida conforme a los resultados del cálculo por la fórmula (4-1), correspondiente a un cortocircuito trifásico al comienzo

de una línea de transmisión eléctrica del tipo de la Central Hidroeléctrica Vólzhskaya «V. I. Lenin» de Moscú.

En los cálculos de estabilidad dinámica por el método de intervalos sucesivos, la acción del momento de signo variable puede ser considerada introduciendo el momento suplementario, cuya magnitud puede hallarse por la expresión

$$M_{\sim(n)} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} M_{\sim}\, dt, \qquad (4\text{-}2)$$

donde $M_{\sim(n)}$ es la magnitud constante del momento, tomada para el cálculo del n-ésimo intervalo;

Δt es el intervalo de tiempo adoptado en el cálculo;

t_1 y t_2 son los instantes de tiempo correspondientes al comienzo y final del intervalo de cálculo.

La integración de la expresión, para el momento de signo variable, se reduce a la integración de una expresión del tipo:

$$e^{-\frac{t}{T}} \operatorname{sen}(\omega t + \delta)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t}{T}} \operatorname{sen}(\omega t + \delta)\, dt =$$

$$= \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{\sqrt{\left(-\frac{1}{T}\right)^2 + \omega^2}} \operatorname{sen}\left(\omega t + \delta - 180° + \operatorname{arctg}\frac{\omega}{\frac{1}{T}}\right)\Bigg|_{t_1}^{t_2},$$

donde $T = T\,(\text{s}) \cdot 314$ es la constante de tiempo expresada en radianes.

Para los generadores que trabajan a la frecuencia de 50 Hz, sin perjuicio de la exactitud, esta expresión puede escribirse de la siguiente forma

$$\int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t}{T}} \operatorname{sen}(\omega t + \delta)\, dt = \frac{e^{-\frac{t_1}{T}}}{\omega} \cos(\omega t_1 + \delta) - \frac{e^{-\frac{t_2}{T}}}{\omega} \cos(\omega t_2 + \delta).$$

Si se acepta que en los cálculos por el método de intervalos sucesivos, el intervalo de cálculo es múltiplo del período de la frecuencia básica (0,02; 0,04; 0,06 s ...), entonces, la expresión obtenida como resultado de la integración, se simplifica y toma la siguiente forma

$$\int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t}{T}} \operatorname{sen}(\omega t + \delta)\, dt = \frac{\cos\delta}{\omega} \left(e^{-\frac{t_1}{T}} - e^{-\frac{t_2}{T}}\right).$$

Por lo tanto, para determinar la magnitud del momento en el intervalo n, puede ser empleada la expresión

$$M_{\sim(n)} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} M_{\sim} dt = \frac{\cos\delta_{cc} U_{cc}}{\omega_0 \Delta t}\left\{\frac{E_q}{x_{d\Sigma}}\left(e^{-\frac{t_1}{T_a}} - e^{-\frac{t_2}{T_a}}\right) + \right.$$

$$+\left(\frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}} - \frac{E_q}{x_{d\Sigma}}\right)\left[e^{-\left(\frac{1}{T'_d}+\frac{1}{T_a}\right)t_1} - e^{-\left(\frac{1}{T'_d}+\frac{1}{T_a}\right)t_2}\right] +$$

$$\left. +\left(\frac{E''_q}{x''_{d\Sigma}} - \frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}}\right)\left[e^{-\left(\frac{1}{T''_d}+\frac{1}{T_a}\right)t_1} - e^{-\left(\frac{1}{T''_d}+\frac{1}{T_a}\right)t_2}\right]\right\} -$$

$$-\frac{\operatorname{sen}\delta_{cc} U_{cc}}{\omega_0 \Delta t}\left\{\left(\frac{E''_d}{x''_{q\Sigma}} - \frac{E''_d}{x_{q\Sigma}}\right)\left[e^{-\left(\frac{1}{T''_q}+\frac{1}{T_a}\right)t_1} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - e^{-\left(\frac{1}{T''_q}+\frac{1}{T_a}\right)t_2}\right]\right\}. \qquad (4\text{-}3)$$

El momento de signo variable de frecuencia doble se determina por la expresión

$$M_{2arm} = \frac{U_{cc}^2}{2}\left(\frac{1}{x''_{d\Sigma}} - \frac{1}{x''_{q\Sigma}}\right) e^{-\frac{2t}{T_a}} \operatorname{sen} 2(\omega_{0t} + \delta_{cc}).$$

En los turbogeneradores y generadores hidroeléctricos que poseen devanado amortiguador longitudinal-transversal, la magnitud del momento $M_{2\,arm}$ es pequeña, e incluso se puede despreciar en los cálculos exactos.
Siendo necesario considerar esta componente del momento, su magnitud en el intervalo puede determinarse de igual modo que la del momento de frecuencia básica.

2. *Consideración del momento aperiódico condicionado por las pérdidas de potencia en las resistencias óhmicas del estator*

La componente del momento M_{est} puede ser calculada por la fórmula

$$M_{est} = \left\{\left[\frac{E_q}{x_{d\Sigma}} + \left(\frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}} - \frac{E_q}{x_{d\Sigma}}\right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. +\left(\frac{E''_q}{x''_{d\Sigma}} - \frac{E'_q}{x'_{d\Sigma}}\right) e^{-\frac{t}{T''_d}}\right]^2 + \left[\left(\frac{E''_d}{x''_{q\Sigma}} - \frac{E''_d}{x_{q\Sigma}}\right) e^{-\frac{t}{T''_q}}\right]^2\right\} r_{est\,\Sigma}, \quad (4\text{-}4)$$

donde $r_{est\,\Sigma}$ es la resistencia óhmica total del circuito del estator hasta el punto de cortocircuito. Las restantes notaciones son idénticas a la de la fórmula (4-1).

En los cálculos por el método de intervalos sucesivos, el valor de M_{est} en el intervalo puede tomarse como el valor medio de esta función, al comienzo y al final del intervalo que se calcula, es decir

$$M_{est(n)} = \frac{M_{est}(t_1) + M_{est}(t_2)}{2} , \qquad (4\text{-}5)$$

donde t_1 y t_2 son los instantes de tiempo correspondientes al comienzo y al final del intervalo que se calcula.

3. *Consideración del momento aperiódico condicionado por las pérdidas de potencia en las resistencias óhmicas del rotor*

La componente del momento M_{rot} puede ser calculada por la fórmula

$$M_{rot} = \frac{U_{cc}^2}{2}\left(\frac{r_{rot\,d}}{x''^2_{d\Sigma}} + \frac{r_{rot\,q}}{x''^2_{q\Sigma}}\right) e^{-\frac{2t}{Ta}} ;$$

para $x''_d \approx x''_q$

$$M_{rot} = \frac{U_{cc}^2}{x^2_{2\Sigma}} r_{rot\,med}\, e^{-\frac{2t}{Ta}} , \qquad (4\text{-}6)$$

donde $r_{rot\,med}$ es la resistencia media de los circuitos equivalentes del rotor;

x_2 es la resistencia del generador a las corrientes inversas.

En los cálculos por el método de intervalos sucesivos, esta componente del momento puede introducirse en el cálculo por el

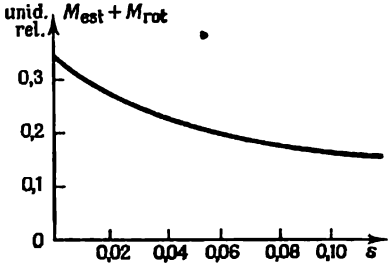


FIG. 4-2. El momento aperiódico en función de las pérdidas de potencia en las resistencias óhmicas de la máquina

valor medio del comienzo y del final del intervalo de cálculo, es decir

$$M_{rot}(n) = \frac{M_{rot}(t_1) + M_{rot}(t_2)}{2} , \qquad (4\text{-}7)$$

donde t_1 y t_2 son los instantes de tiempo correspondientes al comienzo y final del intervalo de cálculo.
A modo de ilustración, en la fig. 4-2 se muestra la curva del momento en función de las pérdidas activas en los devanados de un generador construida mediante los resultados de los cálculos por las fórmulas (4-4) y (4-6), para el cortocircuito trifásico al principio de una línea de transmisión del tipo de la CHE Vólzhskaya «V. I. Lenin» de Moscú.

En los cálculos exactos de los procesos transitorios electromecánicos, puede estimarse, aproximadamente, el frenado del generador por variación de su energía magnética media al perturbarse el régimen. La variación de la energía magnética de un generador hidroeléctrico, puede ser calculada por la fórmula

$$\Delta A_{\text{m med}} = \frac{1}{x''_{s\Sigma}} - I_d \cos(2\delta_{cc} + \varphi) + I_q \operatorname{sen}(2\delta_{cc} + \varphi) \qquad (4\text{-}8)$$

y la de un turbogenerador

$$\Delta A_{\text{m med}} = \frac{1 + \sigma E_q \cos(2\delta_{cc} + \varphi) - \sigma \cos(\delta_{cc} + \varphi)}{x''_{s\Sigma}}, \qquad (4\text{-}9)$$

donde

$$\frac{1}{x''_{s\Sigma}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x''_{d\Sigma}} + \frac{1}{x''_{q\Sigma}}\right);$$

$$\sigma \approx \frac{x''_{d\Sigma} + x''_{q\Sigma}}{x_{d\Sigma} + x_{q\Sigma}};$$

cos φ es el coeficiente medio de la potencia al arrancar del estado inmóvil la máquina no excitada.
En el cálculo por el método de intervalos sucesivos, el frenado del motor, cuando una parte de energía cinética del rotor se transforma en energía electromagnética del generador, puede ser considerado en forma aproximada introduciendo en el primer intervalo el momento M_h cuya magnitud puede ser determinada por $\Delta A_{\text{m med}}$. Al calcular en unidades relativas

$$M_h = \frac{\Delta A_{\text{m med}}}{\Delta t 314}, \qquad (4\text{-}10)$$

donde Δt es la duración del intervalo calculado.
Al calcular los siguientes intervalos, M_h se toma igual a cero.
En el caso de la máquina sin pérdida, el momento relacionado con la variación de la energía magnética media corresponde a $M_{\sim}$.

Sucesión del cálculo del tránsito dinámico considerando los momentos de frenado suplementarios

En el cálculo de la estabilidad dinámica, los valores de los momentos de frenado suplementarios $M_{\sim}$, M_{est} y M_{rot} se calculan respectivamente por las fórmulas (4-3), (4-5) y (4-7) para cada intervalo de cortocircuito.
Hay que tener en cuenta que la magnitud del intervalo calculado debe tomarse múltiplo del período de la frecuencia básica (0,02; 0,04 ó 0,06 s).

Se calcula el momento excesivo en el intervalo

$$\Delta M = M_0 - (M_{\sim} + M_{\text{est}} + M_{\text{rot}}). \qquad (4\text{-}11)$$

En ésta M_0 es el momento de rotación en régimen inicial, tomado igual a la potencia en unidades relativas.
Conforme al momento excesivo $\Delta M = \Delta P$ se calcula la variación del ángulo δ:

$$\Delta\delta_1 = \frac{360 f \Delta t^2}{T_J} \cdot \frac{\Delta P_1}{2};$$

$$\Delta\delta_2 = \Delta\delta_1 + \frac{360 f \Delta t^2}{T_J} \Delta P_2;$$

. . . . . .

$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + \frac{360 f \Delta t^2}{T_J} \Delta P_n.$$

Después de desconectar el cortocircuito, el cálculo del proceso transitorio se realiza por el método ordinario.

§ 4-4. CALCULOS EXACTOS CON EMPLEO DE LAS CURVAS DE LOS MOMENTOS EQUIVALENTES

Consideración de los momentos suplementarios para el circuito «central-barras»

Al calcular la estabilidad dinámica, considerando los momentos suplementarios de frenado que surgen en cortocircuito, el momento excesivo de cada intervalo se halla por la expresión (4-11), es decir, para cada intervalo calculado es necesario calcular $M_{\sim(n)}$, $M_{\text{est}\,(n)}$ y $M_{\text{rot}\,(n)}$. La consideración de los momentos suplementarios de frenado complica considerablemente el cálculo, haciéndolo más voluminoso y difícil. Al mismo tiempo, el desprecio de estos momentos puede conducir a considerables errores, especialmente en caso de cortocircuito próximo a las barras del generador.
Durante el cortocircuito, para considerar los momentos suplementarios de frenado, se pueden utilizar las curvas de momentos equivalentes mediante las cuales, en condiciones concretas (carga del generador en régimen inicial, distancia y duración del cortocircuito), se puede hallar el momento excesivo equivalente de magnitud constante.
Las curvas correspondientes al turbogenerador tipo, a distintas duraciones del cortocircuito (0,12; 0,16; 0,2 seg) están dadas en las figs. 4-3, 4-4, y 4-5. Las mismas permiten hallar ΔP_{eq} y $k\Delta t^2_{\text{eq}}$ para condiciones concretas del problema: alejamiento del cortocir-

---

* $x_{d\Sigma}$ es la inductancia total hasta el punto de cortocircuito; $x_{dg} + x_t$ es la inductancia total de los generadores y los transformadores elevadores.

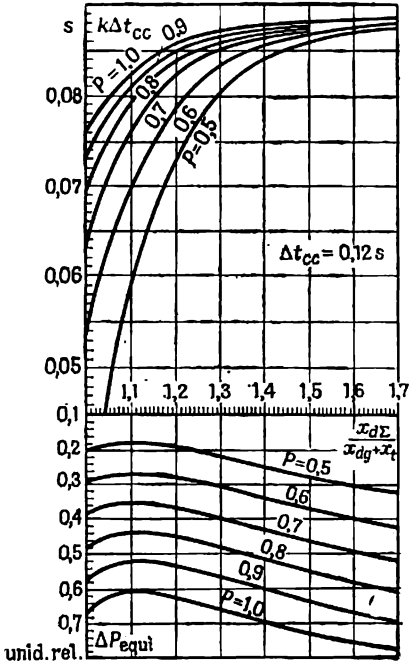


FIG. 4-3. Curvas para determinar ΔP_{eq} y el tiempo calculado de cortocircuito para el turbogenerador; Δt_{cc} = 0,12 s

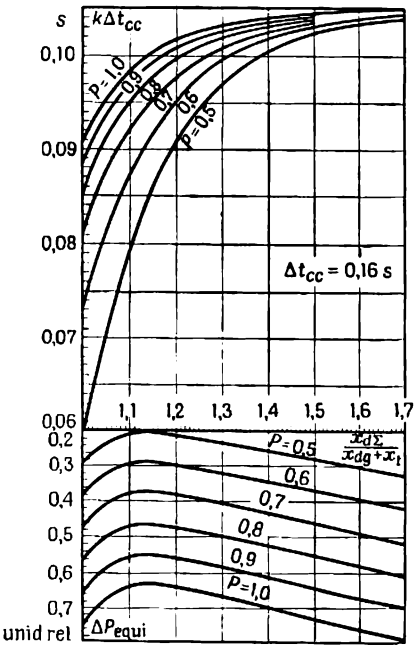


FIG. 4-4. Curvas para determinar ΔP_{eq} y el tiempo calculado de cortocircuito para el turbogenerador; Δt_{cc} = 0,16 s

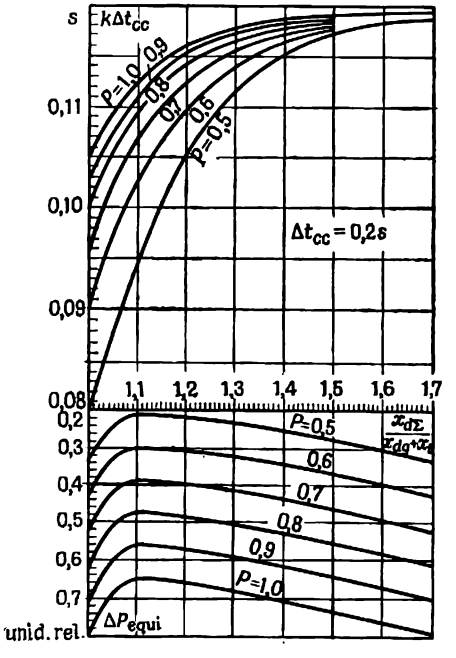


FIG. 4-5. Curvas para determinar ΔP_{eq} y del tiempo calculado de cortocircuito para el turbogenerador; Δt_{cc} = 0,2 s

cuito, determinado por la relación $\frac{x_{d\Sigma}}{x_{dg}+x_t}$; la carga en régimen inicial; duración del cortocircuito.

La sucesión del cálculo por las curvas de momentos equivalentes es la siguiente:

1) se calcula la inductancia total del punto de cortocircuito $x_{d\Sigma}$;

2) se halla la relación $\frac{x_{d\Sigma}}{x_{dg}+x_t}$;

3) para la relación hallada, la duración dada de cortocircuito y la potencia dada del régimen inicial, por las curvas se hallan ΔP_{eq} y $k\Delta t_{cc}$;

4) por los valores conocidos de ΔP_{eq} y $k\Delta t_{cc}$ se halla la variación del ángulo durante el cortocircuito y el ángulo en el instante de desconexión del cortocircuito

$$\Delta\delta_{cc} = \frac{360f\,(k\Delta t_{cc})^2}{T_J}\cdot\frac{\Delta P_{eq}}{2};$$

5) se calcula la variación del ángulo en el primer intervalo después de la desconexión del cortocircuito, utilizando la fórmula de transición al nuevo intervalo con variación simultánea del régimen

$$\Delta\delta = \Delta\delta_{cc}c + \frac{\left(\frac{\alpha_{ant}}{c}+\alpha\right)\Delta t^2}{2},$$

donde $c = \frac{\Delta t}{k\Delta t_{cc}}$;

$\alpha_{ant} = \frac{360f\Delta P_{eq}}{T_J}$ es la aceleración en el intervalo anterior;

$\alpha = \frac{360f\Delta P}{T_J}$ es la aceleración al comienzo del primer intervalo, después de la desconexión del cortocircuito.

En estas expresiones

Δt es la duración del intervalo, adoptada en el cálculo del proceso transitorio después de la desconexión del cortocircuito;

ΔP es la potencia excesiva del primer intervalo, después de desconectarse el cortocircuito; se halla de igual modo que en los cálculos ordinarios por el método de intervalos sucesivos.

El orden ulterior del cálculo no se diferencia en nada del de los cálculos por el método de intervalos sucesivos.

Se debe señalar que si para cortocircuitos distantes $\frac{x_{d\Sigma}}{x_{dg}+x_t}$ es mayor de 1,5, el cálculo del tránsito dinámico puede realizarse por el método ordinario, sin considerar los momentos suplementarios de frenado.

§ 4-5. CALCULO EXACTO DE LA ESTABILIDAD DINAMICA MEDIANTE COMPUTADORAS NUMERICAS, CONFORME A LAS ECUACIONES COMPLETAS DE PARK-GOREV

Preparación del sistema de ecuaciones diferenciales para el cálculo mediante computadora numérica

Las ecuaciones diferenciales de Park-Gorev, tal como se las representa en la literatura especializada, es difícil utilizarlas directamente para el cálculo mediante la CN. Las ecuaciones de Park-Gorev correspondientes a elementos individuales de un

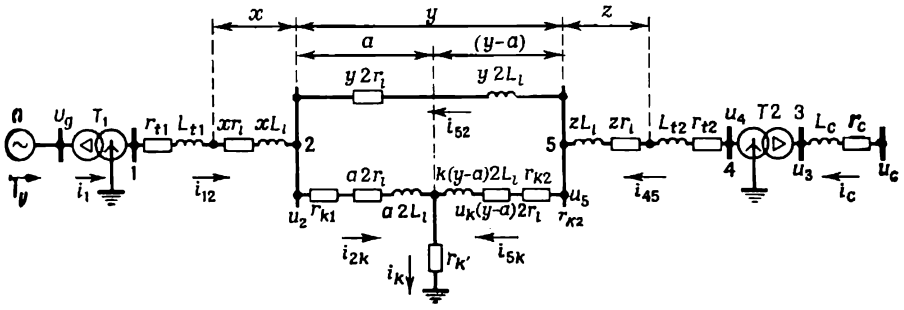


FIG. 4-6. Circuito equivalente de la transmisión eléctrica estudiada:

r_{k1} y r_{k2}, resistencias de desconexiones; r_k', resistencia del circuito del cortocircuito

sistema eléctrico han de unificarse de manera de reducir al mínimo la cantidad de incógnitas que deben ser determinadas por integración. El modo más conveniente es escribir las ecuaciones de las caídas de tensión según circuitos cerrados independientes. Escribiéndolas de tal manera, se excluyen de las ecuaciones diferenciales las tensiones incógnitas de los puntos de transición del circuito.

Para los regímenes asimétricos del sistema eléctrico, es necesario considerar también los grupos de conexiones de los transformadores de potencia.

Sin detenernos en la forma de escribir las ecuaciones de Park-Gorev de los elementos individuales del sistema eléctrico, formamos el sistema de ecuaciones diferenciales correspondiente al cálculo, mediante la CN, del proceso transitorio electromecánico originado en cortocircuito monofásico y su ulterior desconexión para la transmisión eléctrica, cuyo circuito equivalente está representado en la fig. 4-6. (Los parámetros de los elementos del circuito equivalente y del régimen inicial del sistema se encuentran en el suplemento 4-1).

Como puede apreciarse de la fig. 4-6, el circuito equivalente incluye toda línea doble de transmisión eléctrica con transformadores de alta y de baja, la conexión de cuyos devanados corresponde al grupo estrella-triángulo. Toda la línea está dividida en tres sectores: x, y y z ($x + y + z = 1$). En el punto K del sector de la línea y, se produce el cortocircuito que después se desconecta junto con un circuito del mismo sector. El circuito que se desconecta del sector de la línea y, además, está dividido para elegir la posición del punto de cortocircuito en las partes a e $y - a$.

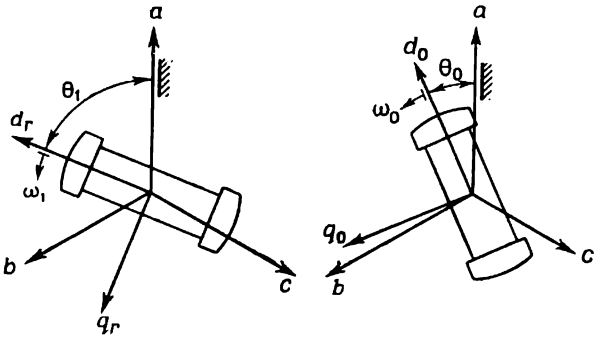


FIG. 4-7. Coordenadas d y q del generador y del sistema

Al componer las ecuaciones se admite que las ecuaciones del estator del generador están referidas a los ejes rígidamente unidos con su rotor, mientras que las ecuaciones de todos los elementos estáticos de la transmisión eléctrica, así como la tensión en las barras del generador (u_g), están referidas a los ejes que giran sincrónicamente. Los sentidos positivos de los ejes d y q se muestran en la fig. 4-7. Las ecuaciones correspondientes a los cálculos se escriben en unidades relativas (recordemos que en unidades relativas, $\theta_0 = \omega_0 t = t$).

Ecuaciones del régimen en cortocircuito y su desconexión

La ecuación de integración del tiempo es

$$\frac{dt}{dt} = 1. \qquad (4\text{-}12)$$

Para reducir el orden de la ecuación del movimiento mecánico del generador se utiliza la ecuación

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1. \qquad (4\text{-}13)$$

La ecuación del movimiento mecánico del rotor del generador, será

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_t + (L_d - L_q)\, i_{gq} + L_{aq} i_h)\, i_{gd} - L_{ad}\,(i_f + i_g)\, i_{gq}}{T_J}. \quad (4\text{-}14)$$

La ecuación del devanado de excitación del generador es

$$-L_{ad}\frac{di_{gd}}{dt} + L_f\frac{di_f}{dt} + L_{ad}\frac{di_g}{dt} = u_f - r_f i_f. \quad (4\text{-}15)$$

La ecuación del circuito amortiguador por el eje longitudinal es

$$-L_{ad}\frac{di_{gd}}{dt} + L_{ad}\frac{di_f}{dt} + L_g\frac{di_g}{dt} = -r_g i_g. \quad (4\text{-}16)$$

La ecuación del circuito amortiguador por el eje transversal es

$$-L_{aq}\frac{di_{gq}}{dt} + L_h\frac{di_h}{dt} = -r_h i_h. \quad (4\text{-}17)$$

Las ecuaciones correspondientes al circuito $G-1-2-K$ (véase la fig. 4-6), considerando el cortocircuito de la fase A (la resistencia del circuito en corto se toma igual a cero) son:

$$\begin{aligned}
&-L_d\,(R_1\cos t + R_2 \operatorname{sen} t)\frac{di_{gd}}{dt} - L_q\,(R_2\cos t - R_1 \operatorname{sen} t)\frac{di_{gq}}{dt} + \\
&+ L_{ad}\,(R_1\cos t + R_2 \operatorname{sen} t)\frac{di_f}{dt} + L_{ad}\,(R_1\cos t + R_2 \operatorname{sen} t)\frac{di_g}{dt} + \\
&+ L_{aq}\,(R_2\cos t - R_1 \operatorname{sen} t)\frac{di_h}{dt} - (L_{t1} + xL_1)\cos t\,\frac{di_{12d}}{dt} + \\
&+ (L_{t1} + xL_1)\operatorname{sen} t\,\frac{di_{12q}}{dt} - a2L_1\cos t\,\frac{di_{2kd}}{dt} + a2L_1 \operatorname{sen} t\,\frac{di_{2kq}}{dt} - \\
&- (L_{t1} + xL_{10})\,\frac{di_{12,0}}{dt} - a\,2L_{10}\frac{di_{2k0}}{dt} = \\
&= r_g\,[(R_1 i_{gd} + R_2 i_{gq})\cos t - (R_1 i_{gq} - R_2 i_{gd})\operatorname{sen} t] - \\
&- \{(L_q i_{gq} - L_{aq} i_h)\,R_1 - (L_d i_{gd} - L_{ad}\,(i_f + i_g)\,R_2\} + \omega_1\cos t - \\
&- \{(L_q i_{gq} - L_{aq} i_h)\,R_2 + [L_d i_{gd} - L_{ad}\,(i_f + i_g)]\,R_1\}\,\omega_1 \operatorname{sen} t + \\
&+ [(r_{k1} + a2r_1)\cos t - a2L_1 \operatorname{sen} t]\,i_{2kd} - [a2L_1\cos t + \\
&+ (r_{k1} + a2r_1)\operatorname{sen} t]\,i_{2kq} + [(r_{t1} + xr_1)\cos t - (L_{t1} + xL_1)\operatorname{sen} t]\,i_{12d} - \\
&- [(L_{t1} + xL_1)\cos t + (r_{t1} + xr_1)\operatorname{sen} t]\,i_{12q} + \\
&+ (r_{t1} + xr_{10})\,i_{12,0} + (r_{k1} + a2r_{10})\,i_{2k0}; \quad (4\text{-}18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&R_4\frac{di_{2kd}}{dt} - R_3\frac{di_{2kq}}{dt} - \frac{di_{2k0}}{dt} + R_4\frac{di_{5kd}}{dt} - R_3\frac{di_{5kq}}{dt} - \frac{di_{5k0}}{dt} = \\
&= R_4\,(i_{2kq} + i_{5kq}) + R_3\,(i_{2kd} + i_{5kd}); \quad (4\text{-}19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&R_0\frac{di_{2kd}}{dt} + R_5\frac{di_{2kq}}{dt} - \frac{di_{2k0}}{dt} + R_6\frac{di_{5kd}}{dt} + R_5\frac{di_{5kq}}{dt} - \frac{di_{5k0}}{dt} = \\
&= R_6\,(i_{2kq} + i_{5kq}) - R_5\,(i_{2kd} + i_{5kd}). \quad (4\text{-}20)
\end{aligned}$$

Las ecuaciones para el circuito K-2-5-K son:

$$y2L_1\frac{di_{12d}}{dt}-(y+a)\,2L_1\frac{di_{2kd}}{dt}+(y-a)\,2L_1\frac{di_{5kd}}{dt}=$$
$$=-y2r_1i_{12d}+y2L_1i_{12q}+[r_{k1}+(y+a)\,2r_1]\,i_{2kd}-(y+a)\,2L_1i_{2kq}-$$
$$-[r_{k2}+(y-a)\,2r_1]i_{5kd}+(y-a)\,2L_1i_{5kq}; \qquad (4\text{-}21)$$

$$y2L_1\frac{di_{12q}}{dt}-(y+a)\,2L_1\frac{di_{2kq}}{dt}+(y-a)\,2L_1\frac{di_{5kq}}{dt}=$$
$$=-y2r_1i_{12q}-y2L_1i_{12d}+[r_{k1}+(y+a)\,2r_1]\,i_{2kq}+(y+a)\,2L_1i_{2kd}-$$
$$-[r_{k2}+(y-a)\,2r_1]\,i_{5kq}-(y-a)\,2L_1i_{5kd}; \qquad (4\text{-}22)$$

$$-(y+a)\,2L_{10}\frac{di_{2k0}}{dt}+y2L_{10}\frac{di_{12,0}}{dt}+(y-a)\,2L_{10}\frac{di_{5k0}}{dt}=$$
$$=[r_{k1}+2r_{10}(y+a)]\,i_{2k0}-y2r_{10}i_{12,0}-[r_{k2}+2r_{10}(y-a)]\,i_{5k0}. \qquad (4\text{-}23)$$

Las ecuaciones para el circuito G-1-2-5-4-U_c son:

$$-L_d\frac{di_{gd}}{dt}+L_{ad}\frac{di_f}{dt}+L_{ad}\frac{di_g}{dt}-$$
$$-[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)\,L_1]\,R_1\frac{di_{12d}}{dt}+$$
$$+[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)\,L_1]\,R_2\frac{di_{12q}}{dt}+$$
$$+[L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1]\,R_1\frac{di_{2kd}}{dt}-[L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1]\,R_2\frac{di_{2kq}}{dt}+$$
$$+(L_{t2}+L_c+zL_1)\,R_1\frac{di_{5kd}}{dt}-(L_{t2}+L_c+zL_1)\,R_2\frac{di_{5kq}}{dt}=$$
$$=r_gi_{gd}-(L_qi_{gq}-L_{aq}i_h)\,\omega_1+\Big\{[r_{t1}+r_{t2}+r_c+(x+2y+z)\,r_1]\,i_{12d}-$$
$$-[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)\,L_1]\,i_{12q}-[r_{t2}+r_c+(2y+z)\,r_1]\,i_{2kd}+$$
$$+[L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1]\,i_{2kq}-(r_{t2}+r_c+zr_1)\,i_{5kd}+$$
$$+(L_{t2}+L_c+zL_1)\,i_{5kq}+\frac{1}{2}U_{cq}\Big\}\,R_1-$$
$$-\Big\{[r_{t1}+r_{t2}+r_c+(x+2y+z)\,r_1]\,i_{12q}+$$
$$+[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)\,L_1]\,i_{12d}-$$
$$-[r_{t2}+r_c+(2y+z)\,r_1]\,i_{2kq}-L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1]\,i_{2kd}-$$
$$-(r_{t2}+r_c+zr_1)\,i_{5kq}-(L_{t2}+L_c+zL_1)\,i_{5kd}+\frac{\sqrt{3}}{2}U_{cq}\Big\}\,R_2; \qquad (4\text{-}24)$$
$$-L_q\frac{di_{gq}}{dt}+L_{aq}\frac{di_h}{dt}-[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)\,L_1]\,R_2\frac{di_{12d}}{dt}-$$
$$-[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)\,L_1]\,R_1\frac{di_{12q}}{dt}+$$

$$\cdot| \left[L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1\right] R_2 \frac{di_{2kd}}{dt}+\left[L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1\right] R_1 \frac{di_{2kq}}{dt}+$$

$$+(L_{t2}+L_c+zL_1)\,R_2\frac{di_{5kd}}{dt}+(L_{t2}+L_c+zL_1)\,R_1\frac{di_{5kq}}{dt}=$$

$$=r_g i_{gq}+\left[L_d i_{gd}-L_{ad}\,(i_f+i_g)\,\omega_1+\right.$$

$$+\left\{\left[r_{t1}+r_{t2}+r_c+(x+2y+z)\,r_1\right] i_{12d}-\right.$$

$$-\left[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)\,L_1\right] i_{12q}-\left[r_{t2}+r_c+(2y+z)\,r_1\right] i_{2kd}+$$

$$+\left[L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1\right] i_{2kq}-(r_{t2}+r_c+zr_1)\,i_{5kd}+$$

$$\left.+(L_{t2}+L_c+zL_1)\,i_{5kq}+\frac{1}{2}U_{cq}\right\} R_2+$$

$$+\left\{\left[r_{t1}+r_{t2}+r_c+(x+2y+z)\,r_1\right] i_{12q}+\right.$$

$$\left.\cdot|\left[L_{t1}+L_{t2}+L_c+(x+2y+z)L_1\right] i_{12d}-\left[r_{t2}+r_c+(2y+z)\,r_1\right] i_{2kq}-\right.$$

$$-\left[L_{t2}+L_c+(2y+z)\,L_1\right] i_{2kd}-(r_{t2}+r_c+zr_1)\,i_{5kq}-$$

$$\left.-(L_{t2}+L_c+zL_1)\,i_{5kd}+\frac{\sqrt{3}}{2}U_{cq}\right\} R_1; \qquad (4\text{-}25)$$

$$(L_{t1}+L_{t2}+(x+2y+z)\,L_{10}\frac{di_{12,0}}{dt}-\left[L_{t2}+(2y+z)\,L_{10}\right]\frac{di_{2k0}}{dt}-$$

$$-(L_{t2}+zL_{10})\frac{di_{5k0}}{dt}=-\left[r_{t1}+r_{t2}+(x+2y+z)\,r_{10}\right] i_{12,0}+$$

$$+\left[r_{t2}+(2y+z)\,r_{10}\right] i_{2k0}+(r_{t2}+zr_{10})\,i_{5k0}. \qquad (4\text{-}26)$$

Las ecuaciones de acoplamiento para corrientes referidas a distintos ejes de rotación son:

$$\cos(\theta_1-t)\frac{di_{gd}}{dt}-\operatorname{sen}(\theta_1-t)\frac{di_{gq}}{dt}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{di_{12d}}{dt}+$$

$$+\frac{1}{2}\frac{di_{12q}}{dt}=(\omega_1-1)\left[i_{gq}\cos(\theta_1-t)+i_{gd}\operatorname{sen}(\theta_1-t)\right]; \qquad (4\text{-}27)$$

$$\operatorname{sen}(\theta_1-t)\frac{di_{gd}}{dt}+\cos(\theta_1-t)\frac{di_{gq}}{dt}-\frac{1}{2}\frac{di_{12d}}{dt}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{di_{12q}}{dt}=$$

$$=(\omega_1-1)\left[i_{gq}\operatorname{sen}(\theta_1-t)-i_{gd}\cos(\theta_1-t)\right]. \qquad (4\text{-}28)$$

En las ecuaciones (4-12)—(4-28) se designa:

$$R_1=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\theta_1-t)+\frac{1}{2}\operatorname{sen}(\theta_1-t);$$

$$R_2=\frac{1}{2}\cos(\theta_1-t)-\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}(\theta_1-t);$$

$$R_3=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos t-\frac{1}{2}\operatorname{sen} t;$$

$$R_4 = \frac{1}{2}\cos t + \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen} t;$$

$$R_5 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos t - \frac{1}{2}\operatorname{sen} t;$$

$$R_6 = \frac{1}{2}\cos t + \frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen} t.$$

Las fórmulas auxiliares para determinar parte de las variables: $\delta = \theta_1 - t$ es el ángulo de ataque del rotor del generador; $\frac{d\delta}{dt} = \omega_1 - 1$ es el deslizamiento del rotor;

$$r_{k1} = r_{k2} = \begin{cases} 0 & \text{para} \quad t_{\text{com cc}} \leqslant t \leqslant t_1 \\ b\,(t - t_1) & \text{«} \quad t_1 \leqslant t \leqslant t_2 \end{cases}, \qquad (4\text{-}29)$$

donde $t_{\text{com cc}}$ es el instante en que comienza el cortocircuito;

t_1 es el instante en que se inicia la desconexión de los interruptores;

t_2 es el instante en que termina la desconexión del sector deteriorado de la línea y paso al régimen de trabajo de postavería de la línea de transmisión;

b es una constante que determina la función r_k.

Las ecuaciones (4-12)-(4-29) caracterizan totalmente el proceso transitorio electromecánico para el cortocircuito monofásico. Para calcular el proceso transitorio posterior a la desconexión del cortocircuito, se deben utilizar las ecuaciones (4-12)-(4-17), (4-24), (4-25), (4-27), (4-28), teniendo en cuenta que la corriente del sector desconectado y es igual a cero.

Consideración de la regulación automática de la excitación

Para que, al analizar los procesos transitorios electromagnéticos y electromecánicos de un sistema eléctrico, sea posible considerar la acción del sistema de regulación automática de la excitación, es necesario adicionar las ecuaciones que describen los procesos transitorios en el sistema de excitación, a las ecuaciones de los procesos transitorios en el circuito del generador, es decir, sumar las ecuaciones de los elementos del regulador, de la subexcitatriz y de la excitatriz del generador. Es evidente que en este caso el número de ecuaciones diferenciales por resolver a la vez crece considerablemente. A este respecto es conveniente utilizar la metodología simplificada de consideración del sistema de regulación automática de la excitación, lo que, sin perjuicio de la exactitud, puede ser recomendado en los casos de los cálculos de procesos transitorios electromecánicos que surgen en un sistema eléctrico.

Consideremos esta metodología primeramente ilustrándola con el ejemplo de un regulador automático de acción proporcional y después con el de un regulador de acción fuerte.
Conceptos fundamentales y suposiciones:
1. Los elementos convertidores de los reguladores de excitación actúan sin retardo.

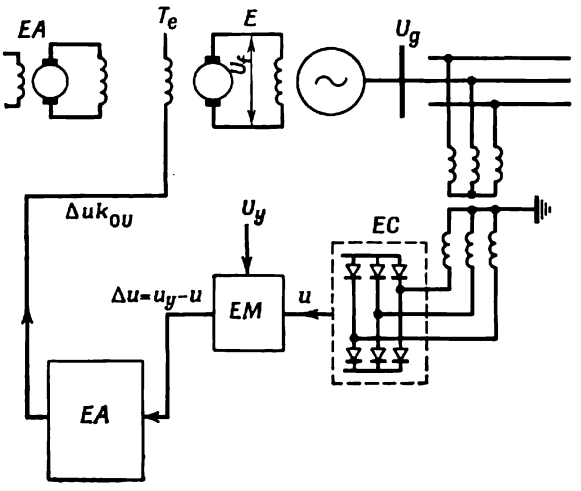


FIG. 4-8. Circuito estructural de la regulación automática de la excitación conforme a la desviación de la tensión del generador:
E — excitatriz; *EA* — excitatriz auxiliar; *EC*, *EM*, *EA* son respectivamente los elementos de conversión, de medida y amplificación

2. Los elementos de amplificación de los reguladores de excitación se caracterizan sólo por los coeficientes de amplificación.
3. El sistema de excitación de la excitatriz es un elemento aperiódico con constante de tiempo conocida.
En la fig. 4-8 se muestra el circuito estructural del sistema de regulación automática de excitación conforme a la desviación de la tensión del generador.
En este circuito, el elemento convertidor sirve como rectificador de tensión alterna. El circuito rectificador se conecta al circuito del estator del generador a través del transformador de tensión.
Admitamos que el elemento convertidor es un circuito en puente de rectificación trifásico. A la entrada del circuito rectificador (fig. 4-9) llegan tres tensiones fásicas de forma arbitraria. El valor instantáneo de la tensión rectificada para cualquier instante se determina por la diferencia de los valores instantáneos de

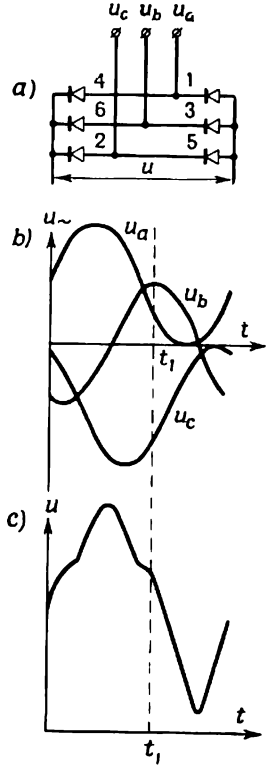


FIG. 4-9. Circuito en puente de rectificación trifásico (*a*), tensiones fásicas arbitrarias en la entrada (*b*) y la correspondiente tensión rectificada en la salida (*c*)

las tensiones de fases, a las que están conectadas las válvulas de trabajo. Así, en el instante t_1 (fig. 4-9) la tensión rectificada es

$$u = u_b - u_c = u_{tb} - u_{t1}. \qquad (4\text{-}30)$$

La tensión rectificada se compara con el reglaje del elemento de medida, y la diferencia correspondiente (con consideración del signo) pasa al elemento de amplificación del regulador.

Los valores iniciales del sistema de regulación automático son las variables u_d y u_q (valores instantáneos de las variables referidas a las coordenadas d, q, 0) determinadas en cada intervalo de integración del sistema de ecuaciones diferenciales.

Conforme a los parámetros conocidos del régimen del sistema eléctrico se hallan las tensiones de fase, según fórmulas del tipo (4-31):

$$\left.\begin{aligned} u_a &= u_d \cos t - u_q \operatorname{sen} t; \\ u_b &= \tfrac{1}{2}\left[(\sqrt{3}\operatorname{sen} t - \cos t)\, u_d + (\operatorname{sen} t + \sqrt{3}\cos t)\, u_q\right]; \\ u_c &= \tfrac{1}{2}\left[-(\sqrt{3}\operatorname{sen} t + \cos t)\, u_d + (\operatorname{sen} t - \sqrt{3}\cos t)\, u_q\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}31)$$

Según las magnitudes de las tensiones de fase se determinan u_{tb} y u_{t1}, y, a continuación, por (4-30) se determina la tensión a la salida del convertidor, es decir, el valor instantáneo de la tensión rectificada.

El cálculo ulterior supone conocido el valor del reglaje según la tensión del regulador. La magnitud del reglaje del regulador puede ser hallada por las conocidas correlaciones entre la tensión media rectificada y la tensión alterna que alimenta al circuito rectificador. Así, para el circuito en puente trifásico de rectificación, el valor medio de la tensión rectificada se determina por la expresión

$$U_y = 2{,}34 U_{efec} = \frac{2{,}34}{\sqrt{2}}\, u_{máx} = 1{,}65 u_{máx},$$

donde $u_{máx}$ es el valor de la amplitud de la tensión de fase que alimenta al rectificador.

Puesto que para el régimen simétrico permanente es válida la siguiente correlación

$$u_{máx} = \sqrt{u_d^2 + u_q^2},$$

entonces, el reglaje según la tensión del regulador se determina mediante la expresión

$$U_y = 1{,}65 \sqrt{u_{d\,inic}^2 + u_{q\,inic}^2}, \qquad (4\text{-}32)$$

donde $u_{d\,inic}$ y $u_{q\,inic}$ son las tensiones del régimen inicial simétrico.

A la entrada del elemento amplificador llega la señal, en magnitud igual a

$$\Delta u = U_{ampl} - u. \qquad (4\text{-}33)$$

En ésta u es el valor de la tensión rectificada para cualquier instante de tiempo, determinado por la fórmula (4-30).

De acuerdo con lo supuesto, el elemento amplificador se caracteriza por el coeficiente de amplificación según la tensión k_{0U}.

Además del devanado de excitación, acoplado al regulador de excitación, en la excitatriz se encuentra el devanado en el que funciona la excitatriz auxiliar La acción de la excitatriz crea la tensión continua en el devanado del rotor, necesaria para que el generador trabaje en régimen estacionario.

Por lo tanto, la tensión del devanado de excitación del generador se puede caracterizar por la ecuación

$$u_{f(k)} = u_{f(k-1)} + \frac{r_f}{L_{ad}} \Delta u_{(k)} k_{0U} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_e}}\right), \qquad (4\text{-}34)$$

donde $u_{f(k-1)}$ es la tensión del devanado de excitación en el punto anterior de integración;

Δt es el intervalo de tiempo transcurrido desde el comienzo del cálculo o desde el instante cuando cambia de signo la tangente del ángulo de inclinación de la línea tangente a la curva u_f.

Las ecuaciones obtenidas permiten fijar el siguiente orden de cálculo (algoritmo) en la CN, de los parámetros fundamentales de régimen del sistema de regulación automática de la excitación:

1. Se determina el reglaje del regulador a la tensión [expresión (4-32)].
2. Se determinan las tensiones de fase u_a, u_b, u_c por las ecuaciones (4-31).
3. Se comparan las tensiones de fase entre sí para determinar sus valores máximos y mínimos.
4. Se calcula el valor de la tensión rectificada [fórmula (4-30)].
5. Se determina Δu [fórmula (4-33)].

6. Se determina la tensión del devanado de excitación (4-34) y se compara con el valor límite posible. Al efectuar esta comparación se supone que la tensión del devanado de excitación no puede superar el valor límite y no cambia de polaridad (falta de remagnetización de la excitatriz).

Consideremos el p. 6 con más detenimiento, para ello designemos

$$\frac{r_f}{L_{ad}} \Delta u_{(k)} k_{0U} = A.$$

Si $A \geqslant 0$, entonces: a) para $A \geqslant u_{f\,\text{lim}} - u_{f\,(k-1)}$, en la ecuación (4-34) se sustituye A por $u_{f\,\text{lim}} - u_{f\,(k-1)}$;
b) para $A < u_{f\,\text{lim}} - u_{f\,(k-1)}$, en la ecuación (4-34) se pone A.
Si $A < 0$, entonces: a) para $A \leqslant -u_{f(k-1)}$, en la ecuación (4-34) en lugar de A se pone $-u_{f\,(k-1)}$;
b) para $A > -u_{f\,(k-1)}$, en la ecuación (4-34) se pone A.

7. La magnitud $u_{f(k)}$, obtenida y corregida, como se indicó en el p. 6, se introduce en la ecuación diferencial del proceso transitorio del devanado de excitación del generador.

Consideración del regulador de excitación de acción fuerte

Se ha considerado ya la regulación proporcional de la excitación del generador.
Actualmente, es frecuente que los cálculos de los procesos transitorios del sistema eléctrico necesiten considerar la regulación no sólo respecto a las desviaciones, sino también respecto a las derivadas de los parámetros de régimen. Dicho de otro modo, surge la necesidad de considerar los reguladores de excitación de acción fuerte instalados en los sistemas eléctricos. Veamos uno de los posibles caminos que permiten considerar el regulador de acción fuerte al calcular el proceso transitorio en la CN.
De acuerdo con la ley de regulación, es necesario agregar al circuito estructural del regulador de excitación (véase la fig. 4-8) circuitos complementarios que reflejen la regulación con respecto a las derivadas. Cada uno de estos circuitos puede conectarse a la salida del elemento convertidor y contener uno o, en el caso general, varios elementos diferenciadores, así como el elemento de amplificación.
Habitualmente, en los modernos reguladores de acción fuerte todas las señales amplificadas se suman algebraicamente y la señal total llega a la excitatriz.
Por lo tanto, el algoritmo que permite considerar el regulador de acción fuerte debe ser complementado por comparación con el algoritmo que considera el regulador de acción proporcional

además, estas adiciones deben permitir hallar las derivadas de las tensiones rectificadas. Esto último puede ser realizado haciendo uso de las fórmulas de diferenciación numérica conocidas en matemáticas.

Las fórmulas de diferenciación numérica presuponen que los valores de una función diferenciable están determinados en varios puntos. Por ejemplo, para hallar las derivadas primera y segunda según los valores conocidos de la función (tensión rectificada en cuatro puntos, pueden utilizarse las siguientes expresiones:

$$u'(t_3) = u(t_0 t_1) + (\Delta t_0 + \Delta t_1)\, u(t_0, t_1, t_2) + \\ + (\Delta t_0 \Delta t_1 + \Delta t_0 \Delta t_2 + \Delta t_1 \Delta t_2)\, u(t_0, t_1, t_2, t_3), \qquad (4\text{-}35)$$

$$u''(t_3) = 2\,[u(t_0, t_1, t_2) + (\Delta t_0 + \Delta t_1 + \Delta t_2)\, u(t_0, t_1, t_2, t_3]). \qquad (4\text{-}36)$$

En las expresiones (4-35) y (4-36) se designa por:

$u(t_0, t_1) = \frac{u(t_1) - u(t_0)}{t_1 - t_0}$ la diferencia dividida de primer orden;

$u(t_0, t_1, t_2) = \frac{u(t_1, t_2) - u(t_0, t_1)}{t_2 - t_0}$ la diferencia dividida de segundo orden;

$u(t_0, t_1, t_2, t_3) = \frac{u(t_1, t_2, t_3) - u(t_0, t_1, t_2)}{t_3 - t_0}$ la diferencia dividida de tercer orden;

$\Delta t_0 = t_3 - t_0;\ \Delta t_1 = t_3 - t_1;\ \Delta t_2 = t_3 - t_2$ las diferencias de los argumentos para los cuales se conocen los valores de la función.

Los valores de las derivadas del parámetro regulado, hallados por las fórmulas (4-35) y (4-36), se multiplican por los correspondientes coeficientes de amplificación y después se suman. Los resultados obtenidos se utilizan para determinar la tensión del devanado de excitación.

Así, por ejemplo, para el regulador de acción fuerte que reacciona a la desviación y a las derivadas de la tensión, la corriente y el ángulo absoluto del generador, obtenemos:

$$u_{f(k)} = u_{f(k-1)} + \frac{r_f}{L_{ad}} (\Delta u_{(k)} k_{cU} - u'_{(k)} k_{1U} - u''_{(k)} k_{2U} + \dots \\ \dots - \Delta i_{(k)} k_{0I} + i'_{(k)} k_{1I} + i''_{(k)} k_{2I} + \dots \\ \dots - \Delta\delta_{(k)} k_{0\delta} + \delta'_{(k)} k_{1\delta} + \delta''_{(k)} k_{2\delta} + \dots)\,(1 - e^{-\frac{\Delta t}{Te}}). \qquad (4\text{-}37)$$

En la expresión (4-37) se ha designado por:

u', i', u'', i'' las derivadas primeras y segundas de las tensiones rectificadas y de las corrientes;

k_1, k_2 los coeficientes de amplificación conforme a las derivadas primeras y segundas de los parámetros a regular;

$\Delta\delta = \delta_y - \delta$ la diferencia entre el reglaje del regulador conforme al ángulo y el valor real del ángulo;

δ', δ'' las derivadas primera y segunda del ángulo según el tiempo;

Δt el intervalo de tiempo, transcurrido desde el comienzo del cálculo o desde el instante cuando cambia de signo la tangente del ángulo de inclinación de la línea tangente a la curva u_f:

T_e la constante de tiempo del devanado de excitación de la excitatriz al que llega la señal reguladora.

Por lo tanto, el algoritmo de computo del regulador de excitación de acción fuerte será el siguiente:

1. Se determinan los reglajes del regulador conforme a la corriente, tensión [expresión del tipo (4-32)] y ángulo. El reglaje conforme al ángulo es igual a la magnitud del ángulo absoluto del generador en régimen inicial.
2. Se hallan las corrientes y tensiones de fase por las ecuaciones del tipo (4-31).
3. Se determinan los valores máximos y mínimos de las corrientes y tensiones de fase.
4. Se determinan las magnitudes de las corrientes y tensiones rectificadas [fórmulas del tipo (4-30)].
5. Se hallan las diferencias Δu, Δi y $\Delta\delta$.
6. Utilizando el método de diferenciación numérica [expresiones (4-35), (4-36)] se determinan las derivadas de la tensión y la corriente. Las derivadas del ángulo pueden ser obtenidas, también, por las fórmulas (4-35) y (4-36); sin embargo, se debe señalar que los valores de las derivadas primera y segunda del ángulo δ se conocen por integración de las ecuaciones diferenciales del proceso transitorio electromecánico, y, por eso, no es necesario hallarlos por las expresiones (4-35) y (4-36).
7. Se determina la señal reguladora total amplificada, es decir, se calcula la componente $\frac{r_f}{l_{ad}}(\Delta u k_{0U} - \ldots\ldots)$ de la expresión (4-37). Esta componente se compara con los valores límites admisibles de la tensión del devanado de excitación.
8. Se halla la tensión del devanado de excitación por la fórmula corregida (4-37) y ella se introduce por partes en el sistema de ecuaciones diferenciales del proceso transitorio del sistema eléctrico.

Consideración de la regulación automática del motor primario *

Los reguladores de velocidad, cuyo elemento de medida es un péndulo centrífugo, son los más ampliamente difundidos en los sistemas eléctricos.

Al describir el proceso de regulación, suponemos que:

1. La constante de tiempo del servomotor principal no depende de la posición de las válvulas, siendo idéntica para los procesos de apertura y cierre de las válvulas.
2. La constante de tiempo de los aplificadores intermedios no influye en el proceso de apertura y cierre de la válvula principal. La posibilidad de tal suposición se explica porque la constante de tiempo del servomotor principal es aproximadamente de un orden superior a la constante de tiempo de los amplificadores intermedios.
3. La zona de insensibilidad del regulador centrífugo es pequeña y no influye en el resultado del proceso transitorio **.

La ecuación del desplazamiento del manguito del péndulo centrífugo puede ser escrita de la siguiente forma

$$T_e \frac{d^2\eta}{dt^2} + T_k \frac{d\eta}{dt} + \eta = -\frac{\omega - 1}{\delta},$$

donde η es el desplazamiento del manguito del péndulo;
T_e, T_k son constantes que caracterizan la inercia y el amortiguamiento del péndulo;
δ es la no uniformidad (estatismo) de la regulación;
ω es la velocidad angular relativa.

Los péndulos centrífugos de diseño moderno tienen constantes T_e y T_k muy pequeñas, lo que permite el empleo de la ecuación del péndulo en la forma

$$\eta = -\frac{\omega - 1}{\delta}. \qquad (4\text{-}38)$$

Sin tener en cuenta los amplificadores intermedios, para el servomotor principal tendremos

$$T_s \frac{d\mu}{dt} + \mu = \eta + \mu_{\text{inic}}. \qquad (4\text{-}39)$$

En ésta T_s es la constante de tiempo del servomotor;
μ, la apertura de las válvulas.

Transformando (4-38) y (4-39) y resolviéndolas respecto a la velocidad de apertura de las válvulas, obtenemos la ecuación

---

* Se considera la regulación de la velocidad de las turbinas de vapor.

** Como lo demostraron los análisis en la CN, la influencia de la zona de insensibilidad en los resultados de los cálculos de la estabilidad dinámica, es pequeña.

diferencial del regulador de velocidad

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{T_s}\left(\mu_{\text{inic}} - \mu - \frac{\omega - 1}{\delta}\right). \qquad (4\text{-}40)$$

La ecuación (4-40) determina la relación entre la variación de la velocidad y la apertura de las válvulas de las turbinas. A su vez, la apertura de las válvulas varía la potencia desarrollada por la turbina. Sin embargo, a consecuencia de la acumulación de energía en los volúmenes ocupados por el vapor, posteriores a las válvulas (volumen de vapor en las tuberías, sobrecalentadores de vapor, etc.), la variación de la potencia, después de desplazar las válvulas, se produce lentamente. La variación de la potencia al desplazar las válvulas, puede ser descrita por la ecuación siguiente, si $\frac{\mu}{\omega} = \mu\,(2 - \omega)$,

$$T_v \frac{dT_t}{dt} + P_t = \mu,$$

o aproximadamente

$$\frac{dM_t}{dt} = \frac{(2-\omega)\,\mu - M_t}{T_v}, \qquad (4\text{-}41)$$

donde M_t es el momento desarrollado por la turbina;

T_v, la constante de tiempo del volumen ocupado por el vapor.

Las ecuaciones (4-40) y (4-41) forman el sistema de ecuaciones diferenciales que describen el proceso transitorio de la turbina de vapor y su regulador de velocidad.

De la ecuación (4-41), escrita para el régimen establecido, se puede apreciar que la apertura μ, en unidades relativas, es igual al momento de la turbina M_t. De aquí se deduce que la gama de variación de μ está limitada, de un lado, por el momento nominal de la turbina y, del otro, por el momento de marcha en vacío. Prácticamente, al analizar los procesos transitorios del sistema eléctrico, puede considerarse que la apertura de las válvulas varía desde cero (despreciamos la magnitud del momento de marcha en vacío) hasta el valor determinado por el momento nominal de la turbina.

Teniendo en cuenta el carácter lento de variación de las variables de (4-40) y (4-41), las mismas se pueden resolver con menor exactitud que las ecuaciones de los procesos transitorios en los circuitos de los generadores. En relación con esto, para hallar las variables de las ecuaciones (4-40) y (4-41) es conveniente utilizar el método de Euler, el que en esencia se reduce a la determinación de un nuevo valor de la función mediante la derivada de ésta en el punto anterior.

El valor de la función obtenido de este modo, se toma como el verdadero, sin que requiera mayor especificación.

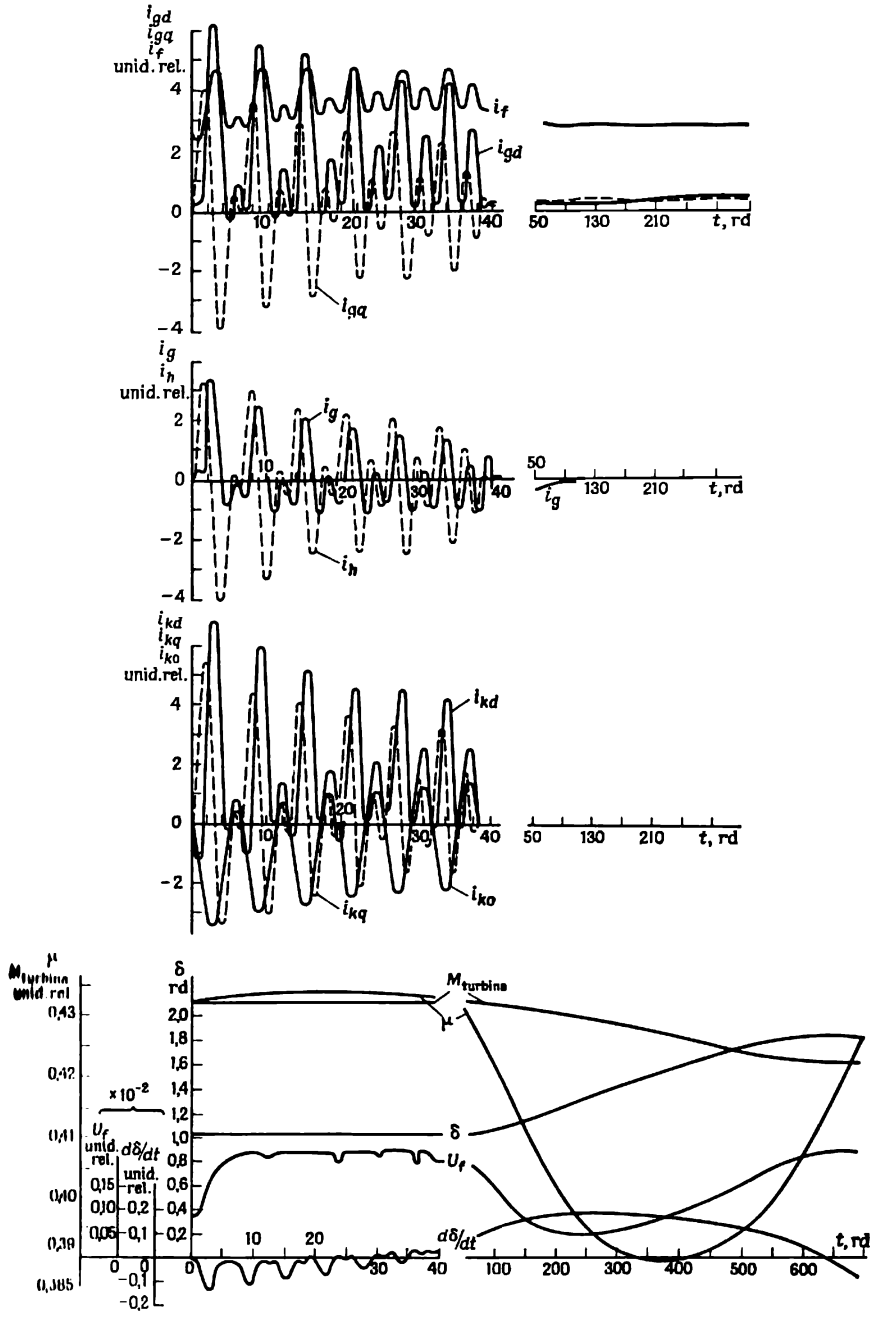


FIG. 4-10. Resultados del cálculo del cortocircuito monofásico en la CN

Para las ecuaciones (4-40) y (4-41) las fórmulas de cálculo por el método ed Euler correspondientes al k-ésimo intervalo, tienen la siguiente forma

$$\mu_{(k)} = \mu_{(k-1)} + h\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_{(k-1)}; \qquad (4\text{-}42)$$

$$M_{t(k)} = M_{t(k-1)} + h\left(\frac{dM_t}{dt}\right)_{(k-1)} \qquad (4\text{-}43)$$

donde h es el paso de integración;

$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_{(k-1)}; \left(\frac{dM_t}{dt}\right)_{(k-1)}$ son los valores de las derivadas [ecuaciones (4-40) (4-41)] obtenidos conforme a los parámetros del comienzo del k-ésimo intervalo o del final del (k-1)-ésimo.

En la fig. 4-10 se dan los resultados del cálculo en la CN del proceso transitorio electromecánico que acompaña al cortocircuito monofásico en el comienzo de la línea (véase la fig. 4-6).

SUPLEMENTO 4-1

Parámetros de los elementos del circuito equivalente y régimen inicial del sistema (véase la fig. 4-6) tomados para el cálculo en la CN (todos en unidades relativas T_J, t, θ, en radianes)

$L_d = 0{,}537$
$L_q = 0{,}346$
$L_{ad} = 0{,}443$
$L_{aq} = 0{,}252$
$L_g = 0{,}503$
$L_h = 0{,}274$
$L_f = 0{,}561$
$L_l = 1{,}685$
$L_{t1} = 0{,}102$
$L_{t2} = 0{,}01$
$L_c = 0{,}05$
$x = 0$
$y = 0{,}3$
$z = 0{,}7$
$i_{gd\,inic} = 0{,}2237$
$i_{gq\,inic} = 0{,}403$
$i_{f\,inic} = 1{,}513$
$i_{g\,inic} = 0{,}0$
$i_{h\,inic} = 0{,}0$
$i_{12d\,inic} = 0{,}00558$
$i_{12q\,inic} = 0{,}4609$
$i_{12,0\,inic} = 0{,}0$

$r_g = 0{,}00669$
$r_g = 0{,}0152$
$r_h = 0{,}00633$
$r_f = 0{,}000345$
$r_l = 0{,}104$
$r_{t1} = 0{,}00313$
$r_{t2} = 0{,}0006$
$r_c = 0{,}018$
$U_{cq} = 1{,}0$
$M_t = 0{,}4318$
$u_{f\,inic} = 0{,}000867$
$T_J = 4330$
$t_{inic} = 0$
$\theta_{1\,inic} = 1{,}018$
$i_{2kd\,inic} = 0{,}00279$
$i_{2kq\,inic} = 0{,}2304$
$i_{2k0\,inic} = 0$
$i_{5kd\,inic} = -0{,}00279$
$i_{5kq\,inic} = -0{,}2304$
$i_{5k0\,inic} = 0{,}0$
$\omega_{1\,inic} = 1{,}0$

CAPITULO 5

MARCHA ASINCRONICA Y ESTABILIDAD RESULTANTE

INTRODUCCION

Al analizar la marcha asincrónica de los sistemas eléctricos:
1) se calculan las tensiones, corrientes y potencias de elementos individuales del sistema en el proceso transitorio y en régimen establecido de marcha asincrónica;
2) se estima la tolerancia de los regímenes asincrónicos conforme a las condiciones de trabajo del sistema (generadores, consumidores de energía), para lo cual es necesario realizar el cálculo aproximado de la duración de la marcha asincrónica desde el instante de su aparición hasta el primer paso del deslizamiento por el valor cero, así como, determinar el deslizamiento máximo de las máquinas que trabajan asincrónicamente;
3) se determina el peligro de perturbación de la estabilidad de las centrales que trabajan sincrónicamente bajo la acción de una central generadora desincronizada;
4) se determina la posibilidad de una feliz resincronización, sin la intervención del personal de servicio, y se establecen las condiciones que aseguran la restitución del sincronismo.
Como regla, al calcular los regímenes asincrónicos se hace necesario operar con datos iniciales insuficientemente conocidos. Esta circunstancia hace poco justificable que en los cálculos prácticos, se tiende a definir analíticamente con particular precisión los procesos que tienen efecto en régimen asincrónico. Es mucho más conveniente el empleo de métodos simplificados que, mediante una serie de aproximaciones sucesivas, permiten estimar prácticamente el régimen asincrónico.
Desde este punto de vista, lo conveniente es dividir los procesos considerados en una serie de etapas, cada una de las cuales se caracteriza por la influencia preponderante de un grupo determinado de factores. Esto permite, en correspondencia con cada una de las etapas, proponer su método de cálculo que considere en primer término la acción que sobre el proceso ejercen preci-

samente estos factores decisivos y no prestar atención a influencias menos importantes.

La desincronización de tan sólo una de las centrales generadoras, trae consigo la aparición de corrientes suplementarias en los circuitos cerrados de todos los generadores del sistema. La aparición de éstas en los circuitos de los generadores que siguen en sincronismo, ejerce determinada influencia en las corrientes de los rotores de las máquinas que trabajan asincrónicamente. Sin embargo, los cálculos prácticos de los parámetros del régimen asincrónico se pueden realizar, en la mayoría de los casos, sin considerar la influencia de los procesos transitorios de los circuitos de los generadores que trabajan sincrónicamente sobre el régimen de la central desincronizada. En este caso, el orden de la perturbación admisible se encuentra en los límites de exactitud de los datos que en estos cálculos se toman como iniciales.

Por otra parte, la aparición de las corrientes suplementarias en las máquinas que trabajan sincrónicamente, ejerce una influencia no sólo en las características eléctricas de régimen del sistema, sino condiciona también el amortiguamiento de las oscilaciones. Gracias a esto, en uno u otro grado varía el carácter del movimiento relativo de las centrales generadoras. Por eso, el cálculo de los períodos del proceso, durante los cuales se determina la posibilidad de resincronización o, al contrario, se estima la posibilidad de perturbación del sincronismo, es conveniente realizarlo considerando las corrientes suplementarias en los circuitos, tanto en los de los generadores que han pasado al régimen asincrónico como en los de los generadores de la central que sigue en sincronismo.

§ 5-1. GENERALIDADES DE LA METODOLOGIA DE CALCULO DE LOS REGIMENES ASINCRONICOS

Al realizar los cálculos prácticos de los regímenes asincrónicos se puede utilizar el circuito equivalente del sistema de dos máquinas, para analizar aquellas etapas de los procesos transitorios en las que la reducción del número de centrales generadoras no puede alterar en lo esencial el desarrollo del proceso.

Una de las centrales generadoras del circuito equivalente de dos máquinas, es la que pasa al régimen asincrónico; la otra representa el conjunto de centrales generadoras que trabajan en régimen sincrónico. Si las oscilaciones relativas de las centrales unidas son pequeñas, la f.e.m. transitoria de la central equivalente en el circuito equivalente de dos máquinas, se toma como constante. El análisis indica que esta condición se produce en aquellos casos en que la amplitud de las oscilaciones sincrónicas de las centrales unidas no supera el 20-40% de los valores de los ángulos de fase de sus f.e.m. en régimen sincrónico establecido.

Se sabe que la desincronización de una potente central generadora puede conducir, después de cierto tiempo, a la perturbación del sincronismo de otras centrales del sistema. Los estudios al natural y en modelo dinámico han demostrado que al aparecer el régimen asincrónico de la central generadora con máquinas de polos salientes en el sistema de centrales de potencia próxima,

es posible la perturbación del sincronismo de las restantes centrales, tanto en la etapa inicial del proceso transitorio como al aproximarse la velocidad de la central, que trabaja asincrónicamente, al valor sincrónico. En tales sistemas, la unión de las centrales, que al principio continúan trabajando en sincronismo, se permite sólo cuando los resultados de los cálculos de la etapa inicial del régimen asincrónico (por ejemplo, por el método de intervalos sucesivos), persuaden de la conservación de la estabilidad sincrónica de estas centrales y de la ausencia de oscilaciones considerables de das mismas. Es evidente, que al calcular el período del proceso transitorio, durante el cual el deslizamiento se aproxima a cero, en tales sistemas la unión de las centrales y el empleo del circuito equivalente de dos máquinas puede conducir a errores inadmisibles. Por lo tanto, el análisis de las condiciones de una feliz resincronización en el sistema de centrales de potencia conmensurable debe realizarse conforme al circuito equivalente inicial del sistema por métodos que prevén la estimación del deslizamiento relativo de los rotores de todas las centrales generadoras conectadas a este circuito. Como tales, pueden servir todos los métodos utilizados al calcular la estabilidad dinámica de sistemas eléctricos complejos y, en primer término, el método de intervalos sucesivos.

Para estimar aproximadamente los parámetros del régimen asincrónico, a los que en el sistema de tres centrales generadoras son probables grandes amplitudes de oscilaciones, puede recomendarse la siguiente fórmula:

$$s_{13} = \sqrt{P_{12m} \cos \delta_{12(0)} \sqrt{\frac{T_{J_1}^2 + T_{J_2}^2}{T_{J_1}^2 T_{J_2}^2} + \frac{2 \cos 2\alpha_{12}}{T_{J_1} T_{J_2}}}}, \qquad (5\text{-}1)$$

donde s_{13} es el deslizamiento de la central generadora 3 que trabaja asincrónicamente respecto a la central generadora 1 más potente de las que aún siguen en sincronismo;

P_{12m} es la amplitud de la característica de la potencia mutua de las centrales 1 y 2 que trabajan sincrónicamente.

Al componer el circuito equivalente de sistemas eléctricos complejos que corresponde al cálculo de los regímenes asincrónicos, es necesario distinguir los siguientes problemas:

1. Determinación de las corrientes en los circuitos de las centrales generadoras y los momentos electromagnéticos que actúan sobre los grupos generadores del sistema al momento de conectar o desconectar asincrónicamente el generador a la red por el método de autosincronización.
2. Cálculo de los parámetros de régimen del sistema después de la desincronización de una central hidroeléctrica grande.
3. Cálculo del proceso transitorio electromecánico al perturbarse el sincronismo de los generadores de las centrales térmicas, en las

conexiones asincrónicas, al conectar los generadores a la red por el método de autosincronización.

Para el primer problema, es típico que los sumandos aperiódicos de la corriente libre de los circuitos del estator ejerzan una influencia considerable sobre los parámetros incógnitos del régimen. En este caso, es muy importante aplicar un método que pueda evitar obtener valores inferiores a los que realmente tienen los parámetros a calcular, ya que tales cálculos se realizan precisamente para estimar las acciones mecánicas en los generadores de las centrales generadoras.

Por eso, la práctica establecida para la realización de estos cálculos prevé el uso de circuitos de cálculo que contienen sólo reactancias; además, como regla, las derivaciones de carga se excluyen del circuito equivalente. Mediante las transformaciones conocidas el circuito equivalente que corresponde a la resolución del problema considerado se reduce a la forma que contiene dos f.e.m. separadas por una reactancia. Las corrientes halladas conforme a este circuito elemental se distribuyen después por las derivaciones del circuito equivalente original.

La resolución de los otros dos problemas no necesita considerar los sumandos aperiódicos de las corrientes libres. En estos casos, es muy importante la correcta determinación de las potencias activas suministradas por los generadores a la red. Por eso, al resolver el segundo y tercer grupo de problemas, el circuito de cálculo se compone considerando las resistencias óhmicas e incluye las derivaciones de carga.

La desincronización de una potente central hidroeléctrica puede conducir a un déficit notable de la potencia activa del sistema, ya que la potencia asincrónica de los generadores de polos salientes apenas constituye una pequeñísima parte de su potencia nominal. En estos casos, en los sistemas debe actuar la descarga de frecuencia y, por lo tanto, la potencia de la carga y las resistencias correspondientes a ella, de las derivaciones de carga en el circuito equivalente que le corresponden, así como la f.e.m. de las centrales que trabajan sincrónicamente, en régimen asincrónico, tienen valores diferentes de los que corresponden al trabajo sincrónico del sistema en el régimen original establecido.

Esta circunstancia distingue al segundo problema de los restantes enumerados, exigiendo la determinación previa de los parámetros de régimen del circuito original para obtener el circuito equivalente de dos máquinas. En estas condiciones, para una feliz resolución puede utilizarse el método de aproximaciones sucesivas.

Al emplear este método en el circuito equivalente se elige el punto de transición que conecta a la central desincronizada con la parte restante del sistema.

Dando la tensión en el punto de transición, en calidad de primera aproximación, se puede determinar la potencia media asincrónica activa y reactiva de la central desincronizada, así como la f.e.m. y la potencia reactiva de las centrales que trabajan en sincronismo, cuya potencia activa en régimen inicial se considera por el gráfico del jefe de servicio (tales cálculos se realizan de acuerdo al método de cálculo de regímenes normales expuesto en la introducción). Después de estos cálculos, conforme al equilibrio de potencia en el nodo, se halla la potencia de la central balanceadora y su f.e.m. La confrontación de la potencia calculada con la disponible permite estimar la magnitud de la carga que debe ser desconectada para conservar la frecuencia normal del sistema. Después de una serie de cálculos análogos se puede establecer la magnitud de las cargas independientes y la carga de los grupos generadores de la central a los que corresponden los valores admisibles de la tensión en los puntos de transición independientes de la red. Lo anterior permite ya unificar las centrales que trabajan en sincronismo en una sola equivalente, obteniendo así un circuito equivalente de dos máquinas. Este circuito puede ser utilizado para determinar en segunda aproximación las características de las centrales que trabajan asincrónicamente, al considerar los sumandos periódicos de la potencia asincrónica y la influencia de los reguladores automáticos de excitación. Estos últimos permiten calcular en segunda aproximación las características del régimen de las restantes derivaciones y nodos del sistema complejo original.

Como regla, la resolución del tercer problema de los antes enumerados, no exige la determinación de las variaciones de los parámetros de régimen de las centrales que trabajan en sincronismo, dado que el régimen asincrónico, en las condiciones de este problema, comúnmente no está relacionado con la aparición del déficit de potencia. Por eso, en este caso el circuito equivalente del sistema de dos máquinas puede ser obtenido por los datos del régimen sincrónico inicial del sistema complejo. Su empleo ulterior es análogo al estudiado en ocasión del segundo problema.

Para determinar las corrientes y las tensiones en los circuitos del estator de las máquinas sincrónicas en régimen asincrónico del sistema, así como para calcular sus potencias o los momentos electromagnéticos, hay un gran número de fórmulas de cálculo. Es conveniente reunir estas fórmulas en tres grupos fundamentales que se diferencian por el modo de resolver el problema. El primer grupo abarca las fórmulas que prevén el cálculo directo de las características de régimen que interesan: corriente, tensión, potencia o momento electromagnético. Las fórmulas del primer grupo se distinguen por las suposiciones adoptadas para su deducción y por el carácter de los datos iniciales; sin embargo, les es común la posibilidad señalada de determinación directa de las características del régimen electromagnético en función de los parámetros del sistema, deslizamiento, instante de tiempo y ángulo de deceleración del rotor. El segundo grupo de fórmulas responde al método de obtención de las características de régimen asincrónico del sistema por los valores de las f.e.m. de los generadores, los que se calculan considerando las corrientes suplementarias en los circuitos del rotor de las máquinas sincró-

nicas, originadas a consecuencia del trabajo asincrónico. En el tercer grupo pueden incluirse las fórmulas que caracterizan aproximadamente los parámetros de régimen asincrónico de los elementos individuales del sistema. Para tales características se utilizan los coeficientes numéricos que determinan la variación de unos u otros parámetros respecto al régimen sincrónico original o que dan sus valores límites admisibles.

Actualmente, es difícil dar preferencia a uno cualquiera de los enfoques enumerados y al grupo de fórmulas que le corresponde, conforme al problema general de cálculo de los regímenes asincrónicos. Por eso, más adelante, en § (5-2)-(5-4), se indican los métodos de cálculo y las fórmulas necesarias correspondientes a los tres grupos especificados. La elección del más conveniente de ellos han de dictarla las condiciones del problema concreto.

Al mismo tiempo, basándose en la experiencia obtenida del estudio analítico de los regímenes asincrónicos, puede señalarse que con el uso de las fórmulas agrupadas en el segundo y tercer grupo, se logra realizar los cálculos de sistemas eléctricos complejos con más simpleza y suficiente grado de exactitud. El correspondiente método de cálculo está expuesto en §§ 5-4 y 5-6.

Al utilizar las computadoras numéricas para los cálculos de los regímenes asincrónicos, en calidad de ecuaciones iniciales pueden servir las ecuaciones de los procesos transitorios en los elementos principales del sistema. En este caso el cálculo se realiza por programas análogos a los elaborados para el estudio de la estabilidad dinámica.

§ 5-2. MOMENTO ELECTROMAGNETICO Y CORRIENTE DE UNA MAQUINA SINCRONICA EN EL INSTANTE EN QUE APARECE EL REGIMEN ASINCRONICO

El momento electromagnético que se origina al conectar la máquina excitada con un ángulo inicial δ_0 y deslizamiento s respecto al sistema, despreciando el amortiguamiento de las corrientes libres inducidas en los circuitos del rotor, se determina por la expresión:

$$M_{\text{eléc}} = U^2 \frac{x''_q - x''_d}{x''_q x''_d} \left\{ \operatorname{sen} [2\delta_0 + (1-2s)\, t]\, e^{-\frac{t}{T_a}} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\,[\delta_0 + (1-s)\, t]\, e^{-\frac{2t}{T_a}} - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\,(\delta_0 - st) \right\} +$$

$$+ E''^2_{qe} \left[\frac{1}{x''_d} \operatorname{sen} (1-s)\, t e^{-\frac{t}{T_a}} - \frac{1}{2} \frac{x''_q - x''_d}{x''_q x''_d} \operatorname{sen} 2\,(1-s)\, t e^{-\frac{2t}{T_a}} \right] +$$

$$+UE_{qe}\left(\frac{1}{x''_d}\{\operatorname{sen}(\delta_0-st)-\operatorname{sen}[\delta_0+(1-s)\,t]\,e^{-\frac{t}{Ta}}\}-\right.$$

$$\left.-\frac{x''_q-x''_d}{x''_q x''_d}\{\operatorname{sen}[\delta_0+(1-2s)\,t]\,e^{-\frac{t}{Ta}}-\operatorname{sen}[\delta_0+2(1-s)\,t]\,e^{-\frac{2t}{Ta}}\}\right) \tag{5-2}$$

donde T_a es la constante de tiempo de amortiguación de la componente aperiódica de la corriente del estator.

Para determinar el valor máximo del momento, en la conexión automática (CA) asincrónica se puede despreciar el deslizamiento. En este caso (5-2) se simplifica también el momento electromagnético

$$M_{\text{eléc}}=U^2\frac{x''_q-x''_d}{x''_q x''_d}\times$$

$$\times\left\{\operatorname{sen}(2\delta_0+t)\,e^{-\frac{t}{Ta}}-\frac{1}{2}\operatorname{sen}2(\delta_0+t)\,e^{-\frac{2t}{Ta}}-\frac{1}{2}\operatorname{sen}2\delta_0\right\}+$$

$$+E^2_{qe}\left\{\frac{1}{x''_d}\operatorname{sen}t\cdot e^{-\frac{t}{Ta}}-\frac{1}{2}\frac{x''_q-x''_d}{x''_q x''_d}\operatorname{sen}2te^{-\frac{2t}{Ta}}\right\}+$$

$$+UE_{qe}\left\{\frac{1}{x''_d}[\operatorname{sen}\delta_0-\operatorname{sen}(\delta_0+t)\,e^{-\frac{t}{Ta}}]-\right.$$

$$\left.-\frac{x''_q-x''_d}{x''_q x''_d}[\operatorname{sen}(\delta_0+t)e^{-\frac{t}{Ta}}-\operatorname{sen}(\delta_0+2t)\,e^{-\frac{2t}{Ta}}]\right\}. \tag{5-3}$$

Las componentes de las corrientes, conforme a los ejes de la máquina, al conectar la máquina excitada al sistema, se determina para el caso general, por

$$i_d=U\left\{\frac{1}{x_d}\sqrt{\frac{(1+s^2T'^2_{d0})(1+s^2T''^2_{d0})}{(1+s^2T'^2_d)(1+s^2T''^2_d)}}\cos(\delta_0-\alpha_d-st)+\right.$$

$$+\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\frac{T'_d e^{-\frac{t}{T'_d}}}{\sqrt{(1+s^2T'^2_d)[1+(1-s)^2T'^2_d]}}\cos(\delta_0+\beta'_d)+$$

$$+\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\frac{T''_d e^{-\frac{t}{T''_d}}}{\sqrt{(1+s^2T''^2_d)[1+(1-s)^2T''^2_d]}}\cos(\delta_0+\beta''_d)-$$

$$\left.-\frac{1}{x_d}\sqrt{\frac{[1+(1-s)^2T'^2_{d0}][1+(1-s)^2T''^2_{d0}]}{[1+(1-s)^2T'^2_d][1+(1-s)^2T''^2_d]}}e^{-\frac{t}{Ta}}\cos(\delta_0+\varepsilon_d+(1-s)t]\right\}-$$

$$-E_{qe}\left\{\frac{1}{x_d}+\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\frac{(1-s)^2T'^2_d}{1+(1-s)^2T'^2_d}e^{-\frac{t}{T'_d}}+\right.$$

$$+\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\frac{(1-s)^2\,T''^2_d}{1+(1-s)^2\,T''^2_d}\,e^{-\frac{t}{T''_d}}-$$

$$-\frac{1}{x_d}\sqrt{\frac{[1+(1-s)^2\,T'^2_{d0}][1+(1-s)^2\,T''^2_{d0}]}{[1+(1-s)^2\,T'^2_d][1+(1-s)^2\,T''^2_d]}}\,e^{-\frac{t}{T_a}}\cos[\varepsilon_d+(1-s)\,t]\Bigg\}; \tag{5-4}$$

$$i_q=U\left\{\frac{1}{x_q}\sqrt{\frac{1+s^2T''^2_{q0}}{1+s^2T''^2_q}}\,\mathrm{sen}\,(\delta_0-\alpha_q-st)+\right.$$

$$+\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)\frac{T''_q e^{-\frac{t}{T''_q}}}{\sqrt{(1+s^2T''^2_q)\,[1+(1-s)^2\,T''^2_q]}}\,\mathrm{sen}\,(\delta_0+\beta''_q)-$$

$$-\frac{1}{x_q}\sqrt{\frac{1+(1-s)^2\,T''^2_{q0}}{1+(1-s)^2\,T''^2_q}}\,e^{-\frac{t}{T_a}}\,\mathrm{sen}\,[\delta_0+\varepsilon_q+(1-s)\,t]\Bigg\}-$$

$$-E_{qe}\left\{\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)\frac{(1-s)\,T''_q}{1+(1-s)^2\,T''^2_q}\,e^{-\frac{t}{T''_q}}-\right.$$

$$-\frac{1}{x_q}\sqrt{\frac{1+(1-s)^2\,T''^2_{q0}}{1+(1-s)^2\,T''^2_q}}\,e^{-\frac{t}{T_a}}\,\mathrm{sen}\,[\varepsilon_q+(1-s)\,t]\Bigg\}. \tag{5-5}$$

Las expresiones (5-4) y (5-5) de las componentes de la corriente son válidas cualquiera que sea la correlación de las constantes de tiempo del devanado de amortiguación longitudinal y del circuito de excitación.

En estas expresiones se han designado:

$$\alpha_d=\mathrm{arctg}\,sT'_{d0}+\mathrm{arctg}\,sT''_{d0}-\mathrm{arctg}\,sT'_d-\mathrm{arctg}\,sT''_d;$$

$$\alpha_q=\mathrm{arctg}\,sT''_{q0}-\mathrm{arctg}\,sT''_q;$$

$$\varepsilon_d=\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T'_{d0}+\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T''_{d0}-\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T'_d-$$
$$-\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T''_d;$$

$$\varepsilon_q=\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T''_{q0}-\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T''_q;$$

$$\beta'_d=\frac{\pi}{2}+\mathrm{arctg}\,sT'_d-\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T'_d;$$

$$\beta''_d=\frac{\pi}{2}+\mathrm{arctg}\,sT''_d-\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T''_d;$$

$$\beta''_q=\frac{\pi}{2}+\mathrm{arctg}\,sT''_q-\mathrm{arctg}\,(1-s)\,T''_q;$$

$$T'_d=\frac{1}{2}(1+q)(T_f+T_{1d});\quad T''_d=\frac{1}{2}(1-q)(T_f+T_{1d});\quad T_f=\frac{x_{ffd}}{r_{fd}};$$

$$T_{1d}=\frac{x_{11d}}{r_{1d}};\quad q=\sqrt{1-\frac{4\sigma_{f1d}T_fT_{1d}}{(T_f+T_{1d})^2}};\quad \sigma_{f1d}=1-\frac{x_{f1d}}{x_{ffd}x_{11d}}.$$

Al determinar la tolerancia de la CA asincrónica, factor determinante es la magnitud del momento electromagnético y no de la corriente.

El valor máximo del momento electromagnético, determinado por la fórmula (5-3), aparece cuando el ángulo de conexión de los turbogeneradores es $\delta_0 \approx 120°$ y el de los generadores hidroeléctricos, $\delta_0 \approx 135°$.

Sin embargo, la determinación de los momentos en un sistema eléctrico real para la CA asincrónica se dificulta mucho más que la determinación de las corrientes. Por eso, las condiciones de tolerancia de la CA asincrónica se dan por la magnitud de la corriente de conexión asincrónica, correspondiente a la tolerancia máxima del valor del momento electromagnético.

Condiciones de tolerancia de la CA asincrónica

Para todos los tipos de generadores y compensadores sincrónicos se admite la CA asincrónica, si el valor máximo del factor de sobrecarga, al conectar con un ángulo de divergencia de fases $\delta_0 = 180°$, no supera:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a) } \dfrac{I_{as}}{I_{nom}} \leqslant \dfrac{0{,}625}{x''_d} & \text{para los turbogeneradores y generadores hidroeléctricos con devanados amortiguadores;} \\ \text{b) } \dfrac{I_{as}}{I_{nom}} \leqslant 3 & \text{para los generadores hidroeléctricos sin devanados amortiguadores;} \\ \text{c) } \dfrac{I_{as}}{I_{nom}} \leqslant \dfrac{0{,}84}{x''_d} & \text{para los compensadores sincrónicos,} \end{array}\right\} \quad (5\text{-}6)$$

donde I_{as} es el valor nominal de la componente periódica de la corriente de conexión asincrónica;

I_{nom} es la corriente nominal del generador (compensador).

Las condiciones *a*, *b*, *c* prevén cierta reserva que considera la posibilidad de la conexión asincrónica de los generadores para valores elevados de la f.e.m. y la frecuencia. Si se sabe a ciencia cierta que la conexión o acoplamiento asincrónico se produce para valores de la frecuencia y la tensión diferentes a los nominales en menos de $\pm 5\%$, entonces las corrientes máximas admisibles de conexión asincrónica se puede aumentar en 13% para los turbogeneradores y en 35% para los generadores hidroeléctricos con devanados amortiguadores.

Los cálculos de la corriente de conexión asincrónica se realizan, en unidades relativas, según el circuito equivalente reducido por simplificación al circuito de dos centrales conectadas por la línea de transmisión eléctrica. En este esquema, los generadores

se representan por la resistencia x''_d y la f.e.m. E''_q, si éstos poseen devanados amortiguadores, y por x'_d y E'_q si carecen de devanados amortiguadores. Las líneas de transmisión y los transformadores se sustituyen sólo por reactancias. Como regla, el cálculo de tolerancia de la CA asincrónica se realiza sin consideración de las cargas del circuito equivalente. La f.e.m. de cada central se toma igual a 1,05 y el ángulo de defasaje entre las f.e.m. de 180°.

El valor máximo de la componente periódica de la corriente de conexión asincrónica se halla por la expresión

$$I_{as} = \frac{E''_{q1} + E''_{q2}}{x_{equi}} \qquad (5\text{-}7)$$

donde $E''_{q1} = E''_{q2} = 1{,}05$;

x_{equi} es la resistencia equivalente del circuito equivalente.

A continuación se halla la distribución de la corriente obtenida por (5-7) entre todos los generadores del sistema y se verifican las condiciones (5-6).

El cálculo se debe realizar para el peor régimen, cuando en el sector considerado del sistema está conectado al trabajo el número mínimo de grupos generadores, puesto que, al desconectar parte de los grupos generadores, aumenta la corriente de conexión asincrónica que circula por cada uno de los generadores que siguen trabajando.

Puede ocurrir que en el caso de la conexión asincrónica, la tensión en los transformadores sea superior a la nominal. Por eso, en los cálculos de la tolerancia de la CA asincrónica debe verificarse el factor de sobrecarga no sólo de los generadores, sino también de los transformadores, a exclusión de los circuitos de bloques, donde la potencia del transformador es igual a la potencia del generador o a la de los generadores conectados a este transformador.

Para los transformadores la CA asincrónica es admisible si el valor máximo del factor de sobrecarga, al conectar con un ángulo $\delta_0 = 180°$, no sobrepasa al factor de sobrecarga admisible de cortocircuito, de tensión nominal

$$\frac{I_{as}}{I_{nom}} \leqslant \frac{100}{u_k\,\%}\,. \qquad (5\text{-}8)^*$$

La determinación de la corriente de conexión asincrónica, sin consideración de la carga en el circuito equivalente, da resultados correctos en aquellos casos en que la carga en el sector escogido del sistema es considerablemente menor que la potencia

---

* La expresión (5-8) es correcta para los transformadores que poseen $u_k > 4\%$. Para los transformadores con $u_k \leqslant 4\%$ se admite $\frac{I_{as}}{I_{nom}} \leqslant 25$.

total de los generadores que trabajan en esta parte del sistema. Si en el proceso de la CA asincrónica queda conectada a la central generadora separada o al sector del sistema energético una carga considerable (del mismo orden que la potencia total de los generadores), entonces, los cálculos sin consideración de la carga dan valores superiores, en comparación con los reales de los factores de sobrecarga. La carga en el momento inicial de conexión asincrónica, a consecuencia de la energía electromagnética que acumula, viene a ser una potencia generadora suplementaria. Para la CA asincrónica, debido a que la carga bombea parte de la corriente igualadora, disminuyen los factores de sobrecarga en los generadores de aquel sector del sistema donde está conectada la carga.

Por eso, si los cálculos en los que no se considera la carga dan factores de sobrecarga superiores a los admisibles, será necesario repetir los cálculos en lo que ésta se considera. En este caso, la carga en el circuito equivalente se inroduce por la resistencia $x_c = 0{,}35$ en relación a su potencia y la f.e.m. $E''_c = 0{,}9$.

Condiciones de tolerancia de la autosincronización

El procedimiento de autosincronización es uno de los métodos fundamentales para acoplar en paralelo todos los:

a) generadores hidroeléctricos independientemente de su tipo, potencia y circuito de conexión;

b) turbogeneradores que trabajan en bloque con los transformadores;

c) turbogeneradores con potencia de hasta 3000 kW;

d) turbogeneradores de potencia superior a 3000 kW, que trabajan directamente en barras comunes si la componente periódica de la corriente, al conectar el generador a la red, no es superior de 3,5 I_{nom}.

El valor máximo inicial de la componente periódica de la corriente del estator, al conectar el generador a la red mediante el método de autosincronización, se determina por la resistencia supertransitoria longitudinal del generador. Sin embargo, dado que la componente supertransitoria de la corriente que aparece al conectar la máquina a una red con deslizamiento $s = 1 \div 3\%$, habitualmente admitidos en condiciones de autosincronización, se amortigua muy rápidamente, el valor inicial de la corriente lo determina prácticamente la resistancia transitoria x'_d

$$I = \frac{U}{x'_d + x}, \qquad (5\text{-}9)$$

donde U es la tensión de la red (de fase);

x, la resistencia entre el generador y la red.

§ 5-3. MOMENTO ELECTROMAGNETICO, CORRIENTES Y POTENCIAS DE LAS MAQUINAS QUE TRABAJAN ASINCRONICAMENTE EN REGIMENES ASINCRONICOS PROLONGADOS

La interconexión compleja de una máquina, que trabaja asincrónicamente, con el sistema receptor (fig. 5-1, *a*), en condiciones de marcha asincrónica estable (s = const), la potencia que

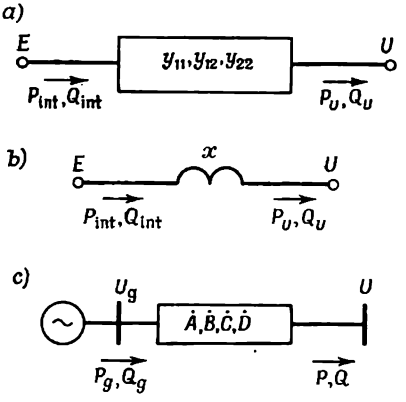


FIG. 5-1. Circuito considerado del sistema:
a) para cualquier acoplamiento del generador con el sistema receptor; b) al acoplar a través de una resistencia pura; c) al acoplar a través de un cuadripolo

desarrolla la máquina se puede determinar por las siguientes expresiones:

$$P_{\text{int}} = E_{qe}^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} + E_{qe} U y_{12} \times$$
$$\times \{\operatorname{sen}(\delta_{12} - \alpha_{12}) - 2y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} [L_d \cos \varphi_s \cos(\delta_{12} - \alpha_{12} - \varphi_s) +$$
$$+ K_d \cos \varphi_d \cos(\delta_{12} - \alpha_{12} - \varphi_d)]\} -$$
$$- \frac{1}{2} U^2 y_{12}^2 \{L_d \cos \varphi_s [\operatorname{sen} \varphi_s + \operatorname{sen}(2\delta_{12} - 2\alpha_{12} - \varphi_s)] +$$
$$+ K_d \cos \varphi_d [\operatorname{sen} \varphi_d + \operatorname{sen}(2\delta_{12} - 2\alpha_{12} - \varphi_d)] +$$
$$+ M \cos \varphi_q [\operatorname{sen} \varphi_q - \operatorname{sen}(2\delta_{12} - 2\alpha_{12} - \varphi_q)]\} +$$
$$+ \frac{1}{2} U^2 y_{11} y_{12}^2 \operatorname{sen} \alpha_{11} \{L_d^2 \cos^2 \varphi_s [1 + \cos 2(\delta_{12} - \alpha_{12} - \varphi_s)] +$$
$$+ K_d^2 \cos^2 \varphi_d [1 + \cos 2(\delta_{12} - \alpha_{12} - \varphi_d)] + M^2 \cos^2 \varphi_q \times$$
$$\times [1 - \cos 2(\delta_{12} - \alpha_{12} - \varphi_q)] + 2K_d L_d \cos \varphi_s \cos \varphi_d \times$$
$$\times [\cos(\varphi_d - \varphi_s) + \cos(2\delta_{12} - 2\alpha_{12} - \varphi_s - \varphi_d)]\}; \qquad (5\text{-}10)$$

$$Q_{\text{int}} = E_{qe}^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - E_{qe} U y_{12} \times$$
$$\times [\cos(\delta_{12} - \alpha_{12}) + 2y_{11} \cos \alpha_{11} [L_d \cos \varphi_s \cos(\delta_{12} - \alpha_{12} - \varphi_s) +$$

$$+K_d \cos\varphi_d \cos(\delta_{12}-\alpha_{12}-\varphi_d)]\}+$$
$$+\frac{1}{2}U^2y_{12}^2\{L_d\cos\varphi_s[\cos\varphi_s+\cos(2\delta_{12}-2\alpha_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_d\cos\varphi_d[\cos\varphi_d+\cos(2\delta_{12}-2\alpha_{12}-\varphi_d)+$$
$$+M\cos\varphi_q[\cos\varphi_q-\cos(2\delta_{12}-2\alpha_{12}-\varphi_q)]\}+$$
$$+\frac{1}{2}U^2y_{11}y_{12}^2\cos\alpha_{11}\{L_d^2\cos^2\varphi_s[1+\cos 2(\delta_{12}-\alpha_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_d^2\cos^2\varphi_d[1+\cos 2(\delta_{12}-\alpha_{12}-\varphi_d)]+$$
$$+M^2\cos^2\varphi_q[1-\cos 2(\delta_{12}-\alpha_{12}-\varphi_q)]+$$
$$+2K_dL_d\cos\varphi_s\cos\varphi_d[\cos(\varphi_d-\varphi_s)+\cos(2\delta_{12}-2\alpha_{12}-\varphi_s-\varphi_d)]\}. \quad (5\text{-}11)$$

En estas fórmulas, por tensión U se define o bien la f.e.m. constante de una central en la que la velocidad de rotación de los generadores se considera sincrónica, o bien la tensión constante en las barras del sistema. Las potencias en las barras de tensión U pueden ser calculadas de acuerdo a las expresiones:

$$P_U=-U^2y_{22}\operatorname{sen}\alpha_{22}+E_{qe}Uy_{12}\operatorname{sen}(\delta_{12}+\alpha_{12})-$$
$$-\frac{1}{2}U^2y_{12}^2\{L_d\cos\varphi_s[\operatorname{sen}(\varphi_s+2\alpha_{12})+\operatorname{sen}(2\delta_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_d\cos\varphi_d[\operatorname{sen}(\varphi_d+2\alpha_{12})+\operatorname{sen}(2\delta_{12}-\varphi_d)]+$$
$$+M\cos\varphi_q[\operatorname{sen}(\varphi_q+2\alpha_{12})-\operatorname{sen}(2\delta_{12}-\varphi_q)]\}; \quad (5\text{-}12)$$
$$Q_U=-U^2y_{22}\cos\alpha_{22}+E_{qe}Uy_{12}\cos(\delta_{12}+\alpha_{12})-$$
$$-\frac{1}{2}U^2y_{12}\{L_d\cos\varphi_s[\cos(\varphi_s+2\alpha_{12})+\cos(2\delta_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_d\cos\varphi_d[\cos(\varphi_d+2\alpha_{12})+\cos(2\delta_{12}-\varphi_d)]+$$
$$+M\cos\varphi_q[\cos(\varphi_q+2\alpha_{12})-\cos(2\delta_{12}-\varphi_q)]\}. \quad (5\text{-}13)$$

Las componentes de la corriente suministrada al sistema por un generador que trabaja asincrónicamente, se determinan por las expresiones:

$$\left.\begin{aligned}
I_{d\,\mathrm{int}}&=E_{qe}y_{11}\cos\alpha_{11}-Uy_{12}\{y_{11}\cos\alpha_{11}\times\\
&\times[L_d\cos\varphi_s\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_s)+\\
&+K_d\cos\varphi_d\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_d)]+y_{11}\operatorname{sen}\alpha_{11}M\cos\varphi_q\times\\
&\times\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{12}-\alpha_q)+\cos(\delta-\alpha_{12})\};\\
I_{q\,\mathrm{int}}&=-E_{qe}y_{11}\operatorname{sen}\alpha_{11}+Uy_{12}\{y_{11}\operatorname{sen}\alpha_{11}\times\\
&\times[L_d\cos\varphi_s\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_s)+\\
&+K_d\cos\varphi_d\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_d)]-\\
&-y_{11}\cos_{11}M\cos\varphi_q\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{12}-\varphi_q)-\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{12}).
\end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}14)$$

Las expresiones (5-10) — (5-14) antes dadas corresponden a la marcha asincrónica de una máquina de polos no salientes y no consideran las variaciones de los parámetros del circuito equivalente variando la velocidad de la máquina. Al deducirlas se ha supuesto la independencia del transcurso de los procesos transitorios en el devanado de excitación y el circuito amortiguador longitudinal. En estas expresiones se han designado

$$K_d = \frac{x'_d - x''_d}{[1-(x_d - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]\,[1-(x_d - x''_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]};$$

$$L_d = \frac{x_d - x'_d}{1-(x_d - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}}; \quad M = \frac{x_q - x''_q}{1-(x_q - x''_q)\, y_{11} \cos \alpha_{11}};$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{1}{sT}; \quad \operatorname{sen} \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+(sT)^2}}; \quad \cos \varphi = \frac{sT}{\sqrt{1+(sT)^2}},$$

donde φ_s corresponde a T'_d;

φ_d » » T''_d;

φ_q » » T''_q;

$$T'_d = T_{d0}\,[1-(x_d - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}];$$

$$T''_d = T''_{d0}\,\frac{1-(x_d - x''_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}}{1-(x_d - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}}; \quad T''_q = T''_{q0}\,[1-(x_d - x''_q)\, y_{11} \cos \alpha_{11}];$$

E_{qe} es una f.e.m. proporcional a la tensión de la excitatriz e igual a la f.e.m. tras la resistencia sincrónica en el eje trasnversal del régimen sincrónico precedente.

Para el cálculo de la potencia activa y reactiva interior de las centrales generadoras con máquinas de polos salientes, que trabajan en régimen asincrónico, pueden utilizarse las fórmulas

$$P_{\text{int}} = E^2_{qe} y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} (1 - N y_{11} \cos \alpha_{11})^2 +$$
$$+ E_{qe} U y_{11} y_{12} (1 - N y_{11} \cos \alpha_{11}) \times$$
$$\times \left\{ \frac{\operatorname{sen}(\delta - \alpha_{12})}{y_{11}} + 2N \operatorname{sen} \alpha_{11} \cos(\delta - \alpha_{12}) - 2 \operatorname{sen} \alpha_{11} \times \right.$$
$$\left. \times [L_q \cos \varphi_s \cos(\delta - \alpha_{12} - \varphi_s) + K_q \cos \varphi_d \cos(\delta - \alpha_{12} - \varphi_d)] \right\} +$$
$$+ \frac{1}{2} U^2 y^2_{12} N \{\operatorname{sen}^2(\delta - \alpha_{12}) + N y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} [1 + \cos 2(\delta - \alpha_{12})]\} -$$
$$- \frac{1}{2} U^2 y^2_{12} \{L_q \cos \varphi_s [\operatorname{sen} \varphi_s + \operatorname{sen}(2\delta - 2\alpha_{12} - \varphi_s)] +$$
$$+ K_q \cos \varphi_d [\operatorname{sen} \varphi_d + \operatorname{sen}(2\delta - 2\alpha_{12} - \varphi_q)] +$$
$$+ M \cos \varphi_q [\operatorname{sen} \varphi_q - \operatorname{sen}(2\delta - 2\alpha_{12} - \varphi_q)]\} +$$
$$+ \frac{1}{2} U^2 y_{11} y^2_{12} \operatorname{sen} \alpha_{11} \{L^2_q \cos^2 \varphi_s [1 + \cos 2(\delta - \alpha_{12} - \varphi_s)] +$$

$$+K_q^2\cos^2\varphi_d\,[1+\cos 2\,(\delta-\alpha_{12}-\varphi_d)]+$$
$$+M^2\cos^2\varphi_q\,[1-\cos 2\,(\delta-\alpha_{12}-\varphi_q)]+2K_qL_q\cos\varphi_s\cos\varphi_d\times$$
$$\times[\cos(\varphi_s-\varphi_d)+\cos(2\delta_{12}-2\alpha_{12}-\varphi_s-\varphi_d)]\}-$$
$$-U^2y_{11}y_{12}^2N\,\text{sen}\,\alpha_{11}\{L_q\cos\varphi_s[\cos\varphi_s+\cos(2\delta_{12}-2\alpha_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_q\cos\varphi_d\,[\cos\varphi_d+\cos(2\delta_{12}-2\alpha_{12}-\varphi_d)]\};\qquad(5\text{-}15)$$
$$Q_{\text{int}}=E_{qe}^2y_{11}\cos\alpha_{11}\,(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})^2-$$
$$-E_{qe}Uy_{11}y_{12}\,(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})\left\{(1-2Ny_{11}\cos\alpha_{11})\,\frac{\cos(\delta-\alpha_{12})}{y_{11}}-\right.$$
$$-2\cos\varphi_{11}\,[L_q\cos\varphi_s\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_s)+$$
$$\left.+K_q\cos\varphi_d\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_d)]\right\}-\frac{1}{2}U^2y_{12}^2N\,(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})\times$$
$$\times[1+\cos 2\,(\delta-\alpha_{12})]+\frac{1}{2}U^2y_{12}^2\times$$
$$\times\{L_q\cos\varphi_s\,[\cos\varphi_s+\cos(2\delta-2\alpha_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_q\cos\varphi_d\,[\cos\varphi_d+\cos(2\delta-2\alpha_{12}-\varphi_d)]+$$
$$+M\cos\varphi_q\,[\cos\varphi_q-\cos(2\delta-2\alpha_{12}-\varphi_q)]\}+$$
$$+\frac{1}{2}U^2y_{11}y_{12}^2\cos\alpha_{11}\{L_q^2\cos^2\varphi_s\,[1+\cos 2\,(\delta-\alpha_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_q^2\cos^2\varphi_d\,[1+\cos 2\,(\delta-\alpha_{12}-\varphi_d)]+$$
$$+M^2\cos^2\varphi_q\,[1-\cos 2\,(\delta-\alpha_{12}-\varphi_q)]+2K_qL_q\cos\varphi_s\cos\varphi_d\times$$
$$\times[\cos(\varphi_s-\varphi_d)+\cos(2\delta-2\alpha_{12}-\varphi_s-\varphi_d)]\}-U^2y_{11}y_{12}^2N\cos\alpha_{11}\times$$
$$\times\{L_q\cos\varphi_s\,[\cos\varphi_s+\cos(2\delta-2\alpha_{12}-\varphi_s)]+$$
$$+K_q\cos\varphi_d\,[\cos\varphi_d+\cos(2\delta-2\alpha_{12}-\varphi_d)]\}.\qquad(5\text{-}16)$$

Las potencias activa y reactiva de las máquinas de polos salientes en las barras de tensión U, pueden ser calculadas por las fórmulas:

$$P_U=-U^2y_{22}\,\text{sen}\,\alpha_{22}+E_{qe}Uy_{12}\,\text{sen}\,(\delta-\alpha_{12})\,(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})-$$
$$-\frac{1}{2}U^2y_{12}^2\{L_q\cos\varphi_s\,[\text{sen}\,(\varphi_s+2\alpha_{12})+\text{sen}\,(2\delta-\varphi_s)]+$$
$$+K_q\cos\varphi_d\,[\text{sen}\,(\varphi_d+2\alpha_{12})+\text{sen}\,(2\delta-\varphi_d)]+$$
$$+M\cos\varphi_q\,[\text{sen}\,(\varphi_q+2\alpha_{12})-\text{sen}\,(2\delta-\varphi_q)]-N\,(\text{sen}\,2\delta+\text{sen}\,2\alpha_{12})\};\qquad(5\text{-}17)$$
$$Q_U=-U^2y_{22}\cos\alpha_{22}+E_{qe}Uy_{12}\cos(\delta+\alpha_{12})\,(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})-$$
$$-\frac{1}{2}U^2y_{12}^2\{L_q\cos\varphi_s\,[\cos(\varphi_s+2\alpha_{12})+\cos(2\delta-\varphi_s)]+$$
$$+K_q\cos\varphi_d\,[\cos(\varphi_d+2\alpha_{12})+\cos(2\delta-\varphi_d)]+$$
$$+M\cos\varphi_q\,[\cos(\varphi_q+2\alpha_{12})-\cos(2\delta-\varphi_q)]-$$
$$-N\,(\cos 2\delta+\cos 2\alpha_{12}).\qquad(5\text{-}18)$$

Las componentes de la corriente suministrada por un generador de polos salientes se determina por

$$\left.\begin{aligned}
I_{d\,\mathrm{int}} &= E_{qe}y_{11}\cos\alpha_{11}(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})+\\
&+Uy_{12}(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})\cos(\delta-\alpha_{12})+Uy_{11}y_{12}\times\\
&\times\{\cos\alpha_{11}[K_q\cos\varphi_d\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_d)-\\
&-L_q\cos\varphi_s\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_s)]-\\
&-\operatorname{sen}\alpha_{11}M\cos\varphi_q\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{12}-\varphi_q);\\
I_{q\,\mathrm{int}} &= E_{qe}y_{11}\cos\alpha_{11}(1-Ny_{11}\cos\alpha_{11})+\\
&+Uy_{12}[\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{12})-Ny_{11}\operatorname{sen}\alpha_{11}\cos(\delta-\alpha_{12})]-\\
&-Uy_{11}y_{12}\{\operatorname{sen}\alpha_{11}[K_q\cos\varphi_d\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{12}-\varphi_d)-\\
&-L_q\cos\varphi_s\cos(\delta-\alpha_{12}-\varphi_s)]+\\
&+\cos\alpha_{11}M\cos\varphi_q\operatorname{sen}(\delta-\alpha_{12}-\varphi_q).
\end{aligned}\right\}\quad(5\text{-}19)$$

En (5-15)—(5-19) se han designado:

$$K_q=\frac{x'_d-x''_d}{[1-(x_q-x'_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}]\,[1-(x_q-x''_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}]};$$

$$L_q=\frac{(x_d-x'_d)\,N}{[1-(x_q-x'_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}]\,(x_d-x_q)};$$

$$N=\frac{x_d-x_q}{1+(x_d-x_q)\,y_{11}\cos\alpha_{11}};\quad T'_d=T_{d0}\frac{1-(x_q-x'_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}}{1+(x_d-x_q)\,y_{11}\cos\alpha_{11}};$$

$$T''_d=T''_{d0}\frac{1-(x_q-x''_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}}{1-(x_q-x'_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}};\quad T''_q=T''_{q0}[1-(x_q-x)''_q\,y_{11}\cos\alpha_{11}].$$

La influencia de los polos salientes de la máquina, reflejada en las fórmulas (5-15)—(5-19), sólo se manifiesta visiblemente en caso de existir un fuerte acoplamiento entre las centrales generadoras. Por eso, en los cálculos prácticos es conveniente considerar los polos salientes sólo cuando las máquinas trabajen sincrónicamente en barras de tensión permanente a través de una pequeña reactancia.

Al realizar los cálculos por las fórmulas (5-10)-(5-19) es conveniente utilizar las características auxiliares de la fig. 5-2.

En el caso particular, de las expresiones (5-10)—(5-19), antes dadas, pueden obtenerse las fórmulas* para determinar la corriente y la potencia de las máquinas que trabajan asincrónicamente y con deslizamiente permanente, interconectadas con el sistema receptor a través de la reactancia x (fig. 5-1, *b*).

---

* En estas fórmulas, las reactancias del generador incluyen en sí la resistencia de acoplamiento con el sistema.

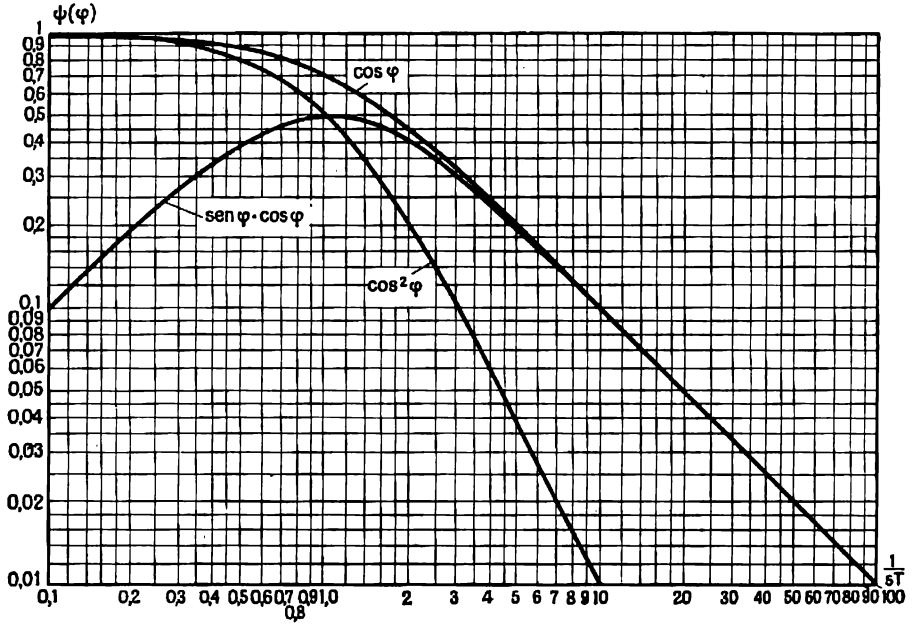


FIG. 5.2. Características auxiliares para determinar las funciones trigonométricas del ángulo φ en función del deslizamiento y las constantes de tiempo

1. Generador de polos no salientes

$$P = \frac{E_{qe}U}{x_d}\operatorname{sen}\delta - \frac{U^2}{2}\left\{\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\cos\varphi_s \times \right.$$

$$\times [\operatorname{sen}\varphi_s + \operatorname{sen}(2\delta-\varphi_s)] +$$

$$+\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\cos\varphi_d\,[\operatorname{sen}\varphi_d + \operatorname{sen}(2\delta-\varphi_d)] +$$

$$\left. +\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)\cos\varphi_q\,[\operatorname{sen}\varphi_q - \operatorname{sen}(2\delta-\varphi_q)]\right\}\ ; \qquad (5\text{-}20)$$

$$Q_{\text{int}} = \frac{E^2_{qe}}{x_d} - E_{qe}U\left[\frac{\cos\delta}{x_d} + 2\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\cos\varphi_s\cos(\delta-\varphi_s) + \right.$$

$$\left. +2\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\cos\varphi_d\cos(\delta-\varphi_d)\right] + \frac{U^2}{2}\left\{\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\times\right.$$

$$\times\cos\varphi_s\,[\cos\varphi_s + \cos(2\delta-\varphi_s)] + \left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\times$$

$$\times\cos\varphi_d\,[\cos\varphi_d + \cos(2\delta-\varphi_d)] +$$

$$\left. +\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)\cos\varphi_q\,[\cos\varphi_q - \cos(2\delta-\varphi_q)]\right\} +$$

$$+\frac{U^2}{2}x_d\left\{\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)^2\cos^2\varphi_s\left[1+\cos 2\left(\delta-\varphi_s\right)\right]+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)^2\cos^2\varphi_d\left[1+\cos 2\left(\delta-\varphi_d\right)\right]\right\}+$$
$$+\frac{U^2}{2}x_q\left\{\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)^2\cos^2\varphi_q\left[1-\cos 2\left(\delta-\varphi_q\right)\right]\right\}+$$
$$+U^2x_d\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\cos\varphi_s\cos\varphi_d\times$$
$$\times\left[\cos\left(\varphi_d-\varphi_s\right)+\cos\left(2\delta-\varphi_s-\varphi_d\right)\right]; \qquad (5\text{-}21)$$

$$Q_U=-\frac{U^2}{x_d}+\frac{E_{qe}U}{x_d}\cos\delta-\frac{U^2}{2}\times$$
$$\times\left\{\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\cos\varphi_s\left[\cos\varphi_s+\cos\left(2\delta-\varphi_s\right)\right]+\right.$$
$$+\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\cos\varphi_d\left[\cos\varphi_d+\cos\left(2\delta-\varphi_d\right)\right]+$$
$$\left.+\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)\cos\varphi_q\left(\cos\varphi_q-\cos\left(2-\varphi_q\right)\right]\right\}; \qquad (5\text{-}22)$$

$$\left.\begin{aligned}I_d&=\frac{E_{qe}}{x_d}-U\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\cos\varphi_s\cos\left(\delta-\varphi_s\right)-\\&-U\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\cos\varphi_d\cos\left(\delta-\varphi_d\right)-\frac{U}{x_d}\cos\delta;\\I_q&=-U\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)\cos\varphi_q\,\mathrm{sen}\,\left(\delta-\varphi_q\right)-\frac{U}{x_d}\,\mathrm{sen}\,\delta.\end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}23)$$

Las constantes de tiempo se determinan por

$$\left.\begin{aligned}T'_d&=T_{d0}\frac{x'_d}{x_d};\\T''_d&=T''_{d0}\frac{x''_d}{x'_d};\\T''_q&=T''_{q0}\frac{x''_q}{x_q}.\end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}24)$$

2. Generador de polos salientes

$$P=\frac{E_{qe}U}{x_d}\,\mathrm{sen}\,\delta+\frac{U^2}{2}\left\{\left(\frac{1}{x_q}-\frac{1}{x_d}\right)\mathrm{sen}\,2\delta-\right.$$
$$-\left(\frac{1}{x'_d}-\frac{1}{x_d}\right)\cos\varphi_s\left[\mathrm{sen}\,\varphi_s+\mathrm{sen}\,\left(2\delta-\varphi_s\right)\right]-$$
$$-\left(\frac{1}{x''_d}-\frac{1}{x'_d}\right)\cos\varphi_d\left[\mathrm{sen}\,\varphi_d+\mathrm{sen}\,\left(2\delta-\varphi_d\right)\right]-$$
$$\left.-\left(\frac{1}{x''_q}-\frac{1}{x_q}\right)\cos\varphi_q\left[\mathrm{sen}\,\varphi_q-\mathrm{sen}\,\left(2\delta-\varphi_q\right)\right]\right\}; \qquad (5\text{-}25)$$

$$Q_{\text{int}} = \frac{E_{qe}^2}{x_d^2} x_q + E_{qe} U \left\{ \frac{(x_d - 2x_q)}{x_d^2} \cos\delta + \right.$$

$$+ 2\left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d}\right) \cos\varphi_s \left[\cos(\delta - \varphi_s) - x_q \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right) \times \right.$$

$$\left. \times \cos(\delta - \varphi_s) \right] + 2\left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d}\right) \cos\varphi_d \times$$

$$\times \left[\cos(\delta - \varphi_d) - x_q \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right) \cos(\delta - \varphi_d) \right\} -$$

$$- \frac{U^2}{2} \left\{ \frac{1}{x_d} \left(1 - \frac{x_q}{x_d}\right) (1 + \cos 2\delta) - \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d}\right) \times \right.$$

$$\times \cos\varphi_s \left[\cos\varphi_s - 2x_q \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right) \cos\varphi_s + \cos(2\delta - \varphi_s) - \right.$$

$$\left. - 2x_q \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right) \cos(2\delta - \varphi_s) \right] - \left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d}\right) \cos\varphi_d \times$$

$$\times \left[\cos\varphi_d - 2x_q \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right) \cos\varphi_d - \right.$$

$$\left. - 2x_q \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right) \cos(2\delta - \varphi_d) + \cos(2\delta - \varphi_d) \right] -$$

$$\left. - \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right) \cos\varphi_q \left[\cos\varphi_q - \cos(2\delta - \varphi_q)\right] \right\} +$$

$$+ \frac{U^2}{2} x_q \left\{ \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d}\right)^2 \cos^2\varphi_s \left[1 + \cos 2(\delta - \varphi_s)\right] + \right.$$

$$+ \left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d}\right)^2 \cos^2\varphi_d \left[1 + \cos 2(\delta - \varphi_d)\right] +$$

$$\left. + \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right)^2 \cos^2\varphi_q \left[1 - \cos 2(\delta - \varphi_q)\right] + \right.$$

$$+ 2\left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d}\right) \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d}\right) \cos\varphi_s \cos\varphi_d \left[\cos(\varphi_d - \varphi_s) + \right.$$

$$\left. + \cos(2\delta - \varphi_s - \varphi_d); \right. \qquad (5\text{-}26)$$

$$Q_U = \frac{E_{qe} U}{x_d} \cos\delta - \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d}\right) + \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right) \cos 2\delta -$$

$$- \frac{U^2}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d}\right) \cos\varphi_s \left[\cos\varphi_s + \cos(2\delta - \varphi_s)\right] + \right.$$

$$+ \left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d}\right) \cos\varphi_d \left[\cos\varphi_d + \cos(2\delta - \varphi_d)\right] +$$

$$\left. + \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right) \cos\varphi_q \left[\cos\varphi_q - (2\delta - \varphi_q)\right] \right\} . \qquad (5\text{-}27)$$

La componente longitudinal de la corriente de una máquina de polos salientes, se determina de acuerdo con (5-23); la trans-

versal, de acuerdo con (5-28)

$$I_q = -U\left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right)\cos\varphi_q \operatorname{sen}(\delta - \varphi_q) - \frac{U}{x_q}\operatorname{sen}\delta. \quad (5\text{-}28)$$

Las constantes de tiempo se hallan de acuerdo con (5-24).

Determinación de la potencia asincrónica desarrollada por los devanados amortiguadores para un deslizamiento variable. La resolución del problema se facilita con la suposición de que la velocidad relativa del rotor es considerablemente menor que la velocidad de variación de las corrientes en los circuitos amortiguadores que condicionan la aparición de la potencia asincrónica. En este caso, para determinar la potencia asincrónica obtenemos

$$P = P_d\frac{d\delta}{dt} = U^2\left(\frac{x'_d - x''_d}{x'_d x''_d}\,T''_d\operatorname{sen}^2\delta + \frac{x_q - x''_q}{x_q x''_q}\,T''_q\cos^2\delta\right)\frac{d\delta}{dt} \quad (5\text{-}29)$$

para el acoplamiento del generador con el sistema receptor a través de la reactancia pura, y

$$P = -\frac{U^2}{z_{12}^2}\,\frac{x'_d - x''_d}{\left(1 - \dfrac{x_d - x'_d}{z_{11}}\cos\alpha_{11}\right)^2}\,sT''_{d0}\operatorname{sen}^2(\delta - \alpha_{12}) - \\ -\frac{U^2}{z_{12}^2}(x_q - x''_q)\,sT''_{q0}\cos^2(\delta - \alpha_{12}) \quad (5\text{-}30)$$

para el acoplamiento de cualquier complejidad*.

Al hallar la potencia asincrónica desarrollada a cuenta de las corrientes inducidas en los circuitos de excitación, con deslizamiento arbitrario, no es posible aprovecharse de semejante tolerancia, dado que la constante de tiempo electromagnética T'_d es conmensurable con la constante mecánica T_j.

En relación a esto, el método más general es el elaborado conforme al circuito con reactancias puras cuya esencia se reduce a la adición de la componente dependiente de la derivada segunda del ángulo a los parámetros del régimen calculados para un deslizamiento constante. Esta componente se determina por cierta f.e.m. suplementaria calculada en cada uno de los intervalos, suponiendo que las derivadas primeras $\frac{d\delta}{dt}$, $\frac{dI_d}{dt}$ y $\frac{dI_q}{dt}$ son varias veces menores que las mismas variables, y, cada derivada siguiente es varias veces menor que la anterior.

El momento electromagnético suplementario puede ser calculado

---

* La expresión (5-30) es correcta para las máquinas de polos no salientes. Al determinar la potencia desarrollada por los devanados amortiguadores de la máquina de polos salientes, en el denominador del primer miembro de (5-30) x_d se reemplaza por x_q.

por la fórmula

$$M_{\text{eléc}\Delta} = \frac{E_{q\delta} U}{x_d} \operatorname{sen} \delta, \tag{5-31}$$

además, al emplear para el cálculo el método de intervalos sucesivos, en cada intervalo

$$E_{q\delta\,(n+1)} = U\left(\frac{T'_d - T_\Delta}{T'_d} - 1\right)\left[a_E s_n \operatorname{sen}\delta_n + b_E s_n^2 \times \right.$$

$$\left. \times \cos\delta_n - b_E \operatorname{sen}\delta_n \left(\frac{ds}{dt}\right)_n\right] + E_{q\delta\,(n)} e^{-\frac{\Delta t}{T'_d}}, \tag{5-32}$$

donde

$$a_E = -T_d\,(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T'_d}}); \quad b_E = T'^2_d\left[\frac{\Delta t}{T'_d}\,(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T'_d}})\right];$$

$$T_\Delta = \frac{T'_d}{T_{d0}}\,(T''_{d0} - T''_d)\left(1 + \frac{T''_d}{T'_d}\right).$$

§ 5-4. CALCULOS DE LOS PARAMETROS DE REGIMEN DE UN SISTEMA ELECTRICO EN TRABAJO ASINCRONICO

El trabajo asincrónico de una máquina sincrónica va acompañado de la circulación por los circuitos cerrados de su rotor de corrientes suplementarias. Las corrientes suplementarias del devanado de excitación y del devanado amortiguador longitudinal crean flujos magnéticos dirigidos a lo largo del eje longitudinal de la máquina; la corriente suplementaria del devanado amortiguador longitudinal determina el origen de un flujo dirigido en ángulo recto al eje del flujo magnético del devanado de excitación. En este caso, el flujo magnético total varía en magnitud y se desplaza respecto al eje longitudinal de la máquina. Varía respectivamente la magnitud y la fase de la f.e.m. de la máquina que corresponde a este flujo magnético. El vector generalizado de la f.e.m. en el sistema de coordenadas sujeto al rotor se dispone formando un cierto ángulo ψ con respecto al eje longitudinal de la máquina (fig. 5-3). Su magnitud y fase se determinan para las máquinas de polos no salientes por

$$\dot{E} = \Delta E_{1q} + j\,(E_{qe} + \Delta E_f + E_{1d}) = E\,\underline{|\psi} \tag{5-33}$$

donde E_{qe} es la f.e.m. condicionada por la corriente forzada de excitación;

ΔE_f, ΔE_{1d}, ΔE_{1q} son los incrementos de las f.e.m. relacionados con la aparición, en régimen asincrónico, de las corrientes suplementarias, respectivamente, en el devanado de excitación, en los devanados amortiguadores longitudinal y transversal.

En el circuito equivalente la f.e.m. E se conecta tras la reactancia sincrónica longitudinal x_d de la máquina.
En los cálculos de los regímenes asincrónicos, el circuito equivalente de las máquinas de polos salientes se representa por la

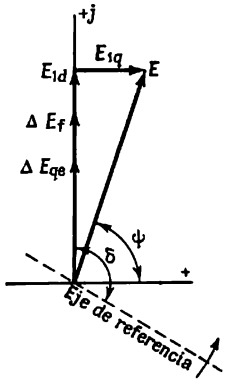


FIG. 5-3. Diagrama vectorial de la máquina sincrónica

reactancia sincrónica transversal x_q, tras la cual la f.e.m. E^Q se determina por la expresión

$$\dot{E}^Q = \Delta E^Q_{1q} + j\,(E_{Qe} + \Delta E^Q_f + \Delta E^Q_{1d}) = E^Q \lfloor \underline{\psi} \qquad (5\text{-}34)$$

donde E_{Qe} es la f.e.m. ficticia correspondiente a la corriente forzada de excitación y que condiciona, en el régimen sincrónico establecido del circuito equivalente, iguales valores de la potencia activa y reactiva, que los de la máquina real de polos salientes, para idénticos valores del ángulo δ y la tensión U.
La f.e.m. E_{Qe} ficticia en el circuito equivalente del sistema de dos máquinas guarda con la f.e.m. E_{qe} de la máquina, proporcional a la corriente forzada de excitación, la relación siguiente:

$$E_{Qe} = \frac{1}{1+(x_d - x_q)\,y_{11}\cos\alpha_{11}}\,[E_{qe} + U\,(x_d - x_q)\,y_{12}\cos(\delta - \alpha_{12}). \qquad (5\text{-}35)$$

Los incrementos de las f.e.m. ΔE_f, ΔE_{1d} y ΔE_{1q}, cuando el trabajo de los turbogeneradores en barras de tensión permanente es asincrónico, pueden ser calculados por las fórmulas siguientes, con deslizamiento $s = \text{const}$,

$$\Delta E_f = -U\,\frac{y_{12}\,(x_d - x'_d)}{1-(x_d - x'_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}}\cos\varphi_s\cos(st + \alpha_{12} + \varphi_s); \qquad (5\text{-}36)$$

$$\Delta E_{1d} = -U \frac{y_{12}(x'_d - x''_d)}{[1-(x_d - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]\,[1-(x_d - x''_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]} \times$$
$$\times \cos \varphi_d \cos (st + \alpha_{12} + \varphi_d); \qquad (5\text{-}37)$$

$$\Delta E_{1q} = U \frac{y_{12}(x_q - x''_q)}{1-(x_q - x''_q)\, y_{11} \cos \alpha_{11}} \cos \varphi_q \operatorname{sen} (st + \alpha_{12} + \varphi_q). \qquad (5\text{-}38)$$

Para las máquinas de polos salientes

$$\Delta E_f^Q = -U \frac{y_{12}(x_d - x'_d)}{[1-(x_q - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]\,[1+(x_d - x_q)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]} \times$$
$$\times \cos \varphi_s \cos (st + \alpha_{12} + \varphi_s); \qquad (5\text{-}39)$$

$$\Delta E_{1d}^Q = -U \frac{y_{12}(x'_d - x''_d)}{[1-(x_q - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]\,[1-(x_q - x''_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}]} \times$$
$$\times \cos \varphi_d \cos (st + \alpha_{12} + \varphi_d); \qquad (5\text{-}40)$$

$$\Delta E_{1q}^Q = U \frac{y_{12}(x_q - x''_q)}{1-(x_q - x''_q)\, y_{11} \cos \alpha_{11}} \cos \varphi_q \operatorname{sen} (st + \alpha_{12} + \varphi_q). \qquad (5\text{-}41)$$

En las fórmulas (5-36) — (5-41)

$$s = -\frac{d\delta}{dt}; \quad \varphi_s = \operatorname{arctg} \frac{1}{sT'_d}; \quad \varphi_d = \operatorname{arctg} \frac{1}{sT''_d}; \quad \varphi_q = \operatorname{arctg} \frac{1}{sT''_q}.$$

Las constantes de tiempo T'_d, T''_d, T''_q se calculan por los datos del certificado técnico, conforme a los parámetros del circuito equivalente del sistema, por las expresiones ya establecidas, en § 5-3.

Las conductibilidades propias y mutuas se determinan conforme a un circuito equivalente en el que los turbogeneradores desincronizados están representados por la resistencia sincrónica longitudinal x_d y los generadores hidroeléctricos, por una resistencia sincrónica transversal x_q.

Si el generador junto con una central equivalente, representada en el circuito equivalente por una cierta resistencia trabaja asincrónicamente, la tensión en las fórmulas (5-36)—(5-41) se toma igual a la f.e.m. constante de la central equivalente.

Las fórmulas antes enunciadas pueden, con cierta aproximación, utilizarse también para los cálculos de un régimen asincrónico inestable. En este caso, los cálculos deben realizarse por el método de intervalos sucesivos. En estos cálculos, el deslizamiento debe considerarse constante durante el intervalo de cálculo y debe variarse hasta un nuevo valor al final de cada uno de los intervalos.

Siendo necesario un cálculo más exacto, se debe complementariamente tomar en consideración la variación de las corrientes libres provocadas por la perturbación del régimen estable. Si en

este caso, se admite que las corrientes libres se amortiguan mucho más rápidamente en los devanados amortiguadores que en los devanados de excitación, entonces, al realizar los cálculos considerando la variación de la corriente libre, la f.e.m. de la máquina de polos no salientes en el circuito equivalente debe tomarse igual a

$$\dot{E} = \Delta E_{1q} + j\,(E_q + \Delta E_{1d}) = E\,\underline{|\psi}. \qquad (5\text{-}42)$$

El cálculo se realiza por el método de intervalos sucesivos; además, al final de cada intervalo de tiempo

$$E_{q\,(n)} = E_{q\,(n-1)} + \Delta E_{q\,(n)} \qquad (5\text{-}43)$$

donde

$$\Delta E_{q\,(n)} = \frac{\Delta t}{T'_d}\left[E_{qe\,(n-1)} - E_{q\,(n-1)} - \right.$$

$$\left. - U\,\frac{y_{12}\,(x_d - x'_d)\,s_{(n-1)}}{1-(x_d-x'_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}}\,\mathrm{sen}\,(\delta_{(n-1)} - \alpha_{12})\right]. \qquad (5\text{-}44)$$

Para las máquinas de polos salientes, en las condiciones consideradas

$$\dot{E}^Q = \Delta E^Q_{1q} + j\,(E_Q + \Delta F_{1d}) = E^Q\,\underline{|\psi}; \qquad (5\text{-}45)$$

además, la f.e.m. E_Q al comienzo de cada intervalo se determina por la expresión

$$E_{Q\,(n)} = \frac{1}{1+(x_d-x_q)\,y_{11}\cos\alpha_{11}}\,[E_{q\,(n)} + U y_{12}\,(x_d - x_q)\cos\delta_{(n)} - \alpha_{12}]; \qquad (5\text{-}46)$$

y

$$E_{q\,(n)} = E_{q\,(n-1)} + \Delta E_{q\,(n)};$$

$$\Delta E_{q\,(n)} = \frac{\Delta t}{T'_d}\left[E_{qe\,(n)} - E_{q\,(n-1)} - U \times \right.$$

$$\times \frac{y_{12}\,(x_d - x'_d)\,s_{(n-1)}}{[1+(x_d-x_q)\,y_{11}\cos\alpha_{11}]\,[1-(x_q-x'_d)\,y_{11}\cos\alpha_{11}} \times$$

$$\left. \times\,\mathrm{sen}\,(\delta_{(n-1)} - \alpha_{12})\right]. \qquad (5\text{-}47)$$

Las fórmulas dadas pueden utilizarse en los análisis aproximados de los regímenes asincrónicos de sistemas complejos, en aquellos casos en que la simplificación del circuito de cálculo mediante la transformación equivalente al circuito de dos máquinas, es inadmisible (por ejemplo, para oscilaciones considerables de las centrales generadoras que siguen en sincronismo). En estos

casos, los cálculos de los regímenes asincrónicos deben realizarse también por el método de intervalos sucevivos. Al calcular los incrementos de las f.e.m. de acuerdo a las fórmulas (5-36)—(5-41), en calidad de tensión U se toma la tensión de cualquier punto de transición (por ejemplo, las barras de la central que trabaja en sincronismo) a través del cual se realiza el único acoplamiento con la derivación de la central generadora desincronizada (punto *1* en la fig. 5-4). La tensión en este nodo se

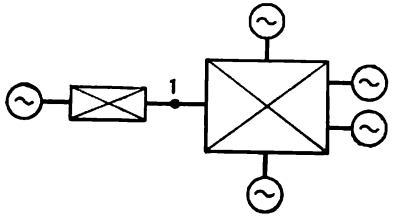


FIG. 5-4. Circuito convencional del sistema eléctrico complejo

considera constante en cada intervalo. Al calcular las conductibilidades propias y mutuas se consideran sólo los parámetros de aquel sector del circuito que acopla la derivación de la central que trabaja asincrónicamente con el punto de transición de tensión U. En este caso, el deslizamiento se determina por la divergencia del eje transversal de la máquina que trabaja asincrónicamente con respecto al vector de la tensión $\dot{U}$.

El régimen asincrónico de los generadores, equipados con sistema de regulación automática de la excitación, se caracteriza no sólo por la aparición de corrientes suplementarias en los circuitos del rotor, sino también por la variación de la f.e.m. forzada de la máquina. En este caso, la f.e.m. resultante se determina por las ecuaciones (5-42) y (5-45), en las que las f.e.m. E_q y E_Q son magnitudes variables por acción del sistema de regulación.

En los cálculos analíticos aproximados, estas f.e.m. pueden calcularse por las fórmulas (5-45)—(5-47), en las que la f.e.m. E_{qe} proporcional a la corriente forzada de excitación, se toma en correspondencia con la ecuación de regulación. Esta última que en el caso general tiene la forma

$$\Delta E_{qe} = \frac{W(p)\,\Delta\Pi}{1+pT_p}, \qquad (5\text{-}48)$$

debe representarse en diferencias finitas.

Al despreciar el retardo en el sistema de regulación, la ecuación (5-48) de regulación proporcional de la tensión toma la forma

$$\Delta E_{qe} = -k_{0U}\Delta U_g,$$

para el sistema de compoundaje

$$E_{qe} = U_{g\,(0)} + k_{0I} I.$$

Para el compoundaje con corrección de la tensión y considerando el retardo del corrector

$$\Delta E_{qe\,(n)} = \frac{\Delta t}{T_p} [U_{g\,(0)} - E_{qe\,(n-1)} + k_{0I} I_{(n-1)} + k_{0U} \Delta U_{(n-1)}] + k_{0I} \Delta I_{(n-1)}.$$

En vista de poca influencia del sumando ΔE_{1d} en la magnitud total de la f.e.m. resultante de la máquina a regular, es conveniente dejar de considerar su variación por acción del regulador de excitación, determinando ΔE_{1d} por la fórmula deducida para la máquina no regulable, al igual que la f.e.m. ΔE_{1q} que no varía por influencia de la regulación.

Otro método posible de consideración aproximada del efecto del sistema de regulación automática de la máquina sobre su f.e.m. resultante (en régimen asincrónico) consiste en emplear en los cálculos las fórmulas obtenidas para las máquinas de excitación no regulable y en la ulterior corrección por introducción de determinados coeficientes dependientes del tipo de sistema de regulación automática de la excitación y de los parámetros del sistema considerado. Con tal enfoque, la f.e.m. resultante de la máquina puede ser tomada igual a

$$\dot{E} = \Delta E_{1q} + j [k_{\text{reg}} E_{qe\,(0)} + k_{\text{reg}\,f} \Delta E_f + \Delta E_{1d}] = E \lfloor \underline{\psi}; \qquad (5\text{-}49)$$

además, para $s \geqslant 1 \div 1{,}5\%$ se puede considerar $k_{\text{reg}\,f} = 1$, mientras que para $s \leqslant 1 \div 1{,}5\%$ los valores de este coeficiente se toman de la curva de la fig. 5-5. En este caso, los valores de los coeficientes k_{reg} se pueden tomar de la tabla 5-1.

Los valores límites inferiores del coeficiente k_{reg}, indicados en la tabla 5-1, se refieren a deslizamientos pequeños ($s \approx 0{,}5\%$); los superiores, a deslizamientos grandes ($s \approx 3\%$).

Actualmente, tratándose de cálculos aproximados, frecuentemente se usa el circuito de cálculo, en el que un generador que trabaja asincrónicamente se introduce mediante la reactancia transitoria x'_d y la f.e.m. $E'_{q\,(as)}$ constante; además, para lo último se toma un valor diferente a esta f.e.m. en régimen inicial sincrónico. Con determinada aproximación se puede tomar la f.e.m. $E'_{q\,(as)}$ en 10...20% menos en presencia del compoundaje y en 10...25% más en compoundaje con corrección respecto al valor correspondiente en régimen inicial. Al regular la excitación del generador mediante el regulador de tensión, la f.e.m. se puede considerar igual a la f.e.m. transitoria en régimen sincrónico.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que la condición $E'_{q\,(as)} = \text{const}$, en el caso general, es apenas una aproximación grosera de las condiciones reales del proceso transitorio, para el cual son

típicas las variaciones periódicas de la corriente de acoplamiento del rotor de la máquina, que trabaja asincrónicamente proporcional a la f.e.m. $E'_{q\,(as)}$. Las amplitudes de las desviaciones de la f.e.m. $E'_{q\,(as)}$, del valor medio, dependen de una serie de factores, y, antes que nada, del deslizamiento; además, al crecer el deslizamiento, las desviaciones de $E'_{q\,(as)}$ del valor medio disminuyen,

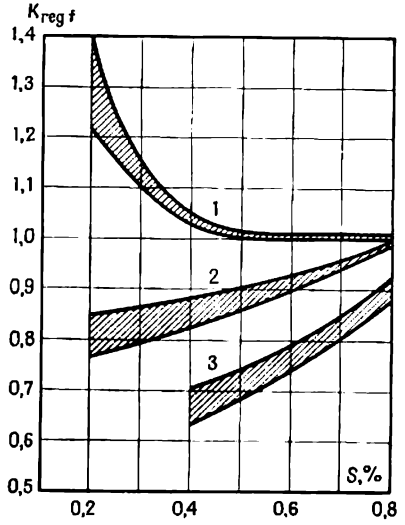


FIG. 5-5. Gráfico para la determinación del coeficiente $k_{reg\,f}$: *1*, compoundaje con corrector; *2*, regulador de tensión; *3*, compoundaje

mientras que, al disminuir el mismo, las desviaciones crecen considerablemente. Se puede considerar que para valores medios de la resistencia exterior, la potencia activa que se suministra por el generador que trabaja asincrónicamente, se puede calcular con bastante buena aproximación por la f.e.m. $E'_{q\,(as)}$ media, cuando $s > 3\%$ para las máquinas equipadas con regulador de tensión, y cuando $s > 1\%$ para las máquinas regulables median-

Tabla 5-1

Tipo de regulador	Para la reactancia exterior	
	0,3	0,84
Compoundaje	3,35-3,65	2,45-2,5
Compoundaje con corrector . . .	4,75-6	3-3,25
Regulador de tensión	3,75-4,5	2,75

te el sistema de compoundaje con corrector o sin él. Para la condición $E_{q\,(as)} = \text{const}$, con menores valores del deslizamiento, los resultados del cálculo difieren considerablemente de los obtenidos en una consideración más rígida de las características del proceso transitorio.

El régimen del sistema se determina por los valores complejos de las f.e.m. de sus centrales generadoras y los parámetros de todos los elementos del sistema. Si el circuito equivalente se considera lineal, entonces, las corrientes en la derivación de las centrales generadoras de este circuito de n centrales, tanto de régimen sincrónico como asincrónico, pueden ser calculadas basándose en las conocidas ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{I}_1 &= \dot{E}_1 Y_{11} - \dot{E}_2 Y_{12} - \dot{E}_3 Y_{13} - \ldots - \dot{E}_n Y_{1n};\\
\dot{I}_2 &= -\dot{E}_1 Y_{21} + \dot{E}_2 Y_{22} - \dot{E}_3 Y_{23} - \ldots - \dot{E}_n Y_{2n};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\dot{I}_n &= -\dot{E}_1 Y_{n1} - \dot{E}_2 Y_{n2} - \dot{E}_3 Y_{n3} - \ldots + \dot{E}_n Y_{nn}.
\end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}50)$$

La f.e.m. de la central desincronizada (para su distinción se ha tomado el subíndice 1), de acuerdo con la fig. 5-3, se determina por

$$\dot{E}_1 = E_1 \underline{|\delta_1 - (90° - \psi_1)} = E_1 \underline{|-s_1 t - (90° - \psi_1)}. \qquad (5\text{-}51)$$

La f.e.m. de las centrales que trabajan sincrónicamente

$$\dot{E}_2 = E_2 \underline{|\delta_2};\ \dot{E}_3 = E_3 \underline{|\delta_3};\ \ldots,\ \dot{E}_n = E_n \underline{|\delta_n},$$

donde δ_1, δ_2, ..., δ_n son los ángulos de desviación de los ejes transversales de las correspondientes centrales generadoras respecto al eje de referencia que gira sincrónicamente.

Teniendo en cuenta estas expresiones y tomando

$$Y_{11} = y_{11} \underline{|-\psi_{11}};\ Y_{12} = y_{12} \underline{|-\psi_{12}},\ \ldots,$$

las ecuaciones para el cálculo de las corrientes en las derivaciones de las centrales generadoras del sistema, pueden ser representadas del siguiente modo:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{I}_1 &= E_1 y_{11} \underline{|-s_1 t - (90° - \psi_1) - \psi_{11}} -\\
&- E_2 y_{12} \underline{|\delta_2 - \psi_{12}} - \ldots - E_n y_{1n} \underline{|\delta_n - \psi_n};\\
\dot{I}_2 &= -E_1 y_{21} \underline{|-s_1 t - (90° - \psi_1) - \psi_{21}} +\\
&+ E_2 y_{22} \underline{|\delta_2 - \psi_{22}} - \ldots - E_n y_{2n} \underline{|\delta_n - \psi_{2n}};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\dot{I}_n &= -E_1 y_{n1} \underline{|-s_1 t - (90° - \psi_1) - \psi_{n1}} -\\
&- E_2 y_{n2} \underline{|\delta_2 - \psi_{n2}} - \ldots - + E_n y_{nn} \underline{|\delta_n - \psi_{nn}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}52)$$

En los cálculos aproximados, realizados en condiciones de la f.e.m. $E'_{q\,(as)}$ constante de la central que trabaja asincrónicamente, para utilizar las fórmulas (5-52) o las obtenidas basándose en ellas, es necesario determinar previamente la f.e.m. E_q para las máquinas de polos no salientes y la f.e.m. E_Q para las máquinas de polos salientes. En este caso se pueden emplear las fórmulas

$$E_q = \frac{1}{1-(x_d - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}} [E'_q - U y_{12} (x_d - x'_d) \cos (\delta - \alpha_{12})]; \quad (5\text{-}53)$$

$$E_Q = \frac{1}{1-(x_q - x'_d)\, y_{11} \cos \alpha_{11}} [E'_q - U y_{12} (x_q - x'_d) \cos (\delta - \alpha_{12})]. \quad (5\text{-}54)$$

En la primera fórmula las conductibilidades propias y mutuas se determinan conforme al circuito equivalente, en el que la máquina que trabaja asincrónicamente se introduce por la resistencia sincrónica longitudinal x_d; para la segunda fórmula, al calcular estas conductibilidades el generador se considera en el circuito equivalente por la resistencia sincrónica transversal x_q. En correspondencia, se determinan también las conductibilidades del circuito inicial del sistema complejo. La tensión U, en las fórmulas (5-53) y (5-54), representa la f.e.m. de la central equivalente en el circuito equivalente de dos máquinas del sistema, o la tensión en el punto de transición que acopla la central asincrónica con el resto del sistema.

Al escribir las ecuaciones (5-52) se admite que las corrientes suplementarias que aparecen en los circuitos de las centrales generadoras 2, 3, . . ., n, que trabajan sincrónicamente al desincronizarse la central *1*, no influyen en la posición de los vectores de las f.e.m. respecto a los ejes de las correspondientes centrales. Esta admisión no influye visiblemente en los resultados del cálculo.

Los conocidos valores complejos de las f.e.m. de las centrales generadoras y las corrientes en sus circuitos permiten calcular la magnitud y fase de la tensión en todos los puntos de transición del circuito equivalente del sistema, así como la magnitud y la fase de las corrientes en todas las derivaciones. Así, por ejemplo, la tensión en las barras de los generadores de la central *1* que trabaja asincrónicamente, puede ser hallada por

$$\dot{U}_{g1} = \dot{E}_1 - j\dot{I}_1 x_{d1},$$

mientras que la corriente de carga que se alimenta de las barras de tensión generadora de esta central, por

$$\dot{I}_{c\,(g1)} = \frac{\dot{U}_{g1}}{Z_{c\,(g1)}}.$$

La potencia en cualquier derivación m del circuito se determina de acuerdo con la expresión

$$\dot{S}_m = P_m + jQ_m = \dot{U}_m \hat{I}_m.$$

Para la central generadora desincronizada, en el circuito equivalente de dos máquinas, la última expresión permite obtener las ecuaciones

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \operatorname{sen} [\delta_{12} - (90° - \psi_1) - \alpha_{12}]; \quad (5\text{-}55)$$

$$Q_1 = E_1^2 y_{11} \cos \alpha_{11} - E_1 E_2 y_{12} \cos [\delta_{12} - (90° - \psi_1) - \alpha_{12}], \quad (5\text{-}56)$$

donde $\delta_{12} = -s_1 t$.

Para el cálculo de la tensión en los puntos de transición del circuito equivalente del sistema complejo, además del método de cálculo antes descrito, que prevé el paso paulatino de los parámetros de régimen de la derivación de una u otra central al nudo dado, puede ser utilizado el método basado en el empleo de los coeficientes complejos de distribución de la tensión D previamente calculados. En este caso, la tensión de cualquier punto de transición se determina por la expresión

$$\dot{U}_j = \dot{E}_1 \dot{D}_{1j} + \dot{E}_2 \dot{D}_{2j} + \dot{E}_3 \dot{D}_{3j} + \ldots + \dot{E}_n \dot{D}_{nj} \quad (5\text{-}57)$$

$$(j = 1, 2, \ldots, n).$$

Tal modo de determinar la tensión es especialmente conveniente en sistemas complejos con redes desarrolladas de alta tensión. Al emplear las computadoras numéricas en el cálculo es cómodo tener la ecuación que determina la tensión en los puntos de transición, registrada en forma de matriz

$$[\dot{U}_j] = [\dot{D}_{ij}] \times [\dot{E}_i], \quad (5\text{-}58)$$

donde $[\dot{U}_j]$ es la matriz de columna de los conjuntos de tensiones en los puntos de transición considerados;

$[\dot{E}_i]$, la matriz de columna de los conjuntos de f.e.m. de las centrales generadoras;

$[\dot{D}_{ij}]$, la matriz rectangular de los coeficientes complejos de distribución de la tensión.

Antes, en el § 5-1 se señaló que en los cálculos de la marcha asincrónica del sistema complejo que contiene varias centrales generadoras, se deben distinguir dos casos:

1. Los parámetros del circuito equivalente y las f.e.m. de las centrales generadoras que siguen en sincronismo, en régimen asincrónico no se diferencian visiblemente de los correspondientes valores del régimen sincrónico inicial.

2. Las f.e.m. de las centrales que trabajan sincrónicamente varían al desincronizarse una de las centrales; además, también

es posible la variación de las resistencias de las derivaciones de carga en el circuito equivalente.

En el primer caso, totalizando lo expuesto, se puede obtener el siguiente orden de cálculo de los parámetros del régimen asincrónico.

1. Se realiza la conversión del circuito equivalente del sistema; además, las centrales que trabajan sincrónicamente se sustituyen por una equivalente.
2. Se calculan los valores de las componentes de la f. e. m. resultante de la central desincronizada, para el cálculo de los valores del ángulo por las fórmulas (5-36)—(5-41), tomando en ellas la tensión U igual a la f. e. m. de la central equivalente.
3. Para los mismos valores se determina la f. e. m. resultante * y, después, por las fórmulas (5-52) se caclulan las corrientes en los circuitos de las centrales generadoras.
4. Se calculan la tensión y la potencia en todos los nudos y derivaciones del sistema que interesan.

El cálculo de los parámetros del régimen asincrónico estable del sistema, se complica considerablemente en el segundo caso, antes indicado, cuando la magnitud y la fase de la f.e.m. de las centrales que siguen en sincronismo, así como los parámetros del circuito equivalente del sistema se diferencian de los valores que corresponden al régimen sincrónico inicial. Esto se producirá, por ejemplo, para una potencia relativamente grande de la central que pasa al régimen asincrónico, y un débil acoplamiento eléctrico de ésta con las restantes centrales generadoras.

En tal caso, es conveniente realizar el cálculo del régimen por el método de aproximaciones sucesivas, en el siguiente orden:

1. En el circuito equivalente del sistema se elige un punto de transición a través del cual la central desincronizada se acopla con la parte del sistema que trabaja en sincronismo. En este caso, se debe tender a que este punto de transición sea el centro de la estrella, cuyos rayos están formados por las derivaciones de las centrales generadoras (fig. 5-6). Si la configuración del circuito equivalente del sistema no permite elegir semejante punto, es conveniente realizar la conversión del circuito, sin tocar las derivaciones de carga, las que pueden variar la potencia consumida bajo la acción de descargas de frecuencia.
2. En el punto nodal b elegido (balanceador) se da la tensión, y se calculan por las fórmulas (5-12), (5-13), (5-17) y (5-18) la potencia media activa P_{1U} y la reactiva Q_{1U} que circulan por la derivación de la central que trabaja asincrónicamente.

---

* Para los generadores a regular el cálculo se realiza por el método de intervalos sucesivos, o bien con empleo de los coeficientes que consideran la variación de la f.e.m. E_{q0} y ΔE_f, por influencia del sistema de regulación automática, o bien, más aproximadamente, si $E'_{q(as)} = \text{const}$.

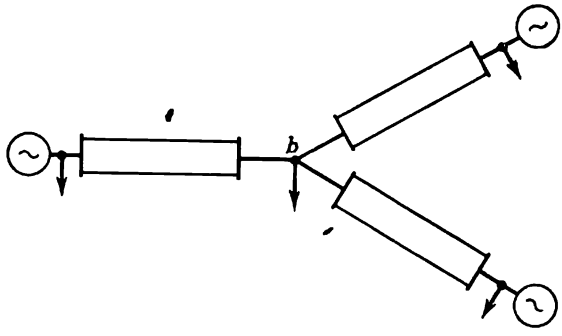


FIG. 5-6. Esquema de principio del sistema

3. Con la misma tensión se calculan la magnitud y la fase de la f.e.m. de aquellas centrales que trabajan sicnrónicamente y cuya potencia activa se considera dada por el gráfico de la regulación de servicio. En este caso, para el circuito equivalente, en forma de estrella de múltiples rayos, se utilizan las fórmulas

$$\left.\begin{aligned} P_k &= E_k^2 y_{kk} \operatorname{sen} \alpha_{kk} + E_k U_b y_{kb} \operatorname{sen} (\delta_{kb} - \alpha_{kb}); \\ Q_k &= E_k^2 y_{kk} \cos \alpha_{kk} - E_k U_b y_{kb} \cos (\delta_{kb} - \alpha_{kb}), \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}59)$$

formando con las magnitudes dadas de P_k y Q_k el sistema de ecuaciones con dos incógnitas E_k y δ_{kb}.

En las ecuaciones (5-59) U_b es la tensión adoptada de balanceo del punto nodal.

En los sistemas complejos, que por uno u otro motivo no pueden ser representados por el circuito equivalente en forma de estrella de múltiples rayos, para determinar la potencia debe ser empleado el método general de cálculo del régimen establecido del sistema complejo expuesto en la introducción.

4. Conforme a la tensión U_b adoptada y las f.e.m. $\dot{E}_k$ halladas se determinan las potencias activas P_{kb} y las reactivas Q_{kb} en las derivaciones de las centrales generadoras, en el punto b.

5. Por el balanceo de la potencia, en el nudo balanceador se hallan las potencias activas y reactivas de la derivación de la central generadora balanceadora, así como los parámetros del régimen de esta central.

6. Se compara la potencia de la central balanceadora, hallada en el p. 5, con la potencia disponible de la misma. Al sobrecargar la central por la potencia activa se produce la variación de la potencia de parte de las cargas; se calculan las resistencias pertenecientes a ellas, así como las nuevas conductibilidades propias y mutuas del circuito equivalente. A continuación se repiten todos los cálculos antes enumerados. Al sobrecargar la central balanceadora por la potencia reactiva, se repiten los cálculos

para el circuito equivalente anterior y las diferentes tensiones en el punto balanceador *b*.

7. Habiendo obtenido condiciones de trabajo satisfactorias de la central balanceadora y en correspondencia a ellas las magnitudes y las fases de la f.e.m. de las centrales que trabajan sincrónicamente, se realiza la conversión del circuito del sistema uniendo todas las centrales generadoras que trabajan sincrónicamente en una equivalente.

8. Se calcula la variación de la f.e.m. de la central que trabaja asincrónicamente en función del ángulo δ, tomando U igual a la f.e.m. de la central equivalente.

9. Para una serie de valores sucesivos del ángulo δ, por las fórmulas (5-52) se determinan las corrientes de las derivaciones de las centrales generadoras y, luego, las potencias que circulan en estas derivaciones del circuito y, en caso de necesidad, también las tensiones y las potencias en todos los nodos y derivaciones que interesan del circuito equivalente del sistema.

§ 5-5. CALCULOS DE LA DURACION DE LA MARCHA ASINCRONICA AL PERTURBARSE LA ESTABILIDAD SINCRONICA Y EN LAS CONEXIONES ASINCRONICAS

En los cálculos para la determinación de la duración de uno u otro régimen asincrónico, se deben distinguir dos casos fundamentales: 1) el tránsito al régimen asincrónico de los turbogeneradores; 2) el régimen asincrónico de las máquinas de polos salientes. Tal división se basa en las observaciones experimentales y en las hechas durante la explotación de sistemas eléctricos respecto a la distinta duración del régimen asincrónico en los casos señalados.

Como regla, los turbogeneradores desincronizados entran en sincronismo en un intervalo de tiempo muy corto, durante el cual sus rotores no alcanzan a dar dos vueltas completas asincrónicas. En estas condiciones, el carácter del proceso transitorio electromecánico se determina por el conjunto total de momentos mecánico y electromagnético que actúan sobre el rotor, la consideración de cuyos componentes tiene un valor considerable en los cálculos de los procesos transitorios. Semejante particularidad de los regímenes asincrónicos de las máquinas de polos no salientes, se determina por un momento asincrónico muy grande propio de la máquina de rotor maciso.

El régimen asincrónico de las máquinas de polos salientes se caracteriza por una duración incomparablemente grande. En el tiempo de marcha asincrónica, los rotores de las máquinas sincrónicas, que desarrollan momentos asincrónicos despreciables, dan decenas de vueltas. En este caso, el desarrollo del proceso transitorio en períodos individuales se determina por la influencia preponderante de las componentes individuales del momento electromagnético que actúa en el rotor, diferente de un período a otro. Esto permite utilizar para los cálculos de los períodos individuales su metodología, que posibilita, en primer lugar, la consideración de la influencia de los factores fundamentales del período dado.

En los cálculos de regímenes asincrónicos de turbogeneradores, ordinariamente no se presenta tal posibilidad, lo que es motivo de un enfoque diferente de los cálculos de regímenes de las máquinas de polos salientes y de polos no salientes.

Al calcular la duración de la marcha asincrónica de las máquinas de polos salientes, es conveniente distinguir los siguientes períodos posibles del proceso.

1. El período caracterizado por la constancia del momento excesivo en los árboles de los grupos generadores de las centrales que pasan al régimen asincrónico. Este período se produce después de la rotura del acoplamiento entre los generadores de las centrales que trabajan en paralelo (por ejemplo al utilizar la CA trifásica en las líneas simples), así como en cortocircuitos trifásicos. La duración de este período se determina por los retardos del relé de protección y el sistema automático como también por los retardos del sistema de regulación automática de las turbinas. En primera aproximación, el período considerado del proceso puede ser escogido también en aquel caso en que el proceso transitorio va acompañado por una serie de giros asincrónicos con la particularidad de que el distribuidor de la turbina, bajo la acción del regulador, se encuentra cerrado o completamente abierto.

Para el problema aquí planteado, el último caso es el que presenta el mayor interés, ya que el período de cortocircuito, así como el período de pausa sin corriente, al realizar la CA se consideran al resolver los problemas de estabilidad dinámica del régimen asincrónico.

El movimiento de los grupos generadores con el distribuidor cerrado, a una velocidad diferente a la sincrónica, conservando el acoplamiento con el sistema, prácticamente se determina sólo por la acción de los momentos de signo constante. La comparación de los resultados del cálculo y de la experiencia indica que los momentos de signo variable, que en una amplia gama de variación del ángulo δ poseen el valor medio, próximo al cero, no influyen tanto en el desarrollo del proceso transitorio electromecánico.

En las condiciones consideradas, los momentos de signo variable son aquellos que se determinan por la potencia asincrónica media y la potencia propia, igual a

$$P_{11} = E_1^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11}.$$

Como regla, la potencia asincrónica media de las máquinas de polos salientes es tan pequeña en relación a la potencia de la turbina que ordinariamente se la puede despreciar. En este caso la ecuación del movimiento del grupo generador tiene la forma

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = M_t - M_{11}.$$

Para el distribuidor completamente cerrado la potencia de la hidroturbina es negativa.

2. El período caracterizado por la constancia del momento elec-

tromagnético y el momento alterno de la turbina, variable por la acción del sistema de regulación automática. En este caso, el momento electromagnético constante también corresponde a la potencia propia del generador.

3. El período del proceso caracterizado por los pequeños valores del desplizamiento y, por lo tanto, por la variación lenta del ángulo δ. Al analizar este período, en caso general, se deben tener en cuenta tanto los momentos de signo constante como los de signo variable en el árbol del grupo generador, así como la acción del sistema de regulación automática de la turbina.

La duración de los regímenes asincrónicos considerados del generador hidroeléctrico excitado, habitualmente se compone de la duración de los tres períodos indicados del proceso. El cálculo de los dos primeros períodos, con una suficientemente buena aproximación, puede ser realizado por las fórmulas generales del método de aproximaciones sucesivas.

El análisis del tercer período es un problema considerablemente más complejo. El cálculo del tercer período se caracteriza porque sus resultados no sólo sirven para la determinación de la duración del proceso, sino también da bases para el juicio sobre la posibilidad de la resincronización. Por eso, la metodología de su realización está analizada en el § 5-7 dedicado a la estabilidad resultante.

Más adelante están dadas las fórmulas de cálculo y las recomendaciones correspondientes para los cálculos de cada uno de los períodos especificados del proceso transitorio electromecánico de las máquinas de polos salientes, es decir, los generadores hidroeléctricos.

Las indicaciones para calcular los regímenes de los turbogeneradores están dadas por separado.

1. Cálculo del período del proceso transitorio del generador hidroeléctrico caracterizado por la preponderancia del momento excedente constante en el árbol del grupo generador

Si la f.e.m. transitoria es constante y si son iguales, en unidades relativas, la potencia del generador y el momento de frenado que le corresponde, la variación del deslizamiento y del ángulo absoluto de deceleración del rotor en el período considerado del proceso transitorio, se determinan por las dependencias

$$s = s_0 + \frac{\Delta P}{T_J} t; \tag{5-60}$$

$$\delta = \delta_0 + s_0 t + \frac{\Delta P}{2T_J} t^2, \tag{5-61}$$

donde todas las magnitudes están expresadas en unidades relativas. Si al realizar los cálculos, el tiempo y la constante de inercia del grupo generador se expresan en segundos, mientras que el ángulo δ, en grados, entonces, la ecuación (5-61) debe emplearse de la forma

$$\delta_{(\text{grad})} = \delta_{0\,(\text{grad})} + 18\,000 \left((s_0 t_{(s)} + \frac{\Delta P}{2 T_{J(s)}} t^2_{(s)} \right) . \qquad (5\text{-}62)$$

Siendo constante la f.e.m. transitoria, la ecuación del movimiento puede ser resuelta, en forma general, también al considerar la condición

$$M_{11} = \frac{P_{11}}{1+\omega} = \frac{P_{11}}{1-s} .$$

En este caso, el deslizamiento $s = -\omega$ se determina por la ecuación cuadrática

$$\frac{\omega^2}{2} + \omega - \frac{\Delta P}{T_J} t - \frac{\omega_0^2}{2} - \omega_0 = 0, \qquad (5\text{-}63)$$

y para el cálculo del ángulo δ se utiliza la ecuación

$$\delta = \frac{T_J}{2\Delta P} \left(s^2 - \frac{2}{3} s^3 \right) + \delta_0. \qquad (5\text{-}64)$$

El cálculo del movimiento en condiciones de constancia de la f.e.m. del generador, corresponde bastante bien al proceso real para cortocircuitos trifásicos o rupturas de corta duración del acoplamiento de la central generadora con el sistema.

Si el período considerado del proceso transitorio se debe calcular con una consideración más estricta de las corrientes suplementarias en los circuitos del rotor cuando el acoplamiento eléctrico entre las centrales generadoras no se perturba, entonces, los cálculos por las fórmulas dadas, realizadas para $E'_{q\,(as)} = \text{const}$, pueden considerarse como primera aproximación.

Los ángulos δ y los deslizamientos hallados en primera aproximación permiten, para cada instante, calcular el incremento de las f.e.m. condicionadas por las corrientes suplementarias en los circuitos del rotor. La f.e.m. transitoria adoptada en el cálculo y los valores hallados del ángulo δ, permiten también calcular la tensión y la corriente en las barras del generador analizado.

Estos datos permiten calcular la f.e.m. de la máquina E^Q, puesta en el circuito equivalente tras la resistencia sincrónica x_q. En segunda aproximación, el régimen del sistema puede ser calculado fácilmente en función de la f.e.m. E^Q (§ 5-4).

La segunda aproximación en la determinación de las características del movimiento de la máquina se puede obtener fácilmente por el método de cálculo de cuadraturas. Para esto debe calcularse la potencia activa interior de la central generadora y construirse la correspondiente curva. Calculando el área limitada por esta curva, se puede hallar

$$s = -\frac{1}{T_J}\int_0^t \underset{*}{\Delta P}(t)\,dt + s_0.$$

2. Cálculo del período del proceso transitorio caracterizado por el momento variable de la turbina y el momento electromagnético constante del generador, en primera aproximación

Para el momento electromagnético constante en el árbol del grupo generador, originado por el generador, el deslizamiento del grupo a regular se caracteriza por la ecuación

$$-s = s' = s'_0 + \frac{1}{\mu_{xx}T_J}\left(\frac{\alpha A - \omega B}{\alpha^2+\omega^2} + \frac{C}{\alpha_1}\right) - \frac{Ce^{\alpha_1 t}}{\alpha_1\mu_{xx}T_J} -$$

$$- \frac{\sqrt{(\alpha A-\omega B)^2+(\omega A+\alpha B)^2}}{\mu_{xx}T_J(\alpha^2+\omega^2)}\,e^{\alpha t}\operatorname{sen}(\omega t + \psi_s), \qquad (5\text{-}65)$$

donde

$$s' = \frac{d\delta}{dt}; \quad \psi_s = \operatorname{arctg}\frac{\alpha A - \omega B}{\omega A - \alpha A};$$

$$A = \frac{\sigma T_J\{T_i(k_3+\beta k_1)+\gamma\mu_0+\mu_{xx}[\gamma(M_{t(0)}-1)-\varepsilon_0]\}+k_2T_i}{\sigma T_J T_i T_s[(\alpha_1-\alpha)^2+\omega^2]};$$

$$B = \frac{1}{\omega}[k_1 - \alpha_1 k_2 + A(\alpha_1-\alpha);$$

$$C = k_2 - A;$$

$$k_1 = \frac{\mu_{xx}}{T_s}\left(\frac{s'_0}{\sigma} - \varepsilon_0\right);$$

$$k_2 = \mu_0 - \mu_{xx}(1 - \underset{*}{M_{11}});$$

$$k_3 = 2\alpha k_1 + \alpha_1 k_2(\alpha_1 - 2\alpha);$$

α_1 es una raíz real;

α y ω son respectivamente las partes real e imaginaria de las raíces complejo-conjugadas de la ecuación cúbica de la forma

$$p^3T_sT_i + p^2(T_s+T_i\beta) + p\left(\gamma + \frac{T_i}{\sigma T_J}\right) + \frac{1}{\sigma T_J} = 0. \qquad (5\text{-}66)$$

Al escribir la expresión (5-65) y los coeficientes, que entran en ella, se han designado por:

T_i, T_s las constantes de tiempo respectivamente del mecanismo isódromo y del servomotor del sistema de regulación de la turbina;

β el coeficiente de reacción;

μ, ε respectivamente, la desviación relativa del pistón del servomotor (apertura del distribuidor) y del isódromo, de la posición correspondiente al régimen inicial;

σ la irregularidad utilizable del péndulo del regulador;

γ el coeficiente igual a la relación del grado de irregularidad residual de la turbina respecto a la irregularidad utilizable del péndulo.

La relación entre el momento desarrollado por la turbina y la apertura relativa del distribuidor se caracteriza por el gráfico de la fig. 5-7. De este gráfico se tiene

$$M_{t}^{*} = 1 - \frac{\mu}{\mu_{xx}},$$

así como

$$\mu_{xx} = \frac{1}{1 + \frac{M_{t\ ren}}{M_{t\ nom}}}.$$

Puesto que la apertura relativa μ no puede superar la magnitud establecida por el limitador de apertura, entonces, la fórmula

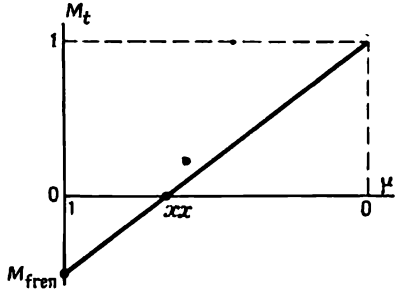


FIG. 5-7. Dependencia entre la apertura del distribuidor y el momento de la turbina

(5-65) da resultados correctos durante el período de tiempo en el que μ varía de cero al valor límite, si en ese tiempo las ventanas del distribuidor no se abren completamente.

Para que en el uso práctico de la fórmula (5-65) no se pase del límite de la región de su empleo, con la determinación del desli-

 zamiento es necesario calcular simultáneamente la variación de

la apertura relativa μ y el desplazamiento relativo de las ventanas del distribuidor ρ. En este caso,

$$\mu = \mu_{xx}\left(1 - \frac{M_{11}}{M_{t\,nom}}\right) + Ce^{\alpha_1 t} + e^{\alpha t}\sqrt{A^2 + B^2}\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \psi_\mu); \quad (5\text{-}67)$$

$$\rho = \frac{\alpha_1 T_s}{\mu_{xx}} Ce^{\alpha_1 t} + e^{\alpha t} k_\rho\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \psi_\rho), \quad (5\text{-}68)$$

donde

$$k_\rho = \frac{T_s}{\mu_{xx}}\sqrt{(\alpha A + \omega B)^2 + (\alpha B - \omega A)^2};$$

$$\psi_\mu = \mathrm{arctg}\,\frac{A}{B}\,; \quad \psi_\rho = \mathrm{arctg}\,\frac{\alpha A + \omega B}{\alpha B - \omega A}\,.$$

Los ángulos por las fórmulas (5-65) — (5-67) se realizan hasta que: o la apertura relativa toma el límite prefijado, o bien el desplazamiento relativo del distribuidor es igual a la unidad. En este caso, la variación del ángulo δ se puede determinar por la ecuación

$$\delta = \delta_c + \delta_U t + C_\delta e^{\alpha_1 t} + k_\delta e^{\alpha t}\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \psi_\delta), \quad (5\text{-}69)$$

donde

$$\delta_c = \delta_0 + \frac{1}{\mu_{xx} T_J}\left[\frac{C}{\alpha_1^2} + \frac{\alpha(\alpha A - \omega B) - \omega(\omega A + \alpha B)}{(\alpha^2 + \omega^2)^2}\right];$$

$$\delta_U = s_0' + \frac{1}{\mu_{xx} T_J}\left(\frac{\alpha A - \omega B}{\alpha^2 + \omega^2} + \frac{C}{\alpha_1}\right); \quad C_\delta = -\frac{C}{\alpha_1 \mu_{xx} T_J};$$

$$k_\delta = -\frac{1}{\mu_{xx} T_J (\alpha^2 + \omega^2)^2} \times$$

$$\times \sqrt{[\alpha(\alpha A - \omega B) - \omega(\omega A + \alpha B)]^2 + [\omega(\alpha A - \omega B) + \alpha(\omega A + \alpha B)]^2};$$

$$\psi_\delta = \mathrm{arctg}\,\frac{\alpha(\alpha A - \omega B) - \omega(\omega A + \alpha B)}{\omega(\alpha A - \omega B) + \alpha(\omega A + \alpha B)}\,.$$

Si durante el cálculo se tiene que el desplazamiento relativo del distribuidor en el instante t_1 es igual a la unidad, mientras que la apertura relativa aún no alcanza el valor límite, entonces, desde el instante t_1, la variación ulterior de la apertura debe calcularse por la fórmula

$$\mu = \mu_{xx}\left(\frac{t - t_1}{T_s} + \mu_{01}\right), \quad (5\text{-}70)$$

donde μ_{01} es el valor de la apertura relativa en el instante t_1. En este caso,

$$s' = -s = \frac{t - t_1}{T_J}\left[\left(1 - \mu_{01} - \frac{M_{11}}{M_{t\,nom}}\right) - \frac{t - t_1}{2T_s}\right] + s'_{t=t_1}. \quad (5\text{-}71)$$

$$\delta = \delta_{t=t_1} - \frac{1}{\sigma T_J T_s}(t - t_1)^3 + \frac{1}{2T_J}\left(1 - \mu_{01} - \frac{M_{11}}{M_{t\,nom}} + \frac{t_1}{T_s}\right) \times$$

$$\times (t - t_1)^2 + \frac{t_1}{T_J}\left(1 - \mu_{01} - \frac{M_{11}}{M_{t\,nom}} + \frac{t_1}{2T_s} + s'_{t=t_1}\right)(t - t_1),$$

donde $s_{t=t_1}$ es el valor del deslizamiento en el instante t_1. Después de que la apertura relativa haya alcanzado el valor límite, se realiza el cálculo ulterior para la turbina no regulable, por las fórmulas del p. 1. Tal cálculo debe continuarse hasta el instante en que el deslizamiento variable no pone nuevamente en acción al sistema de regulación de la turbina. Esto se producirá para el deslizamiento

$$s_{reg} = \sigma_{\mu_{final}},$$

donde μ_{final} es el valor de la apertura relativa para el cual ha finalizado el proceso de regulación.

Las fórmulas (5-65) — (5-69) determinan las características del movimiento para un par de frenado estrictamente constante en el árbol del grupo generador. Los resultados de los cálculos por estas fórmulas pueden considerarse también como primera aproximación en aquellos casos en que el par de frenado, junto con la componente constante, posee componente periódica.

En este caso, la segunda aproximación puede ser obtenida por el método de cálculo de cuadraturas, al igual que en el caso considerado en el p. 1.

3. Cálculo de la duración de la marcha asincrónica en los turbogeneradores

La brevedad de la marcha asincrónica, típica para los turbogeneradores, condiciona la posibilidad y la conveniencia del empleo, para calcular la duración de sus regímenes asincrónicos tanto en el cálculo a mano como al utilizar las computadoras numéricas, de los mismos métodos que se utilizan en los cálculos de la estabilidad dinámica. En este caso, sólo se deben considerar los momentos asincrónicos que surgen en correspondencia con el método expuesto antes. Los cálculos correspondientes permiten establecer no sólo la duración del régimen acincrónico, sino simultáneamente estimar la posibilidad de una feliz resincronización.

El momento asincróico de las máquinas sincrónicas depende considerablemente del carácter del acoplamiento de la máquina desincronizada con el resto del sistema, disminuyendo con el debilitamiento de ese acoplamiento. Por eso, en el trabajo de las centrales térmicas a través de transmisiones eléctricas extendidas, especialmente con considerables selecciones intermedias, el momento asincrónico de los turbogeneradores puede disminuirse tanto que las condiciones de trabajo asincrónico de los turbogeneradores se diferencian poco de aquellas que son típicas para los generadores hidroeléctricos.

Por eso, para elegir la metodología de cálculo es conveniente estimar previamente la magnitud del valor medio de la potencia

asincrónica de las centrales que trabajan en estas condiciones. Con este fin se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$P_{\text{as m}} = -\frac{U^2}{2}\frac{y_{12}^2(x_d - x_d')}{1-(x_d-x_d')\,y_{11}\cos\alpha_{11}}\operatorname{sen}\varphi_s\cos\varphi_d - \\ -\frac{U^2}{2}\frac{y_{12}^2(x_d'-x_d'')}{[1-(x_d-x_d')\,y_{11}\cos\alpha_{11}]\,[1-(x_d-x_d'')\,y_{11}\cos\alpha_{11}]}\operatorname{sen}\varphi_d\cos\varphi_d - \\ -\frac{U^2}{2}\frac{y_{12}^2(x_q-x_q'')}{1-(x_q-x_q'')\,y_{11}\cos\alpha_{11}}\operatorname{sen}\varphi_q\cos\varphi_q. \qquad (5\text{-}72)$$

Para el deslizamiento inicial que supera los valores críticos hallados por los parámetros de cada uno de los devanados del rotor y para la magnitud de la potencia asincrónica máxima, del orden de 15 a 30%, es probable la marcha asincrónica duradera con gran número de revoluciones del rotor. En este caso, para los cálculos debe orientarse por la metodología vista en los p. 1 y 2. Para valores medios del momento asincrónico que se aproximan a la potencia nominal del turbogenerador, es probable el rápido establecimiento del sincronismo. En este caso, es conveniente calcular por el método de intervalos sucesivos.

§ 5-6. CALCULO DE LA DURACION DEL PROCESO DE AUTOSINCRONIZACION DE LOS GENERADORES AL CONECTARLOS A LA RED CON GRAN DESLIZAMIENTO INICIAL

Al conectar las máquinas sincrónicas a la red por el método de autosincronización con grandes deslizamientos iniciales, la sincronización se produce después de varias revoluciones del rotor respecto al campo rotatorio del estator y el proceso transitorio se caracteriza por la variación del ángulo δ en el intervalo de varios períodos. Esto permite realizar los cálculos de la duración del proceso transitorio medida desde el instante de conexión del generador a la red hasta alcanzar el deslizamiento el valor cero, por el método de aproximaciones sucesivas. En este caso, en primera aproximación el cálculo se realiza suponiendo la igualdad a cero del valor medio de las componentes periódicas del momento electromagnético que actúa en el rotor. Las características del proceso halladas como resultado de tal cálculo, permiten realizar los cálculos en segunda aproximación. Con pequeño número de revoluciones asincrónicas puede necesitarse también el cálculo de las siguientes aproximaciones, para las cuales los datos iniciales son los resultados de los cálculos de las anteriores aproximaciones.

La sucesión de los cálculos puede ser la siguiente:

1. Se determinan los valores máximos de las componentes de la potencia asincrónica media P_{mf}, P_{md} y P_{mq}, así como los desli-

zamientos críticos correspondientes a ellas

$$\underset{*}{s}_{\text{crít}\,f} = \frac{1}{314T'_d(\text{s})}\ ;\quad \underset{*}{s}_{\text{crít}\,y} = \frac{1}{314T''_d(\text{s})} \approx \frac{1}{314T''_q(\text{s})}\ .$$

2. Se calculan los coeficientes constantes de las fórmulas que permiten calcular las dependencias $\delta = f(s)$ y $t = f(s)$ en primera aproximación. Estas fórmulas tienen la siguiente forma:

en ausencia de devanados amortiguadores y circuitos equivalentes a ellos:

$$\delta = \frac{2T_J m s^2_{\text{crít}\,f}}{P_0}\left[\frac{s^2 - s_0^2}{4ms^2_{\text{crít}\,f}} + \frac{s - s_0}{s_{\text{crít}\,f}} + m \ln \frac{s_{\text{crít}\,f} + 2ms + \dfrac{s^2}{s_{\text{crít}\,f}}}{s_{\text{crít}\,f} + 2ms_0 + \dfrac{s_0^2}{s_{\text{crít}\,f}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{2m^2 - 1}{2\sqrt{m^2-1}} \ln \frac{\left(1 + \dfrac{\dfrac{s}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)\left(1 - \dfrac{\dfrac{s_0}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)}{\left(1 - \dfrac{\dfrac{s}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)\left(1 + \dfrac{\dfrac{s_0}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)} + \delta_0\right]; \quad (5\text{-}73)$$

$$t = -\frac{T_J s_{\text{crít}\,f}}{P_0}\left[\frac{s - s_0}{s_{\text{crít}\,f}} - m \ln \frac{s_{\text{crít}\,f} + 2ms + \dfrac{s^2}{s_{\text{crít}\,f}}}{s_{\text{crít}\,f} + 2ms_0 + \dfrac{s_0^2}{s_{\text{crít}\,f}}} - \right.$$

$$\left. - \frac{m}{\sqrt{m^2-1}} \ln \frac{\left(1 + \dfrac{\dfrac{s}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)\left(1 - \dfrac{\dfrac{s_0}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)}{\left(1 - \dfrac{\dfrac{s}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)\left(1 + \dfrac{\dfrac{s_0}{s_{\text{crít}\,f}} + m}{\sqrt{m^2-1}}\right)}\right]; \quad (5\text{-}74)$$

a igualdad de las constantes de tiempo de los devanados amortiguadores

$$T''_d = T''_q = T''_y \quad \text{y} \quad P_0 = 0;$$

$$\delta = \frac{T_J}{2b}\left[\frac{s^3 - s_0^3}{3} + \frac{(s^2_{\text{crít}\,f} + s^2_{\text{crít}\,y})\,b - a}{b}(s - s_0) - \right.$$

$$- \frac{ab\,(s^2_{\text{crít}\,f} + s^2_{\text{crít}\,y}) - (a^2 + b^2 s^2_{\text{crít}\,f} s^2_{\text{crít}\,y})}{b^2\sqrt{\dfrac{a}{b}}} \times$$

$$\left. \times \left(\operatorname{arctg} s\sqrt{\frac{b}{a}} - \operatorname{arctg} s_0\sqrt{\frac{b}{a}}\right)\right] + \delta_0; \quad (5\text{-}75)$$

$$t = \frac{T_J}{4}\left\{\frac{1}{b}\left[s_0^2 - s^2 + \frac{P_{mf}s_{\text{crit}\,f}^3 + (P_{md}+P_{mq})\,s_{\text{crit}\,y}^3}{b}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times \ln\frac{a+bs_0^2}{a+bs^2}\right] + \frac{s_{\text{crit}\,f}^2 s_{\text{crit}\,y}^2}{a}\ln\frac{s_0^2\,(a+bs^2)}{s^2\,(a+bs_0^2)}\right\}, \qquad (5\text{-}76)$$

En las fórmulas (5-73) — (5-76)

$$m = \frac{P_{mf}}{P_0};$$

$$a = s_{\text{crit}\,f}s_{\text{crit}\,y}\,[P_{mf}s_{\text{crit}\,y} + (P_{md}+P_{mq})\,s_{\text{crit}\,f}];$$

$$b = P_{mf}s_{\text{crit}\,f} + (P_{md}+P_{mq})\,s_{\text{crit}\,y}.$$

3. Para la serie de valores del deslizamiento $|s| < |s_0|$, por las fórmulas (5-73) — (5-76) se calculan los valores del tiempo t y del ángulo δ, y basándose en los resultados, se construyen las curvas

$$s = f(\delta), \quad t = f(\delta) \quad \text{y} \quad s = f(t).$$

4. Se calcula la característica $E_q = f(t)$ utilizando la fórmula: al conectar la extinción automática del campo (EAC) al circuito de excitación de la excitatriz que trabaja con excitatriz auxiliar

$$E_q = E_{qe\infty}\left(1 - e^{-\frac{t}{T_d}}\right) + E_{qe\infty}\frac{T_e}{T'_d - T_e}\left(e^{-\frac{t}{T_e}} - e^{-\frac{t}{T'_d}}\right) -$$

$$- \frac{x_d - x'_d}{x'_d}U\cos\delta_0 e^{-\frac{t}{T'_d}}; \qquad (5\text{-}77)$$

al conectar la EAC al circuito de excitación del generador

$$E_q = E_{qe\infty} - \left(E_{qe\infty} + \frac{x_d - x'_d}{x'_d}U\cos\delta_0\right)e^{-\frac{t}{T'_d}}. \qquad (5\text{-}78)$$

Para el cálculo de la dependencia $E_q = f(t)$, al conectar la EAC al circuito de excitación de la excitatriz que trabaja con autoexcitación, se utiliza la fórmula (5-77) sustituyendo la constante de tiempo del devanado de excitación de la excitatriz T_e por la constante T'_e igual a

$$T'_e = \frac{T_e}{1 - \frac{\text{tg}\,\alpha}{R_e}},$$

donde α es el ángulo de inclinación de la característica rectificada de marcha en vacío de la excitatriz;

R_e es la resistencia óhmica del circuito de excitación de la excitatriz.

Basándose en la dependencia $E_q = f(t)$ y la curva $t = f(\delta)$ se halla la dependencia $E_q = f(\delta)$.

5. Basándose en la dependencia $E_q = f(\delta)$ se calculan los valores de la potencia del generador y se construyen las curvas $\Delta P = f(t)$ para toda la gama de variación del ángulo δ hallada en el p. 3. Siendo necesario considerar la influencia del momento asincrónico sobre las características del proceso, en segunda aproximación, el cálculo de la potencia se realiza por la f.e.m. resultante del generador mediante la fórmula (5-33); además se determinan previamente las componentes de la f.e.m. resultante de acuerdo al método expuesto en § 5-4.
6. Se integra numéricamente por el método gráfico analítico

$$s'(t) = \frac{1}{T_J} \int_0^t \Delta P(t)\, dt + s'_0,$$

además, se calcula el área limitada por la curva $\Delta P = f(t)$. Como resultado del cálculo se determina el tiempo, en segunda aproximación, durante el cual el deslizamiento varía desde el valor inicial hasta cero.
7. Siendo necesario determinar el número de rotaciones asincrónicas o el ángulo para el cual el deslizamiento es igual a cero, se construye la curva $s' = f(t)$ e integrando por el método gráfico analítico se halla la dependencia $\delta = f(t)$.
Para una divergencia considerable de las características $s' = f(t)$ y $\delta = f(t)$, obtenidas en primera y segunda aproximación, se realiza el cálculo exacto, en tercera aproximación, en la misma sucesión que para el cálculo en segunda aproximación.

§ 5-7. ESTABILIDAD RESULTANTE. DE SISTEMAS ELECTRICOS

Para estimar la estabilidad resultante es necesario establecer las condiciones de una feliz resincronización del sistema después de surgir en él el régimen asincrónico. En este caso, son posibles los siguientes métodos de resolución:
1. Resolución en CN o en calculadoras analógicas de sistema completo de ecuaciones diferenciales que determinan el comportamiento del sistema para perturbaciones finales de su régimen y que consideran las particularidades del trabajo de todos sus elementos, tanto en régimen asincrónico con gran deslizamiento, como al aproximarse al sincronismo.
2. Cálculo de la etapa final de la marcha asincrónica (en el que el deslizamiento variable se aproxima a cero) conforme a los datos del análisis de las etapas anteriores, obtenidos por los métodos simplificados.
El primer paso, más general, está relacionado con la resolución de las mismas ecuaciones que se toman en cuenta al estudiar la estabilidad dinámica. Los métodos de su resolución están consi-

derados en el cap. IV. En el segundo caso antes señalado, la estimación de las condiciones de resincronización del sistema complejo se debe realizar considerando la posibilidad de desincronización de una de las centrales que conservan el sincronismo.

En aquellos casos en que se puede suponer tal desarrollo del proceso (§ 5-1), el cálculo de resincronización se debe cumplir resolviendo las ecuaciones que determinan el comportamiento del sistema, por el método de intervalos sucesivos, utilizando las calculadoras electrónicas.

Es poco probable la posibilidad de determinar, con suficiente grado de certeza, los valores de los ángulos relativos en un sistema más o menos complejo, al final del proceso transitorio prolongado que es la marcha asincrónica del generador hidroeléctrico. Por eso, para juzgar sobre el proceso, cuando la central que trabaja asincrónicamente se aproxima al sincronismo, actualmente se puede recomendar la realización de una serie de cálculos para varios valores posibles de los ángulos relativos. En este caso se debe tener en cuenta que los ángulos relativos de las centrales que trabajan sincrónicamente, al desincronizarse una cualquiera de las centrales, habitualmente sufren variaciones relativamente pequeñas durante el proceso transitorio, aunque varias de ellas superen, bastante, en potencia a esta central. Sólo para un valor suficientemente próximo de la frecuencia de las oscilaciones propias, en el grupo de las centrales que trabajan sincrónicamente pueden iniciarse oscilaciones visibles.

Por lo visto, en la mayoría de los casos los ángulos relativos de las centrales que trabajan sincrónicamente se pueden tomar por iguales a aquellos valores que corresponden al régimen estable. Además, para la central que trabaja asincrónicamente se deben tomar distintos valores posibles del ángulo absoluto de la salida del rotor. En el caso general, para los cálculos del período final de marcha asincrónica el deslizamiento inicial puede tomarse aproximadamente del orden de 3%.

Ciertas recomendaciones particulares para estimar las condiciones de una feliz sincronización, obtenidas al introducir unas u otras admisiones simplificadoras, se reducen a lo siguiente. Admitiendo la invariabilidad de la potencia de la turbina, cuando la máquina se aproxima al sincronismo y tomando la f.e.m. constante, puede establecerse la posibilidad de una feliz sincronización por los resultados del cálculo de variación del deslizamiento, con el uso de la fórmula

$$s \approx \sqrt{s_m^2 + \frac{2}{T_J}\left[E_{q\infty}U_{y12}\cos(\delta - \alpha_{12}) - \right.} \\ \left. - \frac{P_{as(f)m}}{2}\cos\left(2\delta - 2\alpha_{12} - \operatorname{arctg}\frac{1}{sT'_d}\right)\right] \qquad (5\text{-}79)$$

La condición de una feliz sincronización consiste en que el deslizamiento alcanza el valor cero. Sin embargo, esta condición será no sólo necesaria, sino también suficiente cuando

$$\frac{P_{t(0)}-P_{11}}{s_0}>0. \qquad (5\text{-}80)$$

En las fórmulas (5-79) y (5-80)

$P_{t(0)}$ es la potencia de la turbina cuando la máquina se aproxima al sincronismo;

s_0 es el deslizamiento de la máquina al aproximarse al sincronismo;

s_m es el deslizamiento medio determinado por la intersección de la característica estática de la potencia de la turbina a regular y la potencia electromagnética del generador en régimen asincrónico estable.

Si no se satisface el criterio (5-80), entonces mediante el método de las áreas, por comparación directa de las áreas de aceleración y frenado, considerando la potencia asincrónica, es necesario establecer la posibilidad práctica de una desincronización reiterada de la máquina. Para ello se calcula la variación del deslizamiento bajo la acción del momento sincrónico

$$s=\sqrt{s_0^2+\frac{2}{T_J}(P_t-P_{11})(\delta-\delta_0)+E_qUy_{12}[\cos(\delta-\alpha_{12})-\cos(\delta_0-\alpha_{12})]},$$

a continuación, por las fórmulas (5-36) — (5-41) se calculan los sumandos de la f.e.m. del generador correspondientes a la corriente suplementaria en circuitos cerrados del rotor, inducidas en las oscilaciones sincrónicas consideradas.

Los resultados obtenidos se utilizan para la construcción de las características de la potencia de la máquina a sincronizar. En estas características se separan las áreas de la aceleración y del frenado. El juicio final sobre el éxito de la resincronización se establece después de comparar estas áreas.

La posibilidad de una desincronización, en el caso en que el paso del deslizamiento por el valor cero no es una condición suficiente para la exitosa sincronización, puede ser verificada también mediante los criterios hallados como resultado de los cálculos. De acuerdo a ello, para una exitosa sincronización de los generadores con devanados amortiguadores es necesario el cumplimiento de la desigualdad

$$(M_t-M_{11})_{s=0}\leqslant 0{,}7\ M_{as\,máx},$$

para los generadores hidroeléctricos sin devanado amortiguador

$$(M_t-M_{11})_{s=0}\leqslant 0{,}25\ M_{as\,máx}.$$

SUMARIO

Prefacio a la edición en lengua española 11

INTRODUCCION. PROBLEMAS, FUNDAMENTOS DE LA METODOLOGIA DEL CALCULO DE PROCESOS TRANSITORIOS Y DETERMINACION DE LOS DATOS INICIALES PARA SU RESOLUCION

§ I-1. Fijación de la metodología 13
§ I-2. Parámetros de cálculo de sistemas eléctricos 22
§ I-3. Planteamiento de los circuitos de cálculo 30
§ I-4. Conversión («equivalencia») de circuitos eléctricos complejos 32
§ I-5. Cálculo de las conductibilidades propias y mutuas de los circuitos equivalentes de sistemas eléctricos . . . 44
§ I-6. Cálculo de los parámetros de los regímenes iniciales establecidos 52

CAPITULO 1. ESTABILIDAD ESTATICA

§ 1-1. Introducción, planteamiento del problema 64
§ 1-2. Ecuaciones diferenciales de procesos transitorios electromecánicos de sistemas complejos y su transformación para los cálculos de estabilidad 69
§ 1-3. Cálculo de estabilidad de sistemas complejos, cuyos circuitos poseen grupos simétricos 75
§ 1-4. Circuitos equivalentes reducidos de un sistema complejo 79
§ 1-5. Ecuación característica de un sistema que contiene una central regulada automáticamente y unida por conexión compleja al sistema receptor de potencia finita o infinita 80
§ 1-6. Cálculos exactos de la estabilidad estática al instalar en la central distante un RAE de acción proporcional 83
§ 1-7. Estimación de distintos métodos de regulación de la excitación de acción fuerte 87
§ 1-8. Estabilidad de la carga de sistemas eléctricos 93
§ 1-9. Determinación de las variaciones de frecuencia en sistemas energéticos, avalancha de frecuencia 94
Suplementos 1-1, 1-2, 1-3, 1-4 96

CAPITULO 2. DETERMINACION DEL AJUSTE DEL RAE Y DE LA CALIDAD DE LOS PROCESOS TRANSITORIOS

§ 2-1. Introducción, planteamiento del problema 106
§ 2-2. Construcción de las curvas de amortiguamiento uniforme 108
§ 2-3. Cálculo de las características de frecuencia 108
§ 2-4. Método de valoración aproximada y construcción aproximada del proceso transitorio al aplicar las fuerzas perturbadoras 110
§ 2-5. Valoración del peligro de las acciones perturbadoras 112
§ 2-6. Estimación del lugar de aplicación de la acción perturbadora 113

§ 2-7. Determinación de los límites peligrosos y seguros de la región de estabilidad 116
§ 2-8. Método simplificado de división de los límites de la región de estabilidad en peligrosos y seguros 121
Suplementos 2-1, 2-2 122

CAPITULO 3. AUTOEXCITACION Y AUTOOSCILACION

Introducción 129
§ 3-1. Autoexcitación en un sistema elemental 129
§ 3-2. Autoexcitación en sistemas complejos 141
§ 3-3. Autooscilación en sistemas eléctricos simples y complejos 158
§ 3-4. Estudio conjunto de la autoexcitación y la autooscilación en el sistema elemental 167
§ 3-5. Empleo de la CN para los cálculos de la autoexcitación y la autooscilación en sistemas complejos 169
Suplementos 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5 174

CAPITULO 4. ESTABILIDAD DINAMICA

§ 4-1. Corrientes y momentos generados en una máquina sincrónica al perturbarse bruscamente el régimen . . . 178
§ 4-2. Metodología de cálculos simplificados de la estabilidad dinámica 179
§ 4-3. Metodología de los cálculos exactos de la estabilidad dinámica por el método de intervalos sucesivos . . . 184
§ 4-4. Cálculos exactos con empleo de las curvas de los momentos equivalentes 190
§ 4-5. Cálculo exacto de la estabilidad dinámica mediante computadoras numéricas, conforme a las ecuaciones completas de Park-Gorev 193
Suplemento 4-1 208

CAPITULO 5. MARCHA SINCRONICA Y ESTABILIDAD RESULTANTE

Introducción 209
§ 5-1. Generalidades de la metodología de cálculo de los regímenes asincrónicos 210
§ 5-2. Momento electromagnético y corriente de una máquina sincrónica en el instante en que aparece el régimen asincrónico 214
§ 5-3. Momento electromagnético, corrientes y potencias de las máquinas que trabajan asincrónicamente en regímenes asincrónicos prolongados 220
§ 5-4. Cálculos de los parámetros de régimen de un sistema eléctrico en trabajo asincrónico 229
§ 5-5. Cálculos de la duración de la marcha asincrónica al perturbarse la estabilidad sincrónica y en las conexiones asincrónicas 241
§ 5-6. Cálculo de la duración del proceso de autosincronización de los generadores al conectarlos a la red con gran deslizamiento inicial 249
§ 5-7. Estabilidad resultante de sistemas eléctricos 252